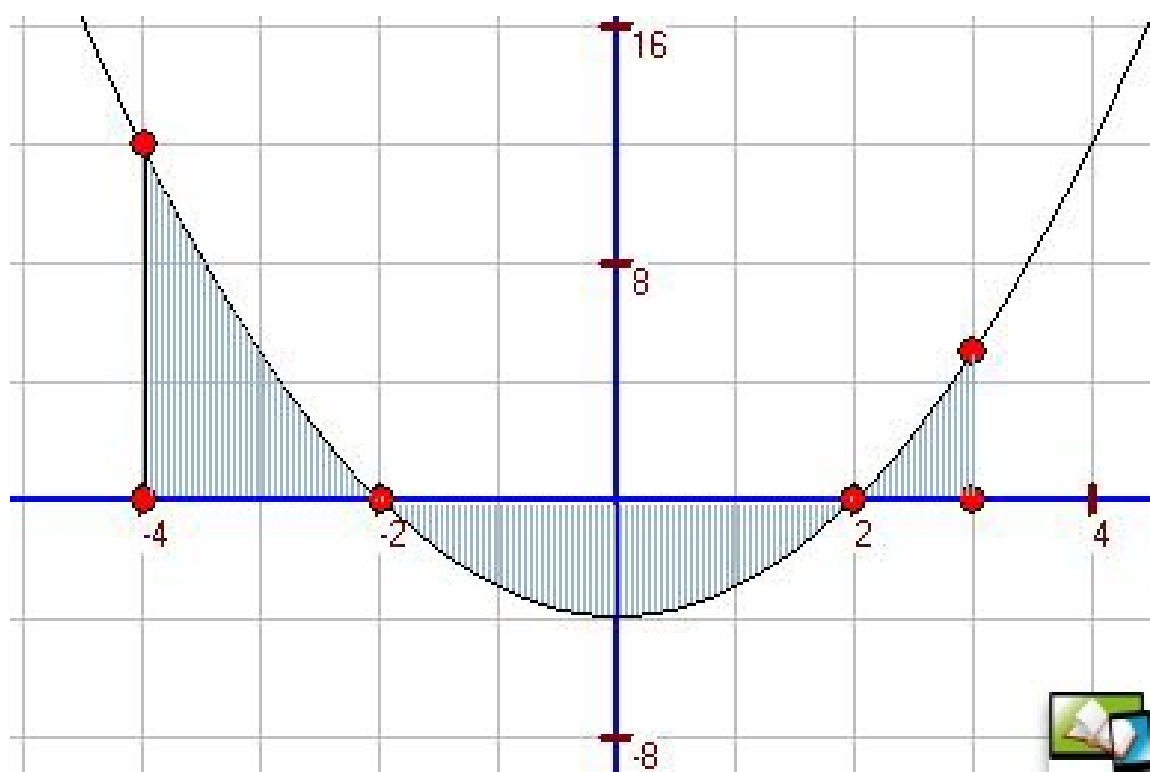


Rundbrief 217

1/2021



Das Net-Mathebuch

Ein digitales Online-Schulbuch
für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	3
Nutzung des Buches	
• Das Buch, Gastzugang, Bestellung	4
• Handling	7
• Nutzerverwaltung	9
Aufbau des Buches	
• Aufbau der Kapitel: Check, Erforschen, Lehrtext, Basisaufgaben, Aufgaben 1, Aufgaben 2, Vertiefung, Struktur von Oberkapiteln und besondere Kapitel	13
• Genauer: Funktion der Erforschen-Seiten	23
• Unterschiedliche Funktion der Geogebra-Apps	27
• Weitere dynamische Elemente	31
Wissenschaftliche Begleitung	
• Projekt in NRW: KomNetMath	36
• Potenziale und Merkmale eines digitalen Mathematikschulbuchs	41
Ergänzung zum Be-Greifen: Das 3-D-Modell	43
... die letzte Seite	44

Impressum

Der MUED-Rundbrief erscheint vier Mal im Jahr in Münster mit einer Auflage von 800 Exemplaren.

MUED e.V., Windthorststr. 7, 48143 Münster

Tel. 0251-97957799, Fax: 0251-97957797

E-Mail: mued.ev@mued.de, <http://www.mued.de>

Redaktion dieses Rundbriefs: Heinz Boer

Redaktion des nächsten Rundbriefs: Gerti Kohlruss / Volker Eisen

Einleitung

Viele Kolleginnen und Kollegen nutzen in ihrem Mathematikunterricht den Rechner, besonders um dynamische Elemente für den Unterricht zu nutzen. Unsere vielen kleinen, aber isolierten Bemühungen wollten wir bündeln – in einem Schulbuch, das nur im Internet verfügbar ist.

Herausgekommen ist das Net-Mathebuch.

Besonders die Möglichkeiten dynamischer Elemente und die Gelegenheit, ernstzunehmende Anwendungssituationen und aktuelle Themen in den Mathematikunterricht einzubringen, wollen wir nutzen; und den Vorteil, dass wir nicht auf Seitenzahlen achten müssen, die zwischen zwei Buchdeckel passen. Das bedeutet u.a., dass Lösungen, die wir anbieten, verständlich ausführlich sind und nicht nur aus der Lösungszahl bestehen.

Das Buch enthält inzwischen den Standardstoff der Oberstufe und einiges mehr. Aber es ist nicht „fertig“. Wir überarbeiten die Kapitel immer wieder, da uns doch gelegentlich Neues einfällt, das noch eingebracht werden kann.

Wir überlegen aktuell z.B., kurze Videos (mit Sprache und gelegentlichem Gesichtzeigen) aufzunehmen, weil viele Schüler-innen darauf positiver reagieren als auf Texterklärungen und abgebildete Rechnungen, auch wenn sie dynamische Elemente enthalten.

Das zeigt, dass wir noch nach weiteren Mitarbeiter-innen suchen. Wenn du Lust und Zeit hast, melde dich bitte.

Autoren sind derzeit:

Antonius Warmeling, Hagen

Berthold Hufnagel, Ibbenbüren

Burckhard Müller, Recklinghausen

Egbert Hüster, Osnabrück

Heinz Böer, Nottuln-Appelhülsen

Jürgen Zumdick, Herne

Klaus Dingemann, Münster

Maxim Brnic (als wissenschaftlicher Begleiter), Münster

Das Buch, Gastzugang, Bestellung

Die Idee, ein ausschließlich im Internet verfügbares Lehrwerk für den Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe zu verfassen, entstand im Jahr 2015. Das damals Net-Mathe**buch** genannte Werk hat sich entwickelt. Heute ist es eine systematische Zusammenstellung interaktiver Lehr- und Lernseiten, die Inhalte zur Verfügung stellen. Damit ist es ein idealer Partner von Lernplattformen, die ja erstmal ohne Inhalte aufgesetzt werden. Net-Mathebuch will auch keine Lernplattform sein, weil sich die Lehrkräfte jeder Schule auf **eine** Lernplattform einigen müssen, und weil es nicht sein kann, dass jedes Fach in einer Schule eine andere Lernplattform verwendet. Das Net-Mathebuch ist aber auf jeden Fall viel mehr als ein Buch – mit über tausend Seiten wollte es auch keine Schülerin bzw. kein Schüler in der Tasche tragen.

Was kann das Net-Mathebuch mehr als ein Buch?

- Es kann immer **aktuell** sein:
Tagesaktuelle Themen wie zur „Coronamathematik“ werden kurzfristig eingepflegt. Jeden Morgen gibt es die neuesten Daten. Es orientiert sich an den aktuellen Abiturvorgaben und aktuellen Abituraufgaben.
In jedem Halbjahr wird vom Autorenteam ein Bereich überarbeitet und aktualisiert.
- Es kann **besondere Materialien** bieten – mehr als zwischen zwei Buchdeckel passt.
Besonders aufbereitete Materialien zum eigenverantwortlichen Arbeiten, Aufgabenmaterial zur Binnendifferenzierung und verschiedene Zugänge werden zusätzlich angeboten.
Mit passenden Verweisen wird auf Basiswissen aus der Sekundarstufe I verlinkt.
- Es kann **interaktive** Materialien anbieten wie Videos, Diashows, Lückentexte, Multiple-Choice-Aufgaben, interaktive Zuordnungen, Simulationen und Experimente anbieten. Mehr als 100 interaktive Geogebra®-Apps sind integriert, und jede Woche kommt eine neue hinzu.
- Es kann **kommentierte Lösungen** zu allen Aufgaben anbieten. Die Lehrkraft kann festlegen, wann sie für ihre Schüler*innen sichtbar sind.
- Es kann interaktive **Selbsttests** und **Verständnischecks** zu Lernkontrolle anbieten.
- **Ergänzende Arbeits- und Aufgabenblätter** kann jede Lehrkraft zusätzlich hochladen. Diese können genau nur die von ihr unterrichteten Schüler*innen ansehen oder herunterladen.

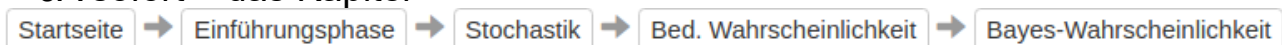
- Selbstverständlich kann man den integrierten **Taschenrechner** oder **Funktionenplotter** nutzen.
- Es kann eine **schnelle Suchfunktion** anbieten, so findet man ein Thema auch ohne Inhaltsverzeichnis oder Stichwortregister.
- Man kann **Lesezeichen** setzen und beim Öffnen des Buches startet man auf der Seite, die man beim Schließen aufgeschlagen hatte.
Und da es immer mit dem Internet verbunden ist, kann man auch auf die eigenen Lieblingsseiten verlinken.
- Man kann als Lehrkraft viele Hinweise auf Lehrpläne, ergänzende Materialien, Klausuraufgaben, Facharbeiten, Langzeitaufgaben und mehr in einem geschützten Bereich zu jedem Thema zurückgreifen.

... und was kann das Net-Mathebuch weniger als eine Lernplattform?

- Man kann darin keine Notizen machen.
- Man kann damit keine eigenen Texte teilen.
- Man kann damit keinen Online-Chat mit Bild- und Tonübertragung organisieren.
- Man kann damit keine Leistungskontrollen durch die Lehrkraft automatisieren, weil keinerlei persönliche Daten gespeichert werden. Ein Test ist nur solange ausgefüllt, wie er am Bildschirm sichtbar ist.

Kann man das ausprobieren?

JA sofort – das Kapitel



ist für alle Benutzer*innen ohne Einschränkungen einsehbar.

Das Net-Mathebuch findet man unter <https://m2.net-schulbuch.de>

Auf jeden Fall sollte man zuallererst auf der Startseite den folgenden Button drücken:

Hinweise zur Nutzung dieses digitalen Buches

Einen kostenlosen Gastzugang für 4 Wochen erhalten Lehrkräfte, wenn sie sich mit vollständiger Schuladresse identifizieren, indem sie eine Email schreiben mit dem Betreff Net-Mathebuch an gastzugang@net-schulbuch.de

Für Lehrkräfte, die mit ihren Kursen am Forschungsprojekt KomNetMath der UNI-Münster teilnehmen, ist der Zugang auch für die Schüler*innen kostenlos.



KomNetMath
Ein Projekt zur Erforschung der Nutzung eines digitalen Schulbuchs mit integrierten digitalen Werkzeugen

KomNetMath
© Net-Schulbuch.de, AG Greefrath

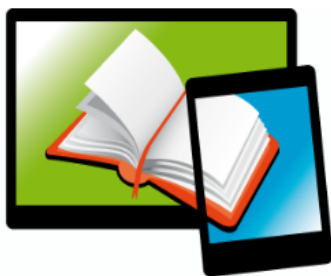
Alle Zugänge werden im Schuljahresabo für 3€ (das entspricht ungefähr dem Preis eines Mensaessens) pro Schüler*in vergeben. Mindestbestellmenge 20 Zugänge. In der Mindestmenge sind 2 Zugänge für Lehrkräfte enthalten. Empfohlen werden Jahrgangsstufen- oder Schulaccounts mit je einem Zugang für eine Lehrkraft pro 10 Schüler*innen-Zugängen.

Für die Einrichtung eines Zugangs für eine Lehrkraft ohne Schüler*innen werden 20 Euro berechnet.

Die Bestellung erfolgt ONLINE oder mit einer Email an benutzerverwaltung@net-schulbuch.de

Und dann gibt es noch das Net-Informatikbuch für die Sekundarstufe II unter if2.net-schulbuch.de.

Und im nächsten Jahr ist dann auch if1.net-schulbuch.de für den Informatikunterricht in der Sekundarstufe I fertig.



Net-Mathebuch

ist ein Produkt der

net-schulbuch.de gemeinnützige UG (haftungsbeschränkt)
Poststraße 38
49477 Ibbenbüren
Telefon: +49 5451 73102
E-Mail: info@net-schulbuch.de
Internet: www.net-schulbuch.de

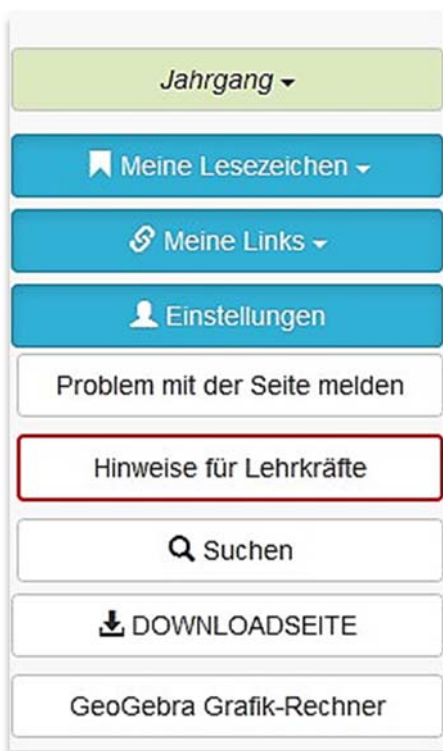
Handling des Buches

a) Kopfmnü



Mit dem Hamburger Button rechts schaltest du das Menü auf der linken Seite an und aus, mit dem Icon meldest du dich ab. Wichtig ist das Eingabefeld links von GO. Da es im Net-Mathebuch keine Seitenzahlen gibt, hat jede Seite einen **net-code**, mit dem man sie direkt anspringen kann.

b) Seitenmenü



Auf der linken Seite befindet sich das wichtigste Menü. Oben (grüner Balken) kannst du die Jahrgangsstufe aussuchen und dich durch die weiteren Menüebenen (blau, rot gelb) klicken. Du kannst aber auch auf der Jahrgangsebene bleiben. Dort ist ganz oben ein **Inhaltsverzeichnis**, von dem man in jedes Kapitel gelangen kann. Unter **meine Lesezeichen** kannst du dir Seiten merken. Die aktuelle Seite wird beim Ausloggen automatisch eingetragen, so dass du beim nächsten Start direkt dort weitermachen kannst, wo du aufgehört hast.

Über **meine Links** kannst du URLs merken, die du häufiger außerhalb des

Net-Buchs benutzt.

Unter Einstellungen administrierst du deine Schülerinnen und Schüler. Du kannst z.B. einstellen, ob sie die Lösungen sehen dürfen oder nicht. Das kannst du für jeden Einzelnen oder auch den ganzen Kurs einstellen, aber nicht für bestimmte Aufgaben.

Mit **Probleme mit der Seite melden** kannst du ganz schnell dem Autorenteam eine Nachricht schicken, z.B. wenn etwas unklar ist oder du einen Fehler findest.

Hinweise für Lehrkräfte enthalten didaktische Überlegungen oder Hinweise auf die Kernlehrpläne. Sie können von SuS nicht eingesehen werden.

Wenn du dich im Reiter Aufgaben befindest, gibt es auch einen Button **Lösungen**, der sehr ausführliche Beschreibungen der erwarteten Leistungen enthält. Schüler erhalten nur Zugriff, wenn du das einstellst.

Mit **Suchen** kannst du die Seiten nach bestimmten Begriffen durchsuchen.

Auf **DOWNLOADSEITE** können deine SuS zusätzliche Dateien herunterladen, die du vorher mit dem **UPLOAD**-Button (hier noch nicht sichtbar) nur für sie hochgeladen hast.

Mit **GeoGebra Grafik-Rechner** kommst du auf eine Seite, in der ein Grafik-Rechner und ein 3D-Rechner vorbereitet sind. Zusätzlich findest du einen Reiter alle APPs, hinter dem sich eine Liste aller im Buch genutzter Applikationen verbirgt.

c) Schwebende Button



Auf jeder Seite findest du unten diese schwebenden Button. Sie ermöglichen von links nach rechts: Sprung zur GeoGebra-Seite, Aufruf Taschenrechner, Drucken der Seite, Suchen und Vergrößern auf Bildschirmgröße.

Mit dem **Drucken** – Button kannst du deinen SuS auch einzelne Lösungen zukommen lassen. Dazu druckst du die Seite mit einem pdf-Drucker und lädst dann die Datei hoch. Nur die dir zugeordneten Lernenden können sie finden. Wichtig: Vor dem Drucken, musst du alle Drop-Down-Panel (die häufig im Buch verwendet werden) aufklappen, deren Inhalt zu sehen sein soll.

Nutzerverwaltung

„small is beautiful“

Im Jahr 2020 haben wir zu Beginn der Coronakrise 15.000 zusätzliche Zugänge kostenfrei für Schüler*innen zur Verfügung gestellt. Nach welchen Prinzipien verwalten wir eine so große Zahl von Zugängen?

Prinzip 1: **Den Verwaltungsaufwand minimieren**

Wir vergeben ausschließlich Zugänge an sogenannte Kontoinhaber*innen.

Eine*e Kontoinhaber*in kann bis zu 999 Unterzugänge verwalten. Er*sie ist für alle Verwaltungsvorgänge zu seinem*ihrem Konto verantwortlich. Damit liegt die Vergabe von untergeordneten Zugängen in der Hand des*r Kontoinhaber*in. Er*sie ist Administrator*in. Die ihm*r zugewiesene Kontonummer ist fünfstellig. Net-Schulbuch.DE schickt also ein Zugangsnummernkontingent an die Schule. Jede Zugangsnummer ist gültig für ein Buch, so wie die Buchhandlung die bestellten Bücher schickt, die dann in der Schule verteilt werden.

Jeder fünfstelligen Kontonummer sind siebenstellige Zugangsnummern für Lehrkräfte zugeordnet und achtstellige Zugangsnummer für Schüler*innen.

Der*ie Administrator*in verteilt zuerst die Zugangsnummern für die Lehrkräfte. Jeder Lehrkraft teilt sie dann Zugänge für Schüler*innen in der benötigten Anzahl zu.

Das sieht nach viel Arbeit aus, ist aber tatsächlich sehr einfach.

Für jede Lehrkraft wird die Emailadresse eingetragen und eine automatisch erzeugte Email mit dem Passwort an die Lehrkraft gesandt. Die Lehrkraft trägt weitere Daten selbst ein und ändert vor Allem das erhaltene Passwort. Mit dieser automatisch erzeugten Email sind auch schon die Zugangsnummern für die Schüler*innen bei der Lehrkraft „angekommen“, d.h. die Lehrkraft kann diese in ihrem eigenen Verwaltungsbereich sehen.

Die Lehrkraft kann nun für alle ihre Zugänge ein Einheitspasswort für den „Erstzugang“ einstellen und dann die Zugangsnummern im Unterricht verteilen. Die Schüler*innen tragen dann beim ersten Login ihre Daten ein und ändern sofort das Passwort.

Prinzip 2: **Nur notwendige Daten erfragen und noch weniger speichern**

Jede*r Benutzer*in ist genau durch die von uns vergebene Benutzernummer identifiziert

Wir speichern mindestens 5 Einzeldaten zu jedem Benutzer:

Benutzernummer, Passwort (verschlüsselt), Benutzergruppe, Net-Buch, Bundesland

Zusätzlich werden optional erfasst: Anrede, Name, Vorname, Emailadresse, Benutzernummern von maximal zwei zugeordneten Lehrkräften.

Prinzipiell muss sich kein*e Benutzer*in des Net-Mathebuchs zu erkennen geben. Jede*r kann sich einen Fantasienamen geben und auch eine gerade neu erstellte Emailadresse. Für die Lehrkraft ist es nur wichtig, dass sie diese zuordnen kann. In vielen Fällen empfehlen Lehrkräfte als Nachnamen die Kursbezeichnung zu verwenden und als Vornamen die Initialen anzugeben. Die Emailadresse sollte aber vorhanden sein und auch abgefragt werden. Über sie werden wichtige Informationen des Systems wie z.B. neue Passworte versandt.

Net-Schulbuch.DE hat kein Interesse an Daten von Lehrkräften oder Schülern*innen.

Die Daten der Kontoinhaber*innen, Bestell- und Zahlungsvorgänge werden von Net-Schulbuch.DE auf einem nicht über das Internet erreichbaren System verwaltet.

Prinzip 3: Es darf Ausnahmen geben, aber nur wenige.

Eine traditionelle Ausnahme ist das **Konto für eine einzelne Lehrkraft**. Immer wieder fragen Lehrkräfte nach einem Zugang, um einmal für einen längeren Zeitraum zu schnuppern oder das Net-Mathebuch zu nutzen, ohne es im Unterricht einzusetzen oder nur um die enthaltenen APPs mit dem Beamer im Unterricht zu präsentieren.

Dieser Einzelzugang ist für Net-Schulbuch.DE verwaltungsmäßig genauso aufwändig, wie ein Zugang für eine ganze Schule oder eine Jahrgangsstufe. Deshalb ist er verhältnismäßig teuer.

Manchmal wünschen sich diese Lehrkräfte dann doch zusätzliche Zugänge für ihre Schüler*innen.

Deshalb haben wir die Möglichkeit geschaffen, auch solchen Zugängen nachträglich Zugänge für Schüler*innen zuzuordnen.

Eine weitere traditionelle Ausnahme sind kostenlose **Zugänge für die Lehrerausbildung**.

Fachleiter*innen erhalten diese kostenlos für ihre Referendare*innen zusammen mit einem Kontingent frei vergebbarer Zugänge für Schüler*innen zur Erprobung im Unterricht.

Die dritte Ausnahme sind **Gastzugänge**. Sie sind in erster Linie für Veranstaltungen gedacht und sind maximal 3 Wochen gültig.

Prinzip 4: **Keine dicken Handbücher – alles sollte selbsterklärend sein.**

Zu jedem Administrationsvorgang gibt es eine „Schritt für Schritt“-Erläuterung. Diese ist in die Administrationsschnittstelle integriert.

In allen Formularen gibt es Hinweise, auf die man für weitere Erläuterungen klicken kann.

Drei Beispiele für Erläuterungen haben wir nachfolgend abgedruckt.

Hinweise für Administratoren*innen

Zuerst sollten Sie die Lehrkräfte inrichten (Menü: Lehrkräfte verwalten). Ordnen Sie sich selbst bitte zuerst einen eigenen Zugang für eine Lehrkraft zu. Wir empfehlen dafür die Verwendung der höchsten Zugangsnummer.

Es reicht, wenn Sie im Bearbeitungsformular Namen und E-Mailadresse eingeben und den Schalter "Daten übernehmen UND ein neues Passwort per E-Mail senden" betätigen.

Beginnend mit der höchsten Zugangsnummer sind den Lehrkräften jeweils 25 Schüler*innen zugeordnet - soweit Zugänge vorhanden waren.

Diese Zuordnung können Sie beliebig ändern. Dazu verwenden Sie das Tool "Lehrkräften freie Zugänge zuordnen" aus dem Menü "Lehrkräfte verwalten".

Jedem*r Schüler*in können zwei Lehrkräfte zugeordnet werden. Der*ie Schüler*in taucht dann in den Gruppen beider Lehrkräfte auf. Die Zuordnung einer zweiten Lehrkraft können Sie nur über die Tools im Menü "Schüler*innen verwalten" vornehmen.

Nach Ablauf der Gültigkeitsdauer werden die der Zugänge automatisch deaktiviert. Die Zugangsdaten bleiben aber noch ein halbes Jahr erhalten, so dass Sie die Zugänge wieder reaktivieren können. Der Administrationszugang ist aus genau diesem Grunde länger gültig, als die Zugänge der Lehrkräfte und Schüler*innen.

Hinweise zum Menü "Lehrkräfte verwalten"

Lehrkräfte/Kurse verwalten ▾

Schüler*in


Das aufgeklappte Menü stellt sich wie abgebildet dar. Weitere Optionen - insbesondere die Möglichkeit, Kurse einzurichten - sind geplant.

Lehrkräfte verwalten

Lehrkräften "freie" Zugänge zuordnen

Lehrkräfte ... verwalten: zeigt Ihnen in einer Tabelle alle Lehrkräfte zusammen mit den wesentlichen Zugangsdaten an, die Ihrem Account zugeordnet sind.

Mit einem Klick auf das "Bearbeiten"-Symbol in der ersten Spalte können Sie diese Daten bearbeiten.

Wichtig ist, dass die Felder für Name, Vorname und Email ausgefüllt sind. Weitere Angaben und -Hinweise dazu finden Sie im Formular.

Lehrkräften freie Zugänge zuordnen: ist das ideale Tool zur ersten Verwaltung von Zugängen für Schüler*innen. Hinweise zum Gebrauch finden Sie im zugehörigen Formular.

Hinweise zum Menü "Schüler*innen verwalten"



Die vorhandenen Optionen des Menüs sind abgebildet.
Weitere Optionen - insbesondere zur Vereinfachung der Zuordnung von Schülern*innen zu Lehrkräften - sind geplant.

Einzelne Schüler*innen ... verwalten: zeigt Ihnen in einer Tabelle alle Schüler*innen zusammen mit den wesentlichen Zugangsdaten an, die Ihrem Account zugeordnet sind.

Mit einem Klick auf das "Bearbeiten"-Symbol in der ersten Spalte können Sie diese Daten bearbeiten. Dabei können Sie diesem*r auch ein oder zwei Lehrkräfte zuordnen. Hinweise dazu finden Sie im Formular oder der Übersichtsliste.

Zusätzlich können Sie auch einstellen, ob der/dem Schüler*in die Einsichtnahme in die Lösungen zu den Aufgaben möglich ist.

Oberhalb der Liste finden Sie eine Suchmaske, die Ihnen erlaubt, eine Auswahl aus der Vielzahl der zugeordneten Schüler*innen zu treffen. Die Eingaben aus den Maskenfeldern werden mit UND verknüpft, d.h. alle Bedingungen müssen erfüllt sein für eine Aufnahme in die nachfolgende Liste.

Mehrere Zugänge gleichsinnig bearbeiten: ist eine sehr mächtige Option, die Sie bei der Zusammenstellung von Schüler*innen-Gruppen unterstützt, weil damit viele (auch alle) Zugänge gleichzeitig, aber nur einheitlich bearbeitet werden können.

Um sich einen Überblick über die Datenlage zu verschaffen, empfiehlt es sich, die darunter angezeigte Suchmaske zu verwenden.

Bitte beachten Sie auch die -Hinweise in den Formularen.

Namensliste anzeigen: Zeigt eine Liste von allen Schülern*innen mit Zugangsnummer, Name, Vorname, Email und dem Ablaufdatum des Zugangs. Sie kann ausgedruckt werden.

Aufbau der Kapitel

Das Net-Mathebuch (Abkürzung für Internet-Mathebuch und zugleich für nettes Mathebuch) hat als Sek.II-Schulbuch die großen Kapitel Einführungsphase und Qualifikationsphase. Das Verzeichnis aller Unterkapitel ist bei beiden Teilen als Inhaltsverzeichnis aufgeführt.

Die Einführungsphase ist gegliedert in die Kapitel Stochastik, Funktionen und Analysis, Analytische Geometrie und die Zusatzkapitel Vertiefungskurs und Zentrale Klausuren. Als Beispiel für weitere Unterkapitel: Bei den Zentralen Klausuren gibt es die Unterteilungen Hilfsmittelfreie Aufgaben (mit den Untergliederungen 'Grundverständnis des Ableitungsbegriffs' und 'Funktionsuntersuchung') und Aufgaben mit Hilfsmitteln (mit den Unterteilungen 'Innermathematische Aufgaben' und 'Anwendungsaufgaben').

Auf der Startseite wird jeweils informiert, welche Teile des Buches gerade neu bearbeitet wurden bzw. welche demnächst überarbeitet werden. Z.B. wird demnächst die Analytische Geometrie in der Einführungsphase neu bearbeitet.

Auffällig ist auf der Startseite das Zusatzkapitel „Aktuelle Themen – mit Mathe besser zu verstehen“. Dort notieren wir Themen, die uns aktuell in Zeitungen oder Nachrichten... auffallen und die mit Hilfe mathematischer Methoden genauer untersucht werden können. U.a. stehen dort tagesaktuell die neuesten Coronazahlen des Robert-Koch-Institutes.

So etwas wollen wir beibehalten, da das ein deutlicher Vorteil gegenüber einem gedruckten Schulbuch ist und den Unterricht aktuell und präsenter macht.

Zu den folgenden Seiten: Es werden Schritt für Schritt die anklickbaren Reiter eines Kapitels erläutert. Bei den Beispielen ist jeweils der netcode angegeben, unter dem Sie die Seite direkt finden, wenn Sie im Buch sind. Die oben genannten Zentralklausuren finden Sie unter af_index, die hmf-Aufgaben unter afa_index, die zum Grundverständnis des Ableitungsbegriffs unter ahfab_index.

Einige Details sind hier etwas anders dargestellt als im Buch, um die Darstellung in Papierform zu ermöglichen.

Die Themenkapitel starten mit einer Reiterabfolge, die einzeln anzuklicken sind.

Check Erforschen Lehrtext Basisaufgaben Aufgaben1 Aufgaben2

In der Regel beginnen die Einzelkapitel mit einem **Check**.

Bei den Exponentialfunktionen in der Einführungsphase z.B. wird nach Kenntnissen aus der Sekundarstufe I gefragt (*ahae_index*).

Verständnischeck: Zinseszinsrechnung

Notieren Sie zu den folgenden Aufforderungen kurze Antworten.

In der Sekundarstufe I haben Sie sich schon mit Exponentialfunktionen am Beispiel Zinseszins beschäