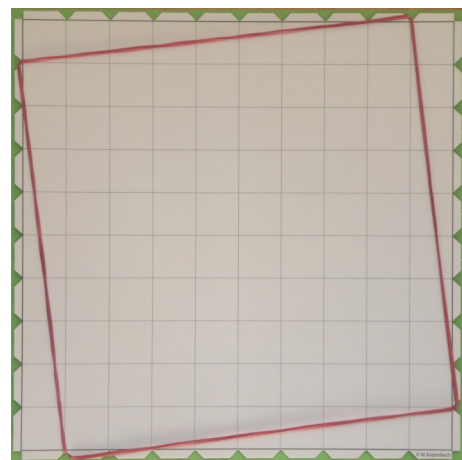
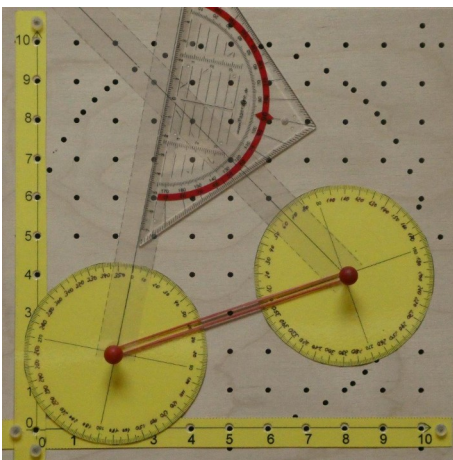


Rundbrief 227

1/2025



Mathematik zum Begreifen



mehr als 30 Jahre in der MUE

Inhaltsverzeichnis

Editorial	3
Steckbretter und 10 x 10- Feld	4
Geometrie in die Hand nehmen	19
Mathekoffer Wahrscheinlichkeitsrechnung in der Oberstufe	25
MUED bei Mathe im Advent – Stationen für Schüler*innen	27
taz – Grafiken Zukunft: Nutzungsrechte für MUED-Mitglieder	30

Impressum

Der MUED-Rundbrief erscheint ca. vier Mal im Jahr in Münster mit einer Auflage von 800 Exemplaren.

MUED e.V., Windthorststr. 7, 48143 Münster

Tel. 0251 97957799, Fax 0251 97957797

e-mail: MUED@MUED.de, <http://www.MUED.de>

Redaktion dieses Rundbriefs: Michael Katzenbach

Editorial

Mit diesem Rundbrief zum materialgestützten Lernen möchten wir an Reginas und Rüdigers Rundbrief 224 zum Mathekoffer vor etwa einem Jahr anknüpfen.

1995 wurde das Verzeichnis des BücherBunts im MUED e. V., wie der MUED–Shop damals hieß, um die Kategorie „Spiele und Kreativität“ erweitert. Mit den Geoshapes (Klickies) kam ein neues Produkt als Urlaubsmitbringsel von Rüdiger und Regina hinzu, wenig später auch das Spiel „Rechengalaxie“ und die Mathematische Experimentierbox (MEXBOX) mit einem Klassensatz an Steckbrettern. Mit beiden Materialien haben MUED-Mitglieder in der Sommertagung 1994 in den Workshops „GEOShapes – ein tolles Hilfsmittel für den Mathematikunterricht“ und „Mathematik zum Begreifen“ erste Erfahrungen sammeln können. Die Entwicklung des Bereichs „Mathe BeGreifen“ im aktuellen MUED–Shop konnte beginnen.

Klickies und Steckbretter sind der Schwerpunkt dieses Rundbriefs. Neben der Vorstellung der Materialien und exemplarischer Unterrichtssituationen enthalten die Beiträge jeweils einen kurzen Abschnitt zur Vorgeschichte.

Drei Beiträge ergänzen dieses Heft:

- Christoph Maitzen zeigt Möglichkeiten zum Einsatz des Mathekoffers Wahrscheinlichkeit in der Oberstufe auf.
- Christa Schmidt berichtet über einen Stand der Berliner MUED–Gruppe zur bundesweiten Preisverleihung „Mathe im Advent“. Mit Materialien der MUED haben wir 10 Stationen aufgebaut, die für viele Schüler*innen die Wartezeit bis zum Beginn der Veranstaltung verkürzt haben.
- Aus aktuellem Anlass folgen schließlich noch Informationen zur Freigabe von Grafiken der taz für Mitglieder der MUED zur Nutzung im Unterricht und für öffentliche Arbeitsblätter des Monats.

Wie Schüler*innen in Zukunft unter Nutzung von haptischen Materialien und digitalen Werkzeugen im Wechselspiel verständnisvoll lernen können, bleibt eine herausfordernde Frage. Die MUED macht mit ihren umfangreichen Handreichungen zu den Materialien in der Shop–Kategorie „Mathe BeGreifen“ auf der Basis vieler Unterrichtserfahrungen und Workshops für den haptischen Bereich jedenfalls ein gutes Angebot dazu.

Michael Katzenbach

Steckbretter und 10 x 10 - Feld

Eine Mathekiste für den Klassenraum

Michael Katzenbach

Wenige Monate nach Beginn des Schuljahres in der integrierten Gesamtschule kommen die Schüler*innen des Arbeitslehrekurses Jg. 9 in den Jahrgangsbereich der neuen 5. Klassen und liefern für jede der vier Klassen eine Kiste mit mathematischen Experimentiermaterialien, die Mexbox.



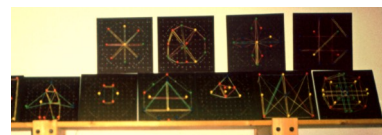
In den ersten Monaten haben die Schüler*innen im fächerübergreifenden Projekt „Wir lernen uns und unsere Schule kennen.“ eigene Texte geschrieben, ein Geburtstagsblockdiagramm erstellt, viele andere Daten gesammelt und auf kleinen Plakaten ausgestellt, einen Stiftehalter und Karteikasten für Vokabeln gebastelt und auch Pflanzen bei einem Besuch der Stadtgärtnerei mitgebracht. So wurde der ursprünglich bis auf Stühle und Tische leere Klassenraum immer vielfältiger und bunter und zeigte zunehmend mehr Produkte der Kinder. Nun gehört auch eine Mathekiste mit einem Klassensatz an Steckbrettern zur Raumausstattung. Sie wird die Klasse mehrere Jahre begleiten.

In der folgenden Mathematikstunde gebe ich den Auftrag, eigene Figuren mit Partner*innen zu stecken und zu entscheiden, welche Figur sie in der Klasse vorstellen wollen.

Im Kreis beschreiben die Kinder ihre Figur. Manche stellen etwas Persönliches dar und erzählen damit z. B. über ein Hobby, andere knüpfen an Geometrieerfahrungen aus der Grundschule an. Nach Rückmeldungen wie „Wolltest du eine symmetrische Figur bauen? Ich glaube, der rote Stöpsel müsste dann in das Loch rechts daneben.“ werden Figuren gemeinsam verändert. Auf dem Regal ist Platz für eine kleine Ausstellung mit den ersten Steckbrettfiguren der Klasse.



Auf dem Regal ist Platz für eine kleine Ausstellung mit den ersten Steckbrettfiguren der Klasse.



Diese Phase hat mehrere Funktionen:

- Die Lernenden haben einen direkten Zugang zum Material. Eine Bedienungsanleitung oder technische Vorarbeiten sind nicht erforderlich. Der Einstieg gelingt durch Probieren. Veränderungen und neue Ideen

werden einfach umgesetzt. Beim Handeln erschließen sich die Lernenden mathematische Strukturen des Steckbretts.

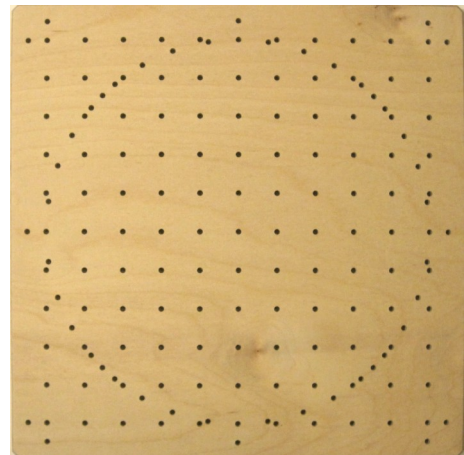
- Beim Kennenlernen des Materials erstellen sie ein individuelles Produkt, bei dem es kein „richtig“ oder „falsch“ gibt.
- Beim Beschreiben informieren die Lernenden sich gegenseitig über entdeckte Eigenschaften der Steckbretter. „Ich habe die Stöpsel in die Punkte auf dem Kreis gesteckt.“ oder „Man kann auf den Steckbrettern einfach parallele Strecken spannen.“

Ich erkenne, welche geometrischen Begriffe die einzelnen Lernenden nutzen und habe damit einen ersten Eindruck zu den Erfahrungen der einzelnen Lernenden in der Geometrie der Grundschule.

Steckbretter und Zubehör in der Mexbox

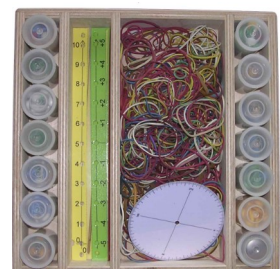
In der Mathekiste, der mathematischen Experimentierbox (Mexbox) sind ausreichend Steckbretter (Mexbretter) für eine Partnerarbeit mit der gesamten Klasse. Ein Mexbrett ist ein Sperrholzbrett mit den Maßen 240 mm x 240 mm x 8 mm. Es enthält ein Lochmuster, dass sich in 4 Gruppen unterteilen lässt:

- ein Gitter mit 11 x 11 Punkten im horizontalen und vertikalen Abstand von 2 cm,
- ein Kreis mit dem Radius 10 cm: 36 Punkte im gleichen Winkelabstand, davon 4 Punkte, die auch auf dem Gitter liegen, weiterhin 4 Schnittpunkte des Kreises mit den Diagonalen des Gitters,
- 8 Punkte außerhalb des Gitters zur Befestigung von Zusatzmaterialien.



Alle Seiten der Mexbox enthalten das gleiche Lochmuster.

Stöpsel, Gummiringe, selbsterstellte Zusatzmaterialien wie Koordinatenstreifen, Folienstreifen mit und ohne Längeneinteilung, Winkelscheiben etc. können in einem Einsatzkästchen in der Mexbox untergebracht werden. Die Broschüre zur Mexbox enthält Unterrichtsvorschläge, Kopiervorlagen für Zusatzmaterialien und Protokollblätter.



Für die weitere Arbeit mit den Steckbrettern ist eine Verständigung über die Bezeichnung der Punkte sinnvoll.

Einführung eines Koordinatensystems

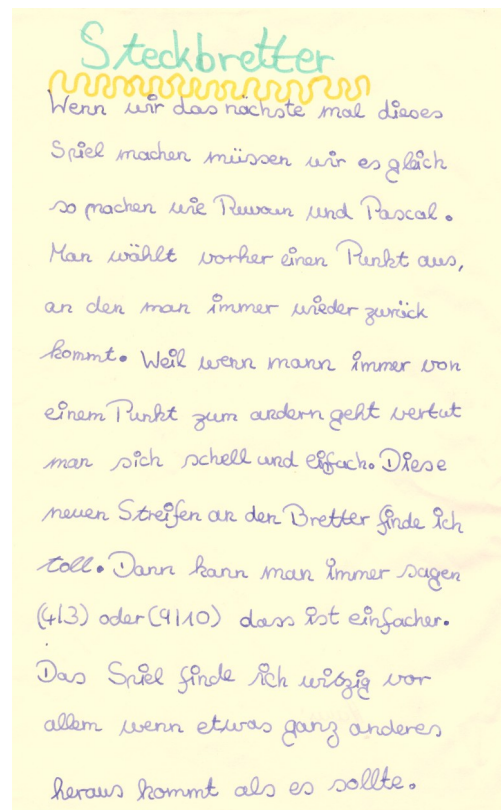
Um Lernenden die Erfahrung zu vermitteln, dass eine Verständigung über eine einheitliche Bezeichnungsweise sinnvoll ist und es mehrere Möglichkeiten hierzu gibt, bietet sich ein Rollenspiel an:

Nimm an, du hast eine Figur auf dem Steckbrett gefunden, die dir sehr gefällt. Deine Freundin in Mexdorf hat auch ein Steckbrett. Du möchtest sie anrufen und ihr deine Figur so beschreiben, dass sie die Figur nachbauen kann.

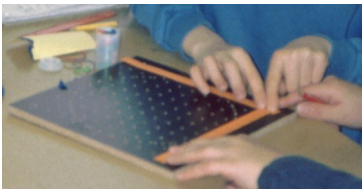
Im Klassenraum lässt sich das nachspielen, wenn Kinder auf zwei Seiten einer Stellwand oder aufgeklappten Tafel sitzen und so keine Sichtverbindung haben. Die Klasse schaut zu, sieht die zu übermittelnde Figur, nimmt die Informationen zu Positionen einzelner Stöpsel wahr und verfolgt, was die Empfängerin der Informationen damit auf ihrem Steckbrett macht. Die Kinder beobachten erfolgreiche und nicht gelungene Versuche. Beispielsweise landete ein Stöpsel auf die Anweisung „Stecke den Stöpsel in die Mitte.“ im Schnittpunkt der Brettdiagonalen. Gemeint war aber die Mitte der oberen Reihe. Oft konnten Fortsetzungsfehler bezogen auf die ursprüngliche Figur beobachtet werden, wenn die Lage des nächsten Punkts vom jeweils vorhergehenden Punkt aus beschrieben wurde.

Im Auswertungsgespräch beschreiben die Lernenden erfolgreiche und weniger erfolgreiche Strategien. Eher erfolgreich war es, wenn die Gitterstruktur genutzt wurde, z. B. „zwei nach rechts und 3 nach oben“. Auch wenn die Lage eines Stöpsels immer von dem zuerst gesetzten Stöpsel aus beschrieben wurde, kamen weniger Missverständnisse auf.

Damit wird klar, dass es eine Vereinbarung für einen gemeinsamen Bezugspunkt braucht. Mit der Koordinatenschreibweise hat man dann eine Abkürzung für die Zahl der Schritte nach rechts und nach oben von diesem Bezugspunkt aus. Hanni schrieb zu Hause einen Text zu ihren Beobachtungen mit dem sie zeigt, dass sie die Stunde nicht nur auf der kognitiven Ebene erlebt hat.



Steckbretter
Wenn wir das nächste mal dieses Spiel machen müssen wir es gleich so machen wie Ruwan und Pascal. Man wählt vorher einen Punkt aus, an den man immer wieder zurück kommt. Weil wenn man immer von einem Punkt zum anderen geht verliert man sich schnell und effack. Diese neuen Streifen an den Bretter finde ich toll. Dann kann man immer sagen (+13) oder (9110) das ist einfacher. Das Spiel finde ich richtig vor allem wenn etwas ganz anderes heraus kommt als es sollte.



Die Herstellung von senkrechten und waagerechten Koordinatenstreifen von 0 bis 10 aus Pappstreifen ist die nächste mathematische Partneraktivität:

- Ausmessen des Abstandes der Gitterpunkte,
- Übertragung auf einen Pappstreifen,
- Ausstanzen der Löcher für die Befestigungspunkte außerhalb des Gitters und für die verdeckten Gitterpunkte mit einem Lochreißer, damit alle Gitterpunkte bei der Arbeit auch genutzt werden können,
- Überprüfung des Ergebnisses und ggf. ein zweiter Versuch

Dabei zeigen und entwickeln sich motorische Fähigkeiten der Kinder.

Auch weiteres Zubehör zum Steckbrett können die Lernenden selbst herstellen, z. B. Koordinatenstreifen von 0 bis 20, 0 bis 1, -5 bis + 5, Winkelscheiben oder Schablonen für Spiele wie Mühle.

Natürliche Differenzierung: Punkte auf Geraden

„In einer Gruppe sollen die Schüler zusammen, aber jeder auf der ihm gemäßen Stufe [im Lernprozess], am gleichen Gegenstand arbeiten, und diese Zusammenarbeit soll es sowohl denen auf niedrigerer Stufe wie denen auf höherer Stufe ermöglichen, ihre Stufen zu erhöhen, denen auf niedrigerer Stufe, weil sie sich auf die höhere Stufe orientieren können, denen auf höherer Stufe, weil die Sicht auf die niedrigere Stufe ihnen neue Einsichten verschafft.“¹

Bezogen auf Koordinatensysteme befinden sich die Lernenden einer Klasse zu Beginn des 5. Schuljahres auf unterschiedlichen Stufen im Lernprozess. Für manche ist der Begriff neu, die Orientierung im Gitter ist noch nicht gegeben und die Schreibweise für die Punkte ist noch nicht vertraut. Andere hatten bereits in der Grundschule einen aktiven Umgang mit Koordinatensystemen. Übung ist nicht erforderlich. Es macht also keinen Sinn, „erst mal alle auf den gleichen Stand“ zu bringen, sondern es geht darum, ein Lernangebot zu machen, bei dem die Lernenden jeweils an ihren Kenntnissen und Fähigkeiten anknüpfen können. Dazu soll der Arbeitsauftrag „Punkte auf Geraden“ auf der nächsten Seite dienen:

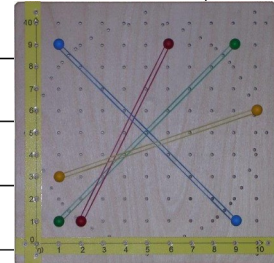
¹ Freudenthal, H.: Die Stufen im Lernprozess und die heterogene Lerngruppe im Hinblick auf die Middleschool. – In: Neue Sammlung, H 14 (1974), S. 161 – 172, S. 167

1. Steckt zu den Punkten A und B möglichst viele Punkte, die auf der Verbindungsstrecke liegen.

Schreibt die Koordinaten dieser Punkte auf.

Könnt ihr eine Regel entdecken? Schreibt alle Beobachtungen auf.

	Punkt A	Punkt B	Punkte auf den Verbindungsstrecke
a)	A(1 1)	B(9 9)	
b)	A(2 1)	B(6 9)	
c)	A(1 9)	B(9 1)	
d)	A(1 3)	B(10 6)	



2. Steckt zu den Punkten A und B möglichst viele Punkte, die auf der Verlängerung der Verbindungsstrecke liegen.

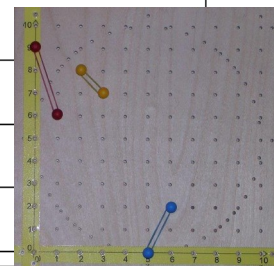
Schreibt die Koordinaten auf.

Könnt ihr eine Regel entdecken? Schreibt alle Beobachtungen auf.

Könnt ihr auch Punkte angeben, die auf der Verlängerung der Verbindungsstrecke außerhalb des Steckbretts liegen?



	Punkt A	Punkt B	Punkte auf der Verlängerungsstrecke
a)	A(3 3)	B(6 6)	
b)	A(2 8)	B(3 7)	
c)	A(5 0)	B(6 2)	
d)	A(0 9)	B(1 6)	



Arbeitsauftrag 1 ist eine strukturierte Übungsphase. Welche Punkte jeweils auf der Verbindungsstrecke liegen, ist im Inneren des Gummirings klar erkennbar. Wenn die abgelesenen Koordinaten zu einer Teilaufgabe nicht zusammenpassen, z. B. (4|4), (7|6), (10|6) bei 1d), ist Anlass für eine Überprüfung gegeben.

Es lohnt sich, typische Beobachtungen zu sammeln:

- Bei manchen Strecken ist die zweite Koordinate immer ungerade.
- Bei der blauen und grünen Strecke gibt es die meisten Zwischenpunkte.
- Bei der blauen Strecke ist die Summe immer 10.

Bei Auftrag 2 sind die Punkte der Verlängerungsstrecken zunächst nicht mehr innerhalb des Gummirings sichtbar. Die Lernenden können nun selbst weitere Hilfsmittel auswählen (Lineal, weitere Gummiringe zur Verlängerung) oder gedanklich aufgrund vielleicht entdeckter Strukturen eine Lösung finden. Die Frage nach Punkten außerhalb der Strecke ist mit

dem Steckbrett nicht mehr darstellbar. Die damit erforderliche Loslösung vom Material ist dann quasi die Brücke  zu abstrakten Überlegungen. Die Begrenztheit des Materials stellt also eine kognitive Herausforderung dar. Es ist schön zu erfahren, dass einzelne Kinder im 5. Schuljahr so die strukturellen Eigenschaften Linearer Funktionen entdecken. Auch Vorschläge zur Erweiterung des Koordinatensystems nach links und unten sind erwünscht.

Rückblick: Bewegliche Zeiger, Nagelbrettfolien, Nieten

1992 habe ich bei einem Fachtag der „Außenstelle Fulda des Hessischen Instituts für Lehrerfortbildung“ die MUED mit einem Workshop und einem Ausstellungsstand vorgestellt. Der Hauptvortrag zum Fachtag von Prof. Gerhard Hofsäß², PH Heidelberg „Effizientes Üben im Mathematikunterricht mit selbsterstellten Materialien“ und die vorgestellten Materialien haben mich fasziniert.

Eine seiner zentralen Aussage: „Mathematische Begriffe und Zusammenhänge stabilisieren sich, in dem die Lernenden Beispiele mit geeigneten Materialien variieren. Hierzu sollte der Unterricht auf die Schulung von Strategien ausgerichtet sein.“ Flexible Materialien zu Beweisfiguren können insbesondere das Allgemeine einer Aussage hervorheben und so vorbeugen, dass Lernende einen Beweis mit einer speziellen, gezeichneten Figur verbinden.

Für Verwandlungen eines Trapezes in flächeninhaltsgleiche Parallelogramme nutzte Prof. Hofsäß z. B. diese Anordnung:

Drei Seiten eines Trapezes (grüne Streifen) sind auf einer Folie mit einem Punktegitter („Nagelbrettfolie“) befestigt. Die zur Grundseite parallele Seite wird durch einen „Zeiger“ (3) dargestellt, der mit einer Briefklammer oder einem Druckknopf beweglich mit dem Karton verbunden ist. In den Mitten der beiden anderen Seiten sind ebenfalls „Zeiger“ (1 und 2) beweglich befestigt.

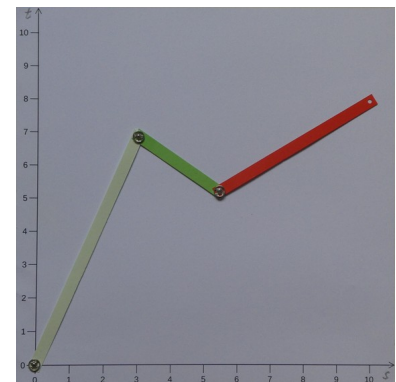


Mit Zeiger 1 kann das Trapez in ein flächeninhaltsgleiches Parallelogramm verwandelt werden. Mit den Zeigern 1 und 2 können beliebig viele flächeninhaltsgleiche Parallelogramme dargestellt werden, insbesondere auch ein flächeninhaltsgleiches Rechteck als Spezialfall. Als Kontrast:

² Mitautor des sehr anschaulichen und anspruchsvollen Lehrwerks „Kurs Mathematik“, Diesterweg

Wenn Zeiger 3 nicht parallel zur Grundseite ist, kann der Flächenausgleich mit den Zeigern 1 und 2 nicht so hergestellt werden.

Auch für die Arbeit mit Weg-Zeit-Diagrammen nutzte Prof. Hofsäß eine flexible Anordnung: Mehrere Zeiger sind durch Druckknöpfe verbunden. Ein Ende ist im Koordinatenursprung mit einem Druckknopf befestigt. Die Lernenden können nun die Darstellung z. B. als Weg zur Schule beschreiben. Hier bieten sich auch vielfältige Möglichkeiten für Partnerarbeiten: Partnerin A gibt eine Beschreibung für drei Wegabschnitte vor, Partnerin B stellt die Zeiger entsprechend ein. Partnerin A überprüft.



Prof. Hofsäß stellte zahlreiche flexible Modelle vor. Ein Assistent war gut damit beschäftigt, die Demonstrationsmodelle aus dem Nebenraum zu holen, diese an der Tafel des Vortragsraums statt des gerade vorgestellten Modells zu befestigen und dann das nächste Modell vorzubereiten.

Mit dem Vortrag lieferte Prof. Hofsäß eine umfangreiche Zusammenstellung von „Bastelarbeiten“ für die Jahrgänge 5 – 10 inklusive einer Materialübersicht zu entsprechenden Materialien für die Lernenden.³

Vorschläge für Bastelarbeiten:

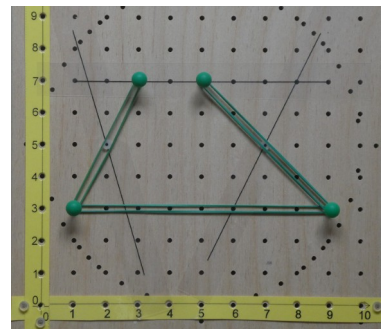
Verdrehbares Material

Verschiedene übereinandergelegte Ebenen drehbar verbunden

Thema	Anzahl Nieten	Anzahl Nagel- brett- folien	Anzahl Folien unbe- druckt	Anzahl Zeiger groß	Anzahl Zeiger klein	Platz für Bemerkun- gen
Stufenwinkel	3	-	1	2	1	
Flächeninhalt Trapez:						
1. Halbdrehungsidee (Seitenmitten)	2	-	1	-	2	
2. Halbdrehungsidee (Verdopplung)	1	-	1	-	-	
3. Halbdrehungsidee (Helm ab)	1	-	1	-	-	
Flächeninhalt Parallelogramm:						
1. Verschiebungsidee	2	1	-	-	2	
2. Halbdrehungsidee (Seitenmitten)	2	-	1	-	2	
Prozentuale Steigung	1	1	-	1	-	

Interessant war der Begriff „Nagelbrettfolien“ in der Übersicht. Im Vortrag von Prof. Hofsäß wurde ja deutlich, dass mit Nagelbrettern bzw. Geobrettern solche flexiblen Aktivitäten nicht zu realisieren waren.

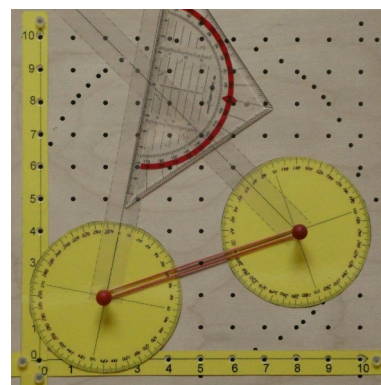
Nach einigen zeitintensiven Bemühungen mit Nagelbrettfolien und Materialien für einzelne Fragestellungen in meinen Klassen 7 und 8 gab ich auf und ersetzte die Nägel in Nagelbrettern durch Bohrungen, in die Stöpsel eingesetzt werden können.



Mathematische Experimente: Winkel in Vielecken

Mathematische Experimente als Beitrag zum Lernen von Mathematik? Es kann im Mathematikunterricht nicht darum gehen, bei Schüler*innen durch ein scheinbar genaues Experiment den Eindruck zu erwecken, ein mathematischer Satz sei bestätigt. Fruchtbar werden Experimente durch mathematische Tätigkeiten wie Messen, die Plausibilität von Messergebnissen überprüfen und dabei Größen- und Grundvorstellungen festigen, Daten sammeln und organisieren, Hypothesen bilden und Argumente für die Bestätigung oder Widerlegung einer Hypothese austauschen. Unvermeidbare Messungenauigkeiten werfen die Frage nach einem exakten mathematischen Zusammenhang auf.

Mit den Steckbrettern können Lernende z. B. dynamische Experimente zu Innenwinkeln in Vielecken machen und so auch eine dynamische Vorstellung der Winkelsummensätze erwerben. Die Abbildung zeigt eine Anordnung für Dreiecke.



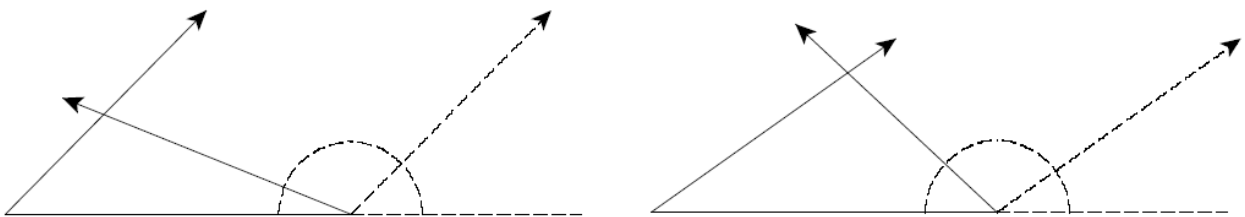
Vor der Nutzung dieses didaktischen Materials sollten Lernende grundlegende Erfahrungen zum Schätzen und Messen von Winkeln, auch mit einer Winkelscheibe, gemacht und an realen Gegenständen Beziehungen zwischen Winkeln im Dreieck beschrieben haben, z. B. beim Anstellen einer Leiter.

Wenn sich zum Zusammenhang zwischen den Winkeln im Dreieck in einer Lerngruppe kein selbständig zu planendes Experiment anbietet, könnten in einem ersten Auftrag die Lernenden den Winkel β (rechts) konstant auf 50°

halten und untersuchen, wie sich der Winkel γ (oben) bei unterschiedlichen Werten für den Winkel α (links) ändert. Vielleicht ergibt sich beim Eintragen in die Messwerttabelle eine erste Vermutung. Entsprechend kann im nächsten Experiment α konstant gehalten werden. Für die Frage nach einem grundsätzlichen Zusammenhang zwischen den drei Winkeln können die Lernenden sich selbständig für weitere Messungen entscheiden.

Erfahrungsgemäß vermuten die Lernenden jeweils eine Konstanz von Summen. Da sich die Summen der Messwerte meist um wenige Grad unterscheiden, können die Lernenden versuchen, genauere Verfahren zu entwickeln oder Vermutungen durch eine Beispielzeichnung zu bestätigen. Aber auch damit kann noch keine allgemeingültige Aussage über Winkelsummen in Dreiecken formuliert werden.

Mit einem weiteren Folienstreifen kann eine dynamisch veränderbare Beweisfigur dargestellt werden, bei der die Summe aller Dreieckswinkel jeweils 180° ergibt.

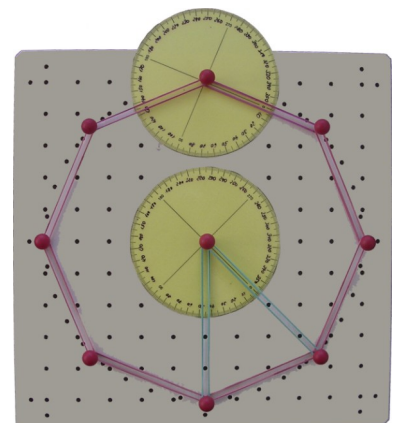


Ein solches Experiment kann zum verständnisvollen Umgang mit dynamischer Geometriesoftware beitragen, bei der aufgrund der internen Rundung die auch hier vorliegende grundsätzliche Messgenauigkeit selten erkennbar wird.

Die Lernenden können weiterhin ggf. arbeitsteilig Winkelsummen in anderen Vielecken untersuchen. Bei einer größeren Eckenzahl wird die Messung auf dem Steckbrett allerdings unhandlich. Hier bietet sich dann die Fortsetzung mit dynamischer Geometriesoftware zur Untermauerung einer gewonnenen Hypothese an, die auch damit noch nicht bewiesen ist.

Die Anordnung rechts zeigt ein Experiment zur Untersuchung des Zusammenhangs zwischen Innenwinkel und Mittelpunktswinkel in regelmäßigen Vielecken.

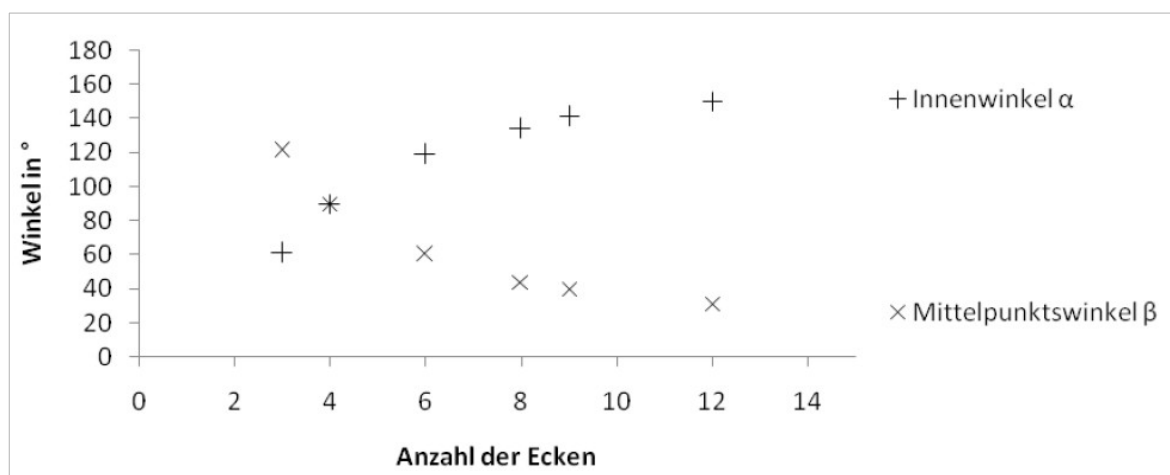
Nach einem Einstieg können die Lernenden das Experiment arbeitsteilig für einige Vielecke durchführen. Mit den 36 Punkten auf dem Kreis und den Kreispunkten auf den Diagonalen können



6 Vielecke gesteckt werden - ohne die für die Durchführung unhandlichen 18- und 36-Ecke. Hier ein mögliches Messergebnis:

Anzahl der Ecken	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Innenwinkel in °	61	90		118		136	140			151
Mittelpunktswinkel in °	121	90		59		45	39			28

Die Vermutung liegt nahe, dass die Summe von Innenwinkel und Mittelpunktswinkel 180° beträgt. Damit ist allerdings die Frage nach den Werten für die nicht darstellbaren Vielecke nicht beantwortet. Es taucht ein Interpolationsproblem auf, für das Lernende Vorschläge machen können. Eine graphische Darstellung der Funktionswerte lohnt sich:



Damit ergibt sich aus einem Winkelmess-Experiment die Chance, aus Funktionsgraphen Näherungswerte zu bestimmen und die asymptotischen Funktionen geometrisch zu interpretieren.

- Welche der fehlenden Werte existieren?
- Gibt es eine obere, gibt es eine untere Grenze für die Funktionswerte?
- Ist es sinnvoll, als Werte für ein Fünfeck die Mittelwerte für Viereck und Sechseck zu nehmen?

Wie beim Thema „Punkte auf Geraden“ eröffnen sich durch die Begrenztheit des Materials neue, auch gebietsübergreifende Fragestellungen und damit weitere Lernmöglichkeiten.

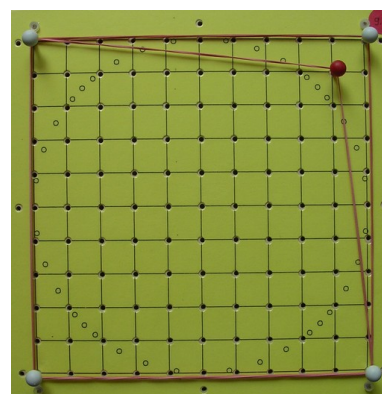
Produktives Üben: Prozente und Flächeninhalte

„Die traditionellen Aufgabensammlungen sowohl in der Grundschule wie in der Sekundarstufe I, das heißt die Zusammenstellung vieler unverbundener Einzelaufgaben zu einem bestimmten Verfahren, entsprechen der Engführung des Lernens. Die neuerdings entwickelte Konzeption „produktiver Übungsformen“ ist hingegen der Selbstorganisation des

Lernens verpflichtet. Denn die Übungen letzteren Typs beinhalten operativ variierte Serien, Übungen mit zu entdeckenden Zusammenhängen, Übungen mit unterschiedlich möglichen Lösungswegen und Begründungsmöglichkeiten. Das Ziel auch der produktiven Übungsformen ist gleichermaßen die Ausbildung eines auf Verständnis basierten, schließlich aber automatisierten Beherrschens der jeweiligen Gegenstände.“⁴

Um die Wahrnehmung bestimmter Aspekte zu unterstützen, können auf dem Steckbrett Schablonen befestigt werden. Für die Förderung und Aktivierung von Grundvorstellungen zur Prozentrechnung bietet sich ein 10 x 10-Feld als Schablone an, das 100 % repräsentiert.

Nach ersten Partnerübungen zum Darstellen oder Erkennen von Prozentsätzen können sich operativ variierte Serien anschließen. Hier entsteht eine Serie von Drachenvierecken aus dem ursprünglichen Quadrat, indem der rechte obere Eckpunkt jeweils um 1 nach links und um 1 nach unten wandert. Zur Bestimmung des jeweiligen Anteils an der Quadratfläche sind unterschiedliche Zugänge sind hier möglich: Durch Abzählen, verschiedene Zerlegungen des Drachenvierecks oder auch Aufstellen einer Formel für den

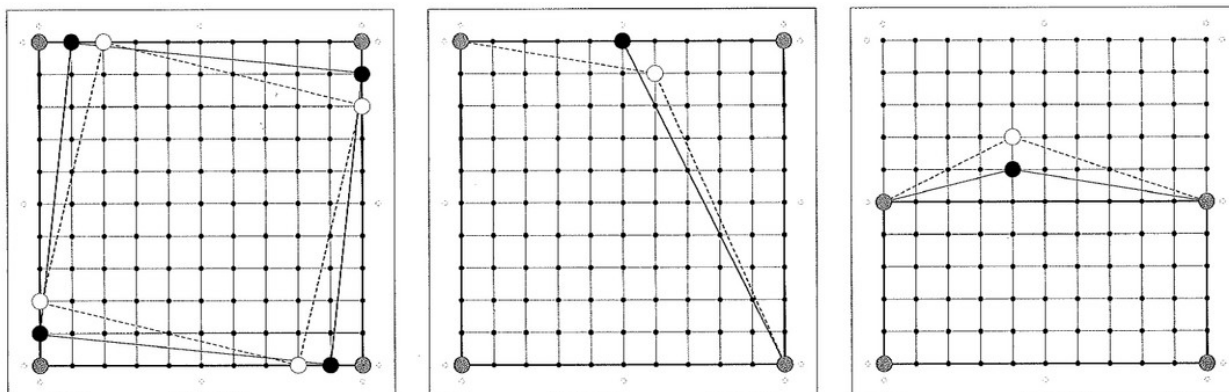


Flächeninhalt des Drachenvierecks auch für nicht darstellbare Zwischenpunkte können die Lernenden auf verschiedenen Niveaus arbeiten. In der Serie von Aufgaben geht es auch darum, den Zusammenhang der Einzelergebnisse zu erkennen. Damit ist gleichzeitig eine Selbstkontrolle gegeben: Wenn keine Struktur erkennbar ist, geht es an die Überprüfung. Beispielweise muss der Spezialfall Dreieck nach fünf Schritten in die Ergebnisserie passen. Manche Lernende fangen auch mit dem Spezialfall an und überprüfen im Folgenden eine sich daraus ergebende Vermutung für die anderen Ergebnisse.

Eine größere Herausforderung, auch in Fortbildungsveranstaltungen, ergibt sich, wenn der rechte obere Eckpunkt jeweils um 1 nach rechts und um 1 nach oben verschoben werden soll und damit die entstehenden Drachenvierecke nicht mehr auf dem Steckbrett dargestellt werden können. Wie bei „Punkte auf Geraden“ bietet die Begrenzung des Materials hier die Brücke zum Wechsel der Methode oder zu einer höheren Abstraktion.

⁴ Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung: Gutachten zur Vorbereitung des Programms „Steigerung der Effizienz des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts“, Materialien zur Bildungsplanung und Forschungsförderung Heft 60, Bonn 1997, S. 40

Mehrere ähnlich strukturierte Aufträge, auch von Lernenden selbst entwickelte, bieten sich für ein Gruppenpuzzle an:



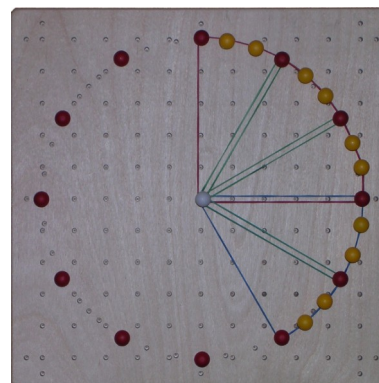
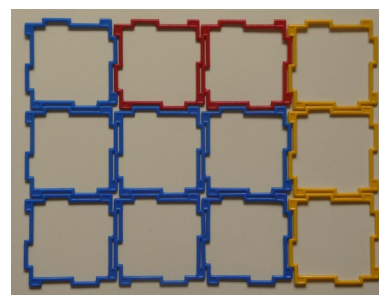
Es lohnt sich, die verschiedenen funktionalen Zusammenhänge „Anzahl der Veränderungsschritte → prozentualer Anteil“ bei diesen Beispielen zu vergleichen. Wenn Lernende beim Auftrag zu den Drachenvierecken den Flächenanteil als Funktion der Diagonalenlänge dargestellt haben, liegt die Frage nahe, auch bei den anderen Beispielen nach geometrischen Kenngrößen zu suchen, mit denen der Anteil berechnet werden – eine willkommene Vernetzung von Prozentrechnung, Geometrie und Funktionen. Auch können Lernende selbst weitere Aufgaben entwickeln.

10 x 10–Feld aus Karton für den Mathekoffer:

Klickies und Steckbretter, die ersten Produkte des MUED-Shops im Bereich „Mathematik zum Begreifen“ passen inhaltlich gut in das didaktische Konzept der Mathekoffer. (siehe Rundbrief 224, S. 4).

Klickies motivieren Kinder immer wieder und unterstützen sie in der Entwicklung von Raumvorstellung. Auch sie eignen sich für produktive Übungen, z. B. in operativ variierten Serien beim Vergrößern oder Verkleinern von Klickie-Figuren (siehe Bild auf Seite 1). Durch Verwendung verschiedener Farben können Anteile dargestellt werden.

Sie eignen sich ebenfalls zur Visualisierung des Erweiterns und Kürzens von Brüchen und deren Addition im Rechteckmodell, während die Steckbretter mit Hilfe der 36 Punkte auf dem Kreis auch die Darstellung im Tortenmodell ermöglichen.



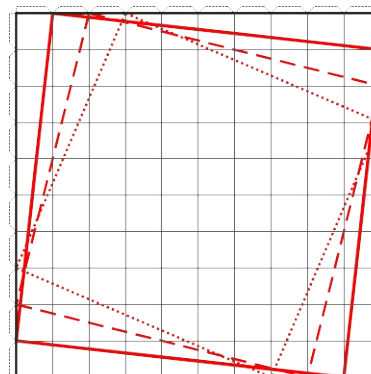
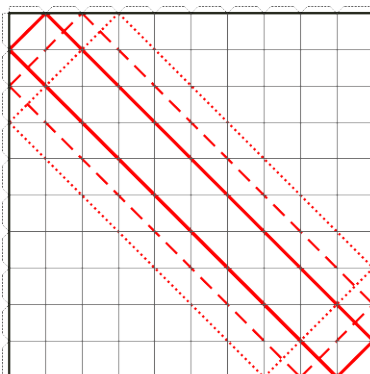
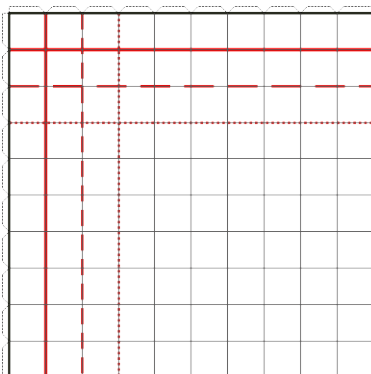
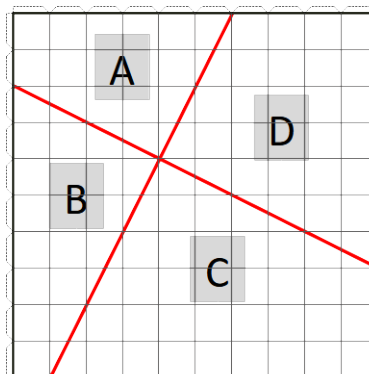
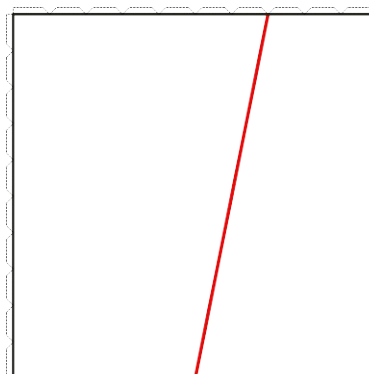
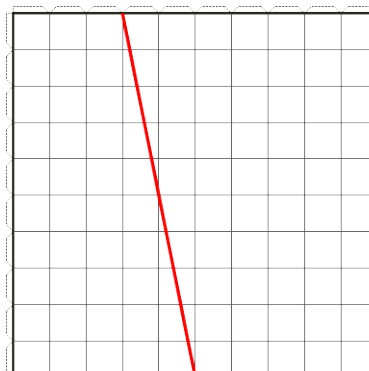
Klickies und Steckbretter im Klassensatz passen aufgrund Ihres Volumens jedoch nicht in die Mathekoffer. Um bei Dezimalzahlen und Prozente wenigstens reduzierte Möglichkeiten der Steckbretter bereitzustellen, haben wir in den Mathekoffer Dezimalzahlen und Prozente

10 x 10-Felder aus Karton mit Einkerbungen am Rand aufgenommen. Die Menge der darstellbaren Figuren ist erheblich reduziert, da Gummiringe nur zwischen Randpunkten gespannt werden können. Dabei wird das umrandende Quadrat in zwei Teile geteilt. Mit einem Gummiring werden Anteile (Brüche, Prozente) des gesamten 10 x 10-Feldes dargestellt.

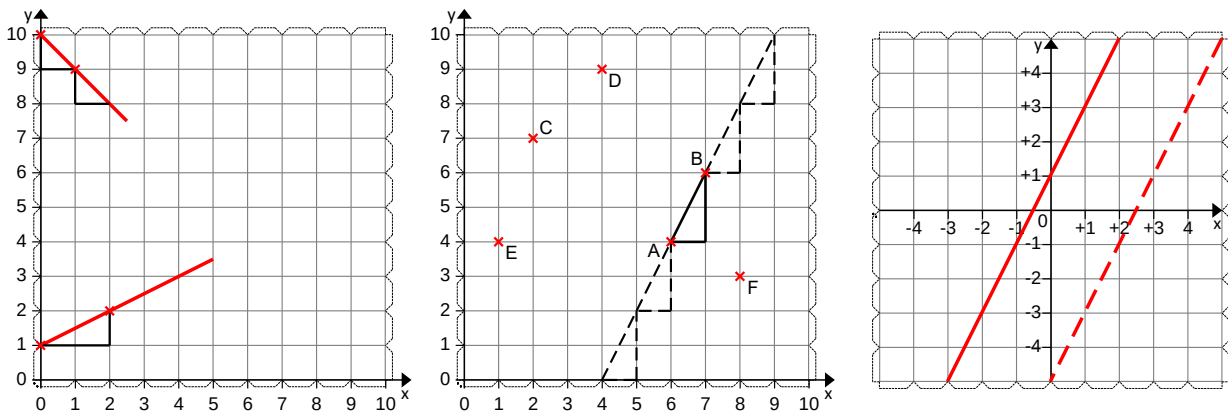
Die Rückseite des 10 x 10 – Feld enthält nur das umrandende Quadrat. Damit ist das Material für Übungen mit Partner*innen geeignet. Partnerin A teilt einen bestimmten Anteil des Quadrats ab und zeigt Partnerin B nur die Rückseite des 10 x 10-Feldes. Diese schätzt einen oder beide Anteile. Die Genauigkeit der Schätzung können die beiden mit Hilfe der Vorderseite überprüfen.

Die Schwierigkeit nimmt zu, wenn wie in der Abbildung rechts mehr als zwei Felder durch die Kreuzung zweier Gummiringe entstehen, die nicht parallel zu Quadratseiten verlaufen. Die Selbstkontrolle ist über die Summe der vier einzelnen Prozentsätze möglich. Die Lernenden können arbeitsteilig eine Kartei mit solchen Aufgaben erstellen.

Auch produktive Übungen mit operativ variierten Serien können mit dem Material durchgeführt werden. Hier ein paar Beispiele aus der entsprechenden Kartei des Mathekoffers Dezimalzahlen und Prozente:



Im Mathekoffer Funktionen wird das 10 x 10 x–Feld durch Koordinatensysteme ergänzt und für die Arbeit mit linearen Funktionen genutzt.



Perspektiven

Hier war eigentlich geplant, ein Set mit einem Steckbrett und erweitertes Zubehör als Nachfolgeprodukt der Mexbox vorzustellen. Bei der Jahrestagung der MUED im letzten Jahr lag ein Probeexemplar aus.

Die Rahmenbedingungen für die Produktion der Mexbox und der Steckbretter haben sich grundsätzlich geändert. Bei Tagungsständen und Messen werden MUED-Mitarbeiter*innen zunehmend nach digitalen Werkzeugen gefragt. Die Mexbox wird als Kiste für einen Klassensatz in Zukunft deshalb nicht mehr produziert. Für ein Einzelset mit umfangreicherem Zubehör bieten sich jedoch weitere Einsatzmöglichkeiten z. B. in der individuellen Lernbegleitung, in Differenzierungsgruppen und ggf. in der Lerntherapie oder auch als privates Experimentiermaterial. Vor einer Entscheidung hierzu müssen allerdings noch einige offene Fragen geklärt werden.

Grundsätzlich ist die Frage, ob sich der Aufwand für die Nutzung haptischen Materials angesichts der vielfältigen Möglichkeiten digitaler Werkzeuge noch lohnt. Andererseits ist für alle Schüler*innen auf ihren individuellen Lernwegen von primären Grundvorstellungen aufgrund von Handlungserfahrungen mit Alltagsgegenständen über die Nutzung haptischen didaktischen Materials sicherzustellen, dass sie mit Objekten auf einer Bildschirmfläche an vorher erworbene Grundvorstellungen anknüpfen können und verständnisvoll mit diesen Objekten und den mathematischen Funktionen der Software operieren können. Wie können hier wie beim Übergang von der Materialnutzung zur Bildung von

Vorstellungen Brücken  bereitgestellt werden, die Lernende in beide Richtungen jederzeit begehen können?

Auch der Einsatz von nichtdigitalen Veranschaulichungsmitteln stellt Unterrichtsstoff dar und benötigt deshalb Lernzeit. Deshalb folgerte Krauthausen: „Wenn der Befund [Schippers] zutrifft, dass „selbst die eingeführten Veranschaulichungen nur zu etwas 60 % wiedererkannt werden“, dann liegt es nicht zuletzt aus unterrichtsökonomischen Gründen nahe, sich auf wenige Mittel zu beschränken, deren Chancen und Möglichkeiten dann ohne Hast und ausgiebig zu erkunden wären.“ Als zentrale Auswahlkriterien empfiehlt er u. a.:

- Adäquate Repräsentanz der Struktur des mathematischen Sachverhalts
- vielfältige Einsetzbarkeit
- Fortführbarkeit und Erweiterungsfähigkeit
- einfache Handhabbarkeit und übersichtliche Strukturen
- einfache Übertragungsmöglichkeit in eine zeichenbare Darstellung
- leichte Praktikabilität beim mentalen Operieren im Kopf
- Möglichkeit zum Entdecken eigener Lösungsstrategien
- Förderung des sozialen Austauschs
- ständige Verfügbarkeit für alle Lernenden
- Verfügbarkeit einer Demo-Version für die Klasse⁵

Heute wäre wohl noch die Förderung von Bewegung im Klassenraum zu ergänzen.

Bestätigung für solche Kriterien und für ein gezieltes Miteinander von haptischen und digitalen Anschauungsmitteln in der individuellen Lernbegleitung gab es von den Teilnehmer*innen eines Workshops „Mathematik zum Begreifen“ – Chancen und Risiken eines materialgestützten Mathematikunterrichts“, den wir als Berliner MUED-Gruppe zur Junglehrertagung 2024 in Berlin durchgeführt hatten.

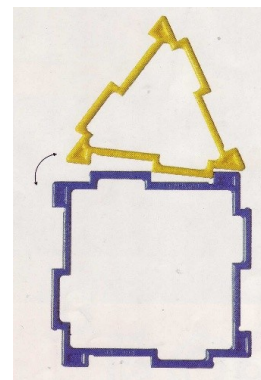
In einer arbeitsteiligen Arbeit haben die Teilnehmer*innen die Aufgaben „Innen- und Mittelpunktswinkel“ von Vielecken“ (S. 12) und die Aufgaben zu den Drachenvierecken im Quadrat (S. 14) jeweils arbeitsteilig ohne Material, mit Hilfe einer vorgegebenen Zeichnung, mit einem Steckbrett oder mit Software bearbeitet und dabei reflektiert, welche Lernchancen und welche Nachteile die Nutzung des jeweiligen Materials bietet. Die Workshopdokumentation stellen wir gerne zur Verfügung.

⁵ Nach Krauthausen, G.: Lernen Lehren Lehren Lernen, Klett; Leipzig 1998, S. 42

Geometrie in die Hand nehmen

Regina Puscher und Rüdiger Vernay

Klickies, das sind Geometriebauteile aus sehr stabilem Kunststoff. Mit Leichtigkeit lassen sich Kantenmodelle von Körpern aus Dreiecken, Quadraten, Rechtecken, Fünf- und Sechsecken zusammenbauen. Jedes dieser Kunststoffteile hat an den Rändern Aussparungen, mit denen man sie scharnierartig leicht aneinanderfügen kann. Dann sind sie um die gemeinsame Achse um bis zu 270° drehbar.



Klick - Mechanismus

Bringt man Klickies in den Unterricht mit, ist der Aufforderungscharakter fast immer so groß, dass gleich begonnen wird, mit diesen Teilen zu experimentieren. Das geschieht anfangs rein spielerisch, es werden Phantasiefiguren, Häuser oder auch kompliziertere Körper gebaut. Zum Kennenlernen ist das genau das Richtige. Man kann aber auch sehr zielgerichtet mit Klickies neue Inhalte erarbeiten oder sie in Übungssituationen verwenden. Zwei Beispiele – das erste aus Klasse 5 (Würfelnetze) und das andere aus der 10 (Verpackungen) – sollen dies verdeutlichen.

Mit Klickies bauen	Würfelnetze (1)	9
Das braucht ihr:	30 	 

Ihr wisst sicher, was ein Würfelnetz ist.
Würfelnetze können ja sehr unterschiedlich aussehen.

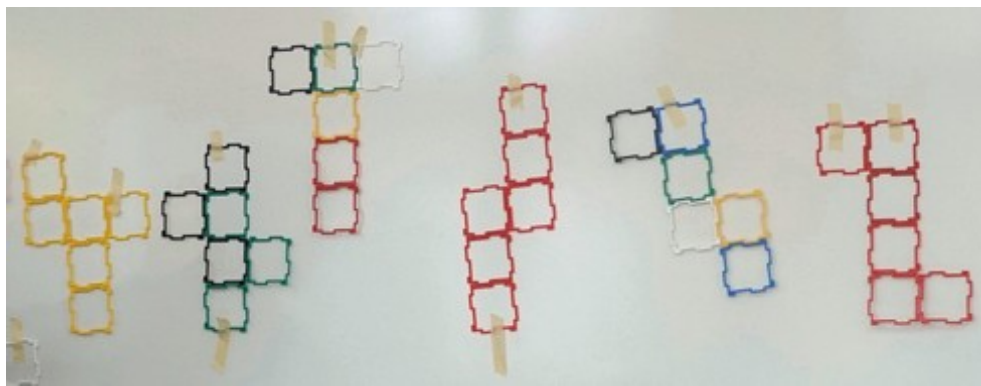
Stellt mit den Klickies möglichst viele verschiedene her.
Zeichnet eure Ergebnisse ins Heft.

Bei der Bearbeitung dieser Aufgabe⁶ müssen die Schülerinnen und Schüler vorab nicht unbedingt wissen, dass es elf verschiedene Netze gibt. Das

⁶ Vernay, R.: Mit Klickies arbeiten. MUED Nottuln-Appelhülsen 2006.

eröffnet die Chance, bei der gemeinsamen Besprechung auch systematisch zu untersuchen, ob man wirklich alle Möglichkeiten gefunden hat.

In mehreren Klassen entwickelten die einzelnen Gruppen großen Ehrgeiz, möglichst viele Netze zu finden. In der Tischgruppe von Koray sind schnell 10 Netze zusammengekommen. Allerdings stellt sich dann heraus, dass dabei einige doppelt vorkommen. Luzie und ihre Tischgruppe gehen langsamer, aber deutlich systematischer vor. Bevor ein Netz gezeichnet werden darf, soll zuerst überprüft werden, ob es schon vorhanden ist. Sie überblicken aber ebenfalls noch nicht, dass die Netze ja auch gespiegelt vorkommen können. Das versprach Spannung bei der Besprechung: Es wurden verschiedene Würfelnetze mit Tesafilm an der Tafel fixiert.



Dabei musste zunächst natürlich jeweils ganz praktisch (durch Zusammenfalten) belegt werden, dass es sich bei der angebotenen Figur wirklich um ein Würfelnetz handelt.

Anschließend sollten die Schülerinnen und Schüler sicherstellen, dass ein solches Netz noch nicht an der Tafel vorhanden war. Die abschließende Suche nach dem letzten noch fehlenden Netz war zunächst von Probieren und zufälligen Versuchen geprägt. Ich habe dann versucht, ihnen eine Suchsystematik nahe zu bringen: Gezielt an einer Grundfigur ein oder mehrere weitere Klickies-Teile ansetzen, um so dem fehlenden Netz auf die Spur zu kommen. Einige der Lernenden konnten dieser Idee folgen und halfen intensiv mit den Modellen auf ihrem Tisch mit, andere waren noch gar nicht in der Lage, die Systematik an sich zu verstehen. Ein deutliches Zeichen, wie heterogen die Gruppe war.

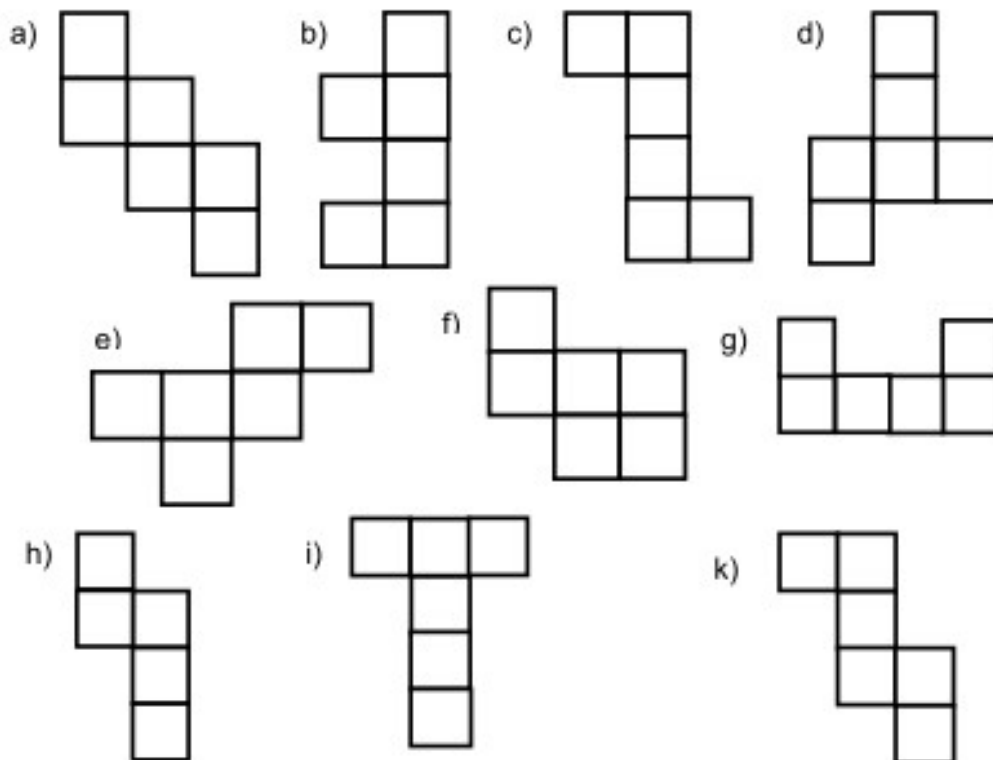
Als Fortsetzung bietet sich an, mit dem Arbeitsblatt⁷ auf der nächsten Seite verschiedene Netze genauer zu untersuchen, ob sie denn einen Würfel ergeben.

⁷ Vernay, R.: Mit Klickies arbeiten. MUED Nottuln-Appelhülsen 2006.

Mit Klickies bauen	Würfelnetze (2)				10
Das braucht ihr:		6 			•  •

Welche der gezeichneten Netze lassen sich zu Würfeln zusammensetzen?
Probiert es mit den Klickies aus.

Vielleicht könnt ihr ja bei einigen Netzen ohne Ausprobieren sagen, ob sich damit ein Würfel herstellen lässt oder nicht. Mit den Klickies lässt sich eure Vermutung dann ganz schnell überprüfen.



Wie die Klickies nach Deutschland kamen

Sie hießen gar nicht Klickies, das hat sich die MUED ausgedacht, weil wir das Wort Geoshapes wenig attraktiv für den deutschen Markt fanden. Kennengelernt haben wir diese „Bausteine“ eher zufällig. In einer Werbung oder einem Katalog (1990 gab es noch kein Internet!) entdeckten wir sie und fanden die Idee spannend, geometrische Körper durch einfaches Aneinanderklicken von Flächen herzustellen. Hersteller dieser Teile war ein Verlag, der in der Nähe von Melbourne seinen Sitz hatte. Auf unserer Australienreise machten wir auch Station in Melbourne. Was lag da näher für zwei interessierte Mathelehrer:innen als ein Besuch dort. Zurück mit reicher Beute (ein Glück nicht besonders schwer, das Reisegepäck wurde gewichtsmäßig nur geringfügig vergrößert) brachten wir sie mit nach Bremen. Erste Einsätze im Unterricht waren sehr positiv.

Umso erstaunter waren wir einige Monate später, als uns der Firmenchef – ein Österreicher – auf einer Urlaubs- und Geschäftsreise u.a. durch Deutschland kontaktierte und sich gerne mit uns treffen wollte.

Wir waren gespannt. In einem Nobelhotel trafen wir uns zum Essen und er eröffnete uns, dass er Leute in Deutschland suche, die die Geoshapes vertreiben bzw. den Vertrieb koordinieren wollten. Ob wir denn Lust dazu hätten. Natürlich dachten wir sofort an den Shop der MUED (der damals noch „BücherBunt“ hieß) und sagten erstmal ja. Es folgten Gespräche seinerseits mit dem MUED-Büro und am Ende hatte die MUED für mehrere Jahre den Alleinvertrieb der Geoshapes in Deutschland.

Wir entwickelten auf Grundlage von australischem Material Empfehlungen für den Einsatz der Klickies, erprobten die Vorschläge im Unterricht und machten daraus letztlich eine Broschüre. Das war recht hilfreich. Die Klickies selber hatten einen hohen Aufforderungscharakter, damit zu spielen und zu basteln – für Schüler:innen ebenso wie für Lehrer:innen! Aber das reichte ja nicht, um ein gutes Material gewinnbringend in den Unterricht einzubringen.

Inzwischen sind über 30 Jahre vergangen, die Klickies gibt es immer noch, sie sind nach wie vor eine Bereicherung für den Matheunterricht. Und sie sind immer noch im MUED-Shop erhältlich.

Klasse 10: Verpackungen

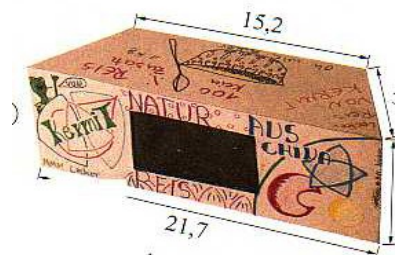
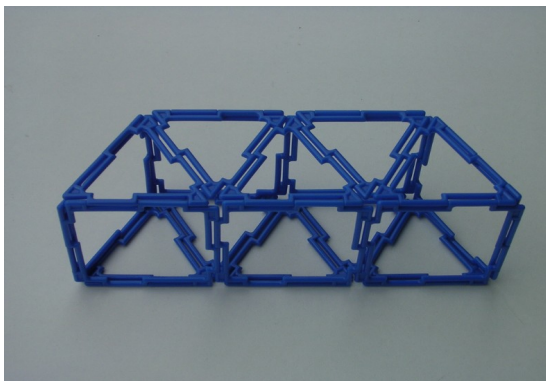
Klickies lassen sich in allen Klassenstufen verwenden. Gerade im zweiten Teil der Sekundarstufe I gibt es wieder viele Gelegenheiten, die Teile gewinnbringend einzusetzen: Körper lassen sich schnell von allen zusammenbauen, Körperdiagonalen im Quader lassen sich mit Gummibändern anschaulich demonstrieren, ebenso Körperschnitte.

In Klasse 10 helfen sie bei den spitzen Körpern: Die Flächen- und Körperdiagonalen lassen sich mit angeklebten Papierstreifen oder Gummibändern deutlich zeigen.

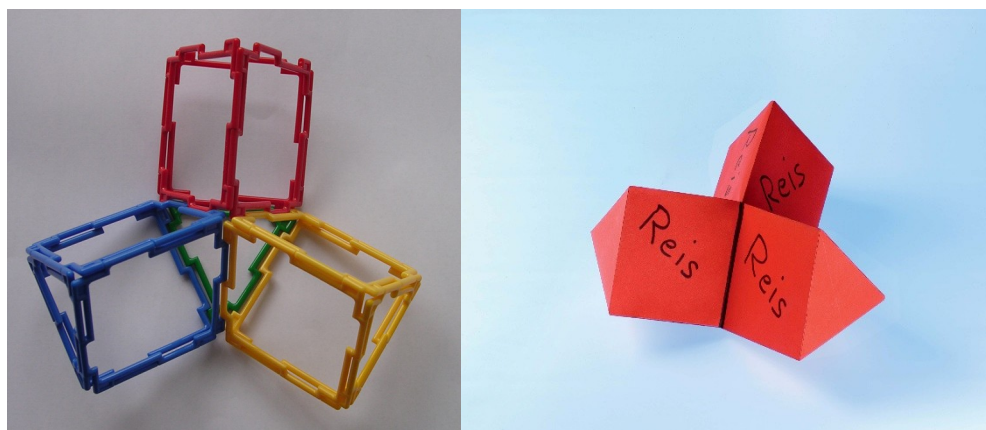
An unserer Schule gibt es seit vielen Jahren ein Projekt, bei dem die Lernenden eine außergewöhnliche Verpackung für ein Kilogramm Reis selber entwerfen und als Modell herstellen müssen. Zudem ist es ihre Aufgabe, nachzuweisen, dass ihre Verpackung nicht mehr als 15 % Luft enthält, also keine „Mogelpackung“ ist. Darüber hinaus sollen sie berechnen, wie groß der Materialbedarf ihrer Schachtel ist. Am Ende der Unterrichtseinheit werden die Ergebnisse für alle präsentiert.

In der ersten Phase entwerfen die Schülerinnen und Schüler ihre Verpackung im Unterricht. Danach müssen sie selbstständig zu Hause weiterarbeiten. Zur Unterstützung sollen sie einen Zeitplan ausarbeiten, der einmal pro Woche ein Treffen mit mir vorsieht, bei dem über den Arbeitsfortschritt und über mögliche Probleme gesprochen wird. Bei einigen sind dies 3-Minuten-Termine, bei anderen dauert es auch schon mal eine Viertelstunde.

Auf der Suche nach einer geeigneten Verpackung, die kein Quader oder Würfel sein darf, greifen viele auf die Klickies zurück und experimentieren fast wie in Klasse 5 phantasiegeleitet mit ihnen. Bald kristallisiert sich eine bevorzugte Form heraus. Nun gilt es, diese Form so zu vergrößern oder zu verkleinern, dass die Volumenbedingung (s. o.) erfüllt ist. Dabei zeigt sich dann durchaus für einige, dass ihre Form zu kompliziert ist. Das heißt, sie sind auf ihrem Niveau nicht in der Lage, den Rauminhalt der Form zu



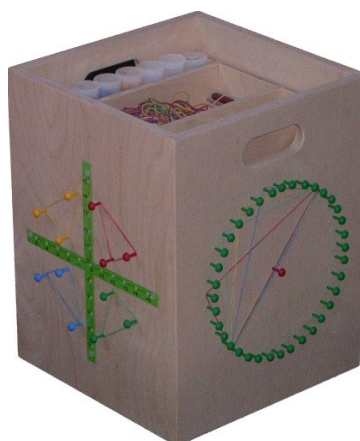
berechnen. Dann gilt es, mit Lehrerhilfe die Vorlage so zu verändern, dass sie berechenbar wird.



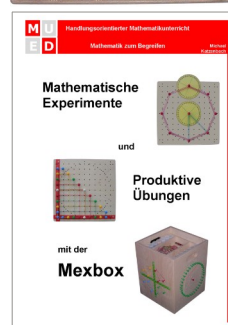
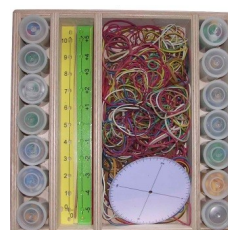
Am Ende stellen aber nahezu alle Schülerinnen und Schüler gute Ergebnisse aus, die zeigen, wozu sie in Mathematik in der Lage sind. Sie zeigen darüber hinaus, welche Kreativität in ihnen steckt. Und nicht zuletzt ist diese „Abschlussarbeit“ auch ein Beweis dafür, dass sie Lösungswege strukturiert aufschreiben können. Anstatt einer Klassenarbeit geht dann die Note für die Verpackung in die Endnote ein.

Einzelheiten zum Projekt „Verpackungen“ sind in Mathe live 10, Klett-Verlag, und im zugehörigen Lehrerband zu finden.

Mexbox mit erweitertem Zubehör



- 10 Steckbretter
- 500 große, 40 kleine Stöpsel
- 1 Locheisen 4 mm
- 12 Filmdosen
- 1 Kästchen für Zubehör
- 1 Broschüre
Unterrichtsvorschläge
Arbeitsblätter
Kopiervorlagen für Schablonen
Protokollblätter



zusätzlich

- je 10 laminierte Koordinatensysteme (in 6 Versionen)
- je 1 laminierte Schablone (100er-Feld, 400er-Feld, Kreis, Saldix)
- 3 laminierte Winkelscheiben pro Steckbrett
- 72 zusätzliche laminierte Scheiben zum Schätzen von Winkeln



Best. Nr. 20201 Sonderpreis bis 31.10.2025, solange Vorrat reicht: ~~365 €~~ **269 €**

Der Wahrscheinlichkeitskoffer im Oberstufeinsatz

Christoph Maitzen

Das erste Mal beschäftigen sich Lernende in der Regel in Klasse 7 oder 8 mit Häufigkeitsverteilungen im Rahmen von Versuchsreihen. Sie experimentieren materialgestützt mit Laplace- und Nicht-Laplace-Zufallsgeräten und führen auch mehrstufige Zufallsexperimente mit Würfel, Heftzwecke, Münze oder Losen durch. Sie lernen das Baumdiagramm mit seiner Summenregel für Zweige sowie Produktregel für Pfade als Visualisierungshilfe kennen, um auch Rechnungen besser zu verstehen.

Drei bis vier Jahre später läuft den Lernenden die Stochastik in der gymnasialen Oberstufe nochmals über den Weg. Die Lernenden haben dann nicht wirklich noch eine Erinnerung an die materialgestützten Begegnungen mit der Wahrscheinlichkeit. Nicht selten fehlen den Lernenden die grundlegenden Inhalte der Stochastik auch völlig. Scheinbar behandelt nicht jede Lehrkraft in der Sekundarstufe I die Wahrscheinlichkeitsrechnung umfänglich. Hinzu kommt, dass in der Oberstufe die Beschäftigung mit der Wahrscheinlichkeit oft mithilfe von Simulationen oder nur noch als Berechnung erfolgt.

Um diesen Dingen entgegen zu wirken, lasse ich die Lernenden in meinen Oberstufenkursen zur Einführung in die Stochastik Vermutungen zu den Wahrscheinlichkeiten der Zufallsgeräte äußern, ausgiebig mit Zufallsgeräten experimentieren und materialgestützt verstehen, was da vor sich geht. Um einen Spannungsbogen zu erzeugen und diesen gegebenenfalls über mehrere Stunden zu halten, nutzte ich den von Wolfgang Riemer als Paradigma bezeichneten Dreisatz *Spekulieren-Experimentieren-Reflektieren*.

Zuerst lasse ich meine Lernenden mit gewöhnlichen Würfeln, Heftzwecken, Holzquaderwürfel und verschiedenfarbigen Chips experimentieren. Über den Wahrscheinlichkeitskoffer hinaus würfeln meine Lernenden auch mit unterschiedlichen Legosteinen und Riemer-Würfeln. Ziel ist es, dass die Lernenden ihr Gefühl für die Wahrscheinlichkeit entwickeln bzw. es wieder zum Leben erwecken.



Bei dem einen oder anderen Zufallsgerät lasse ich, wenn es die Lernenden als spannend empfinden, auch mal 1 000 Würfe durchführen, um einen Eindruck für die relativen Häufigkeiten zu erhalten.

Im nächsten Schritt lasse ich die Lernenden in Gruppen einige Spiele mit unterschiedlichen Zufallsgeräten spielen. (Broschüre zum Wahrscheinlichkeitskoffer, S. 19, 22, 26 und 34)

Spiel/ Arbeitsblatt	Mathematischer Inhalt
Im Spielcasino	Ein Würfelroulette zur Häufigkeitsverteilung der Augensummen zweier Würfel von 2 bis 12
Wenn zwei Würfel fallen II	Grundlage ist die Häufigkeitsverteilung der Augensummen zweier Würfel von 2 bis 12. Eine Spielerin gewinnt bei den Augensummen 5, 6, 7, 8, 9, die andere Spielerin bei den anderen Augensummen.
Differenz trifft	Grundlage ist die Häufigkeitsverteilung der Differenz der Augenzahlen zweier Würfel von 0 bis 5.
Spiel mit der Wahrscheinlichkeit	Die Spieler benutzen verschiedene Zufallsgeräte, die sie alternativ (Zahlen 1, 2, 3/Heftzwecke, 6 Spielchips/Tetraederwürfel, Holzzylinder/-quader) auswählen dürfen, um möglichst als Erster ans Ziel zu gelangen.

Danach sollen die Lernenden das Spiel analysieren, um den besten Weg zum Ziel des Spiels aufzufinden. Hierzu haben Sie das Baumdiagramm mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten zu erstellen und die günstigsten Wege zu identifizieren.

Das Arbeitsblatt „Fahrscheinkontrolle“ (Broschüre S. 41) nutze ich im dritten Schritt, um die bedingte Wahrscheinlichkeit und die Vierfeldertafel zu behandeln. Die Situation ist aus dem Alltag gegriffen:

Du fährst morgens mit der Straßenbahn zur Schule, noch leicht verschlafen. Auf dem Weg stellst du fest, dass du deine Dauerkarte vergessen hast. Upps. Info: In der Straßenbahn wird auf jeder achten Fahrt kontrolliert, in der U-Bahn auf jeder fünften Fahrt.

Als zu bearbeitende Fragestellungen werden angeboten:

- Wie wahrscheinlich ist es, dass du kontrolliert und erwischt wirst?
- Am Nachmittag fährst du mit der U-Bahn zurück.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit wirst du auf der Fahrt kontrolliert?
- Wie wahrscheinlich ist es, dass du auf den zwei Fahrten genau einmal kontrolliert wirst?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommst du bei beiden Fahrten ohne Kontrolle durch?

Im vierten Schritt, um noch tiefer einzutauchen, nutze ich die Arbeitsblätter „OMA-Spiel I“, „OMA-Spiel II“, „Rote Kugel gewinnt“ und „Tennis-Match“.

MUED–Stationen für Schüler*innen verkürzen die Zeit vor der Preisverleihung Mathe im Advent

Christa Schmidt

Wir - die Berliner MUED-Regionalgruppe - sind in diesem Jahr von den Organisatoren des Mathematikwettbewerbs „Mathe im Advent“ angesprochen worden, ob wir ein Angebot für die vielen zur Preisverleihung anreisenden Kinder und Jugendlichen und auch für die begleitenden Eltern und Lehrkräfte mit MUED-Materialien zum BeGreifen machen wollen. Obwohl wir üblicherweise Informationsstände und Workshops für Lehrkräfte organisieren, haben wir den Versuch gewagt.

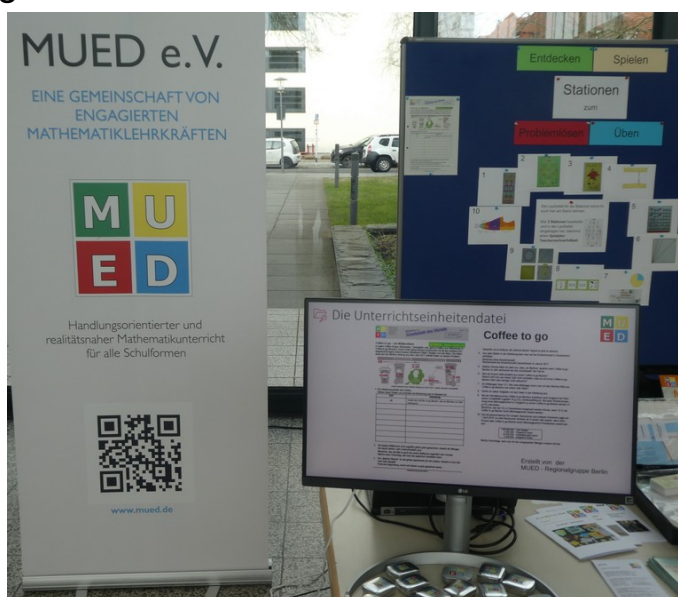
Wir haben 10 Stationen mit Materialien aus dem Mathekoffer „Dezimalzahlen und Prozente“, Klickies und Steckbrettern vorbereitet. Auf einer Stellwand haben wir einen Überblick gegeben und darauf hingewiesen, dass die Teilnehmerinnen sich einen Spielplan Taschenrechnerfußball abholen können, wenn sie zwei Stationen erfolgreich bearbeitet und dies in den Laufzettel (S. 29) eingetragen haben.



Im großen Vorraum zum AudiMax der Freien Universität Berlin wurden uns fünf Tische für die zehn Stationen aufgebaut. Vom Zeitpunkt des Einlasses der Gäste (13 Uhr) bis zum Beginn der Preisverleihung (15 Uhr) im AudiMax waren die Tische gut besucht bis umlagert, vor allem mit den Klickies wurde intensiv und von Einzelnen lang andauernd gebaut. Wir drei von der Berliner Regionalgruppe waren mit Erläuterungen, manchmal auch Hilfestellungen recht stark gefordert.



Bei einem solchen Anlass einen umfangreichen MUED-Stand wie bei großen Fortbildungsveranstaltungen aufzubauen, wäre zu viel Aufwand. Aber wir wollten natürlich auch die begleitenden Lehrkräfte, Didaktiker, Personen aus der Schulverwaltung und Journalisten erreichen. Dazu bekamen wir vom MUED-Büro den Aufsteller zur MUED, eine Auswahl an Flyern zum Verein und zu Materialien aus dem MUED-Shop, dazu eine Klickie-Kiste. Die Übersicht auf der Stelltafel sollte ebenfalls das Interesse dieser Zielgruppe wecken. Auf einem Stehtisch haben wir die Arbeitsblätter des Monats, die wir von der Berliner Regionalgruppe verfasst haben, sowie ein Infoblatt zur Berliner Regionalgruppe ausgelegt. Außerdem lief die um einige Folien ergänzte PowerPoint Präsentation der MUED zur didacta 2024 auf dem Infotisch. Wir kamen mit Lehrkräften, die z. T. die MUED bereits kannten, und Eltern ins Gespräch.



Ob sich solch ein Einsatz für die MUED direkt auszahlt, wage ich nach meinen langjährigen Erfahrungen zu bezweifeln. Doch wird die MUED bei den Lehrkräften zumindest wieder in Erinnerung gerufen oder auch nur bekannt gemacht. Wir von der Berliner Regionalgruppe wurden auf jeden Fall bei dieser Gelegenheit von der Organisatorin eines Fachtags für Mathematiklehrkräfte Berlin / Brandenburg für einen Workshop im Juli angefragt. Sie möchte die MUED in Berlin und Brandenburg bekannter machen. Wir werden einen Workshop „Bildung für nachhaltige Entwicklung im Mathematikunterricht“ anbieten, in dem wir durch die gemeinsame Arbeit mit der Grafik unseres Arbeitsblatts des Monats „Coffee-to-go“ den Teilnehmer*innen die kooperative Arbeitsweise der MUED erfahrbar machen möchten.

Wir würden uns freuen, wenn dieser Bericht dazu anregt, bei Schulfesten, Tagen der Mathematik, Tagen der offenen Tür und anderen geeigneten Anlässen Aktivitäten für Kinder und Jugendliche mit MUED-Materialien anzubieten. Unsere Materialien stellen wir gerne zur Verfügung.

Stationen der MUED

zum Entdecken, Spielen, Problemlösen und Üben

Nr.	Station	Aufgaben	bearbeitet
1	Bauen mit Klickies	Figur nachbauen oder	
		Eigene Figur bauen und beschreiben	
2	Taschenrechnerfußball Spiel für 2 Personen	2 Runden spielen	
3	1,2,3,4,... Pech! Spiel für 3 oder 4 Personen	1 Runde spielen	
4	Wo liegt diese Zahl? Übung für 2 Personen	Mit zwei Ausschnitten aus dem Zahlenstrahl jeweils 4 Schätzungen Ausschnitte: 1) 2)	
5	Rechnen mit dem 7 x 7 - Feld	Ein Spiel „Felder ausrechnen“ mit einem ausgewählten Feld ausgewähltes Feld:	
6	Flächen und Prozente	Zwei Karteikarten auswählen und bearbeiten ausgewählte Karteikarten:	
7	Prozente schätzen Übung für zwei Personen	Jede stellt 4 Prozentsätze ein und lässt die andere schätzen und	
		Prozentsatz Körpergröße schätzen und mit Prozentgummiband überprüfen	
8	Prozentquartett	Alle Quartette zusammenstellen	
9	Experimente mit Steckbrettern	Ein Blatt auswählen und bearbeiten ausgewähltes Blatt:	
10	Prozente um uns herum	Zwei Karteikarten auswählen und bearbeiten ausgewählte Karteikarten:	

Wer **2 Stationen** bearbeitet und in dieses Blatt eingetragen hat, bekommt einen **Spielplan Taschenrechnerfußball**

Grafiken der wochentaz auf der Zukunftsseite 17

Nutzungsrechte für MUED-Mitglieder

Michael Katzenbach

Woche für Woche gestaltet das Grafikerinnen-Team Anna Eschenbacher, Johanna Hartmann und Francesca Morini eine Grafik zu aktuellen Daten. Viele Kontexte haben Bezug zum Alltag von Schüler*innen der Sekundarstufe oder zu Themen, die für sie von Bedeutung sind, z. B. Schlafdauer pro Nacht, Helmnutzung beim Radfahren, Haushaltsabfälle, Artenschutz, Pro-Kopf-Verbrauch an Käse, Tierversuche in Laboren, Import von Weihnachtsbäumen, Karies bei Kindern oder auch Seepferdchen-Prüfung. Der Zugang zum Kontext ist dann meist für alle gegeben.



wochentaz, 13.07.2024, Seite 17

Die Grafikerinnen verwenden kontextbezogene Grafikelemente bei der Darstellung der Daten und wecken damit Interesse. Herausforderungen stellen sich meist bei der Analyse, da Standardformen wie Säulendiagramm, Kreisdiagramm, Stabdiagramm, Punktediagramm oder Liniendiagramm selten vorkommen oder oft in ungewöhnlicher Weise abgewandelt werden.

wochentaz-Redakteurin Luise Strothmann, verantwortlich für den Bereich „Zukunft“ hat im Oktober 2024 in Absprache mit dem Team der Grafikerinnen und der Lizenzabteilung der taz die Genehmigung für Mitglieder der MUED erteilt, diese Grafiken für den Unterricht und für Arbeitsblätter des Monats zu nutzen.

Ich sehe damit u. a. die Chance, allen Schüler*innen ein Lernangebot im Anforderungsbereich „Verallgemeinern und Reflektieren“ des Kompetenzbereichs „Mathematisch darstellen“ machen zu können.

Die Schülerinnen und Schüler ..

- ...
- analysieren und beurteilen verschiedene Formen der Darstellung entsprechend ihres Zwecks,
- interpretieren nicht vertraute Darstellungen und beurteilen ihre Aussagekraft.⁸

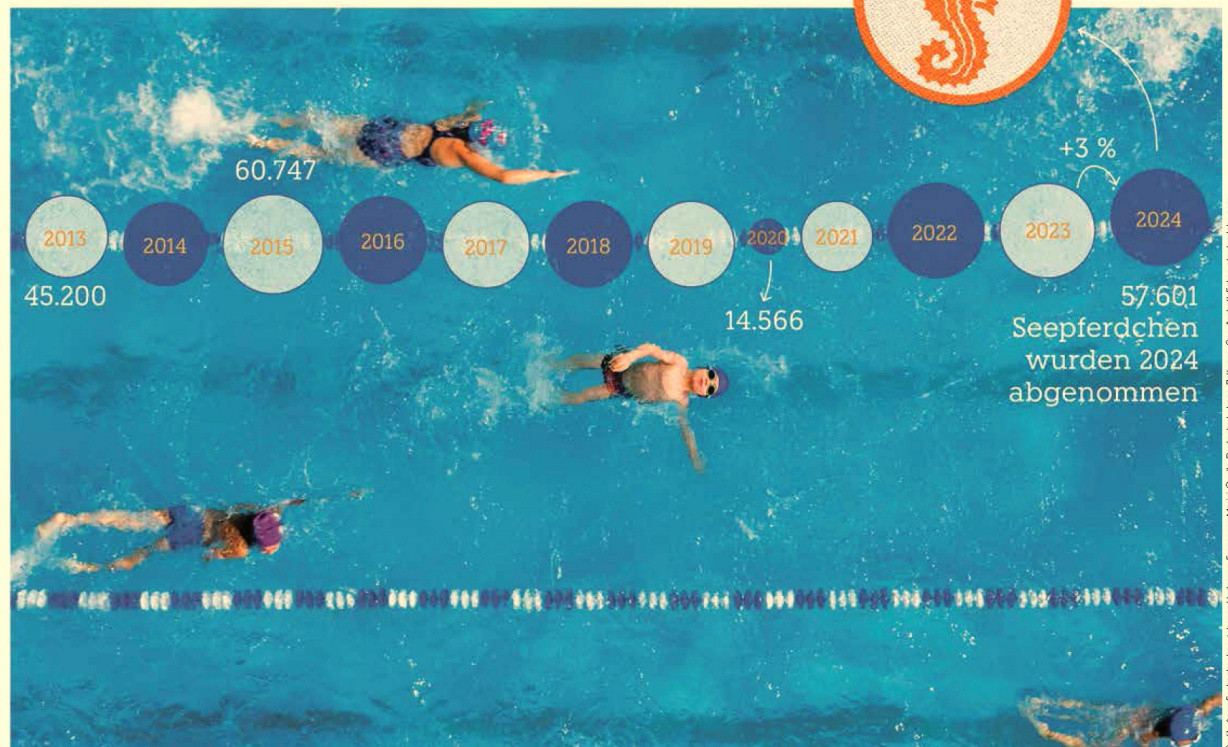
Diese Chance besteht vor allem, wenn die einzelnen Lernenden sich mit einer Grafik beschäftigen, die sie in besonderer Weise anspricht oder für deren Kontext sie sich besonders interessieren. Wenn Lernende Aufgaben zu den Grafiken selbst entwickeln, entsteht eine Sammlung für die Freiarbeit. (siehe Material 5-10-01-14 in der UE-Datenbank)

Weitere umfangreiche Erfahrungen mit Materialien aus der Zeitung finden sich in den mehr als 60 Datensätzen der Materialdatenbank unter dem Stichwort „Zeitung“.

In der nur für Mitglieder zugänglichen Materialaustauschbörse <https://www.die-MUEDen.de/MUED-material/index.php> habe ich zahlreiche wochentaz-Grafiken unter den Materialnummern 161, 162 und 163 in zip-Ordern abgelegt. Eine Ablage auf einer Cloud für die Mitglieder mit download-Möglichkeit einzelner Grafiken ist in Arbeit.

Das wochentaz – Team ist an Rückmeldungen interessiert. Für Rückfragen stehe ich gerne zur Verfügung. (m.katzenbach@posteo.de)

⁸ Bildungsstandards für das Fach Mathematik Erster Schulabschluss (ESA) und Mittlerer Schulabschluss (MSA), KMK, Berlin 2022, S. 12



die gute nachricht

Immer mehr Menschen lernen schwimmen

Es ist Freibadsaison! Wer in den kommenden Monaten nicht nur Pommes essend im Gras liegen, sondern auch mal ins Becken springen möchte, hat im besten Fall mindestens das sogenannte Seepferdchen. Das Abzeichen bescheinigt die Fähigkeit, schwimmen zu können. Nach dem coronabedingten Einbruch 2020 und 2021 haben es in Deutschland wieder deutlich mehr Menschen erworben. 2024 stellte die Deutsche Lebens-Rettungs-Gesellschaft (DLRG) 57.601 Seepferdchen aus. Seit 2013 absolvierten nur im Jahr

2015 mehr Menschen (60.747) die Prüfung. Dass die Anzahl der Abzeichen steigt, liegt laut DLRG daran, dass es in den vergangenen Jahren mehr Kurse gab. Genug sind es allerdings immer noch nicht, der DLRG zufolge sind die Wartelisten vielerorts lang. Den positiven Trend beim Schwimmenlernen gefährdet in Deutschland außerdem ein weiteres Problem: Aufgrund klammer Gemeindekassen schließen gerade in kleinen Orten viele Schwimmbäder, andernorts steigen Eintrittspreise und Kursgebühren.

wochentaz, 10.05.2025, Seite 17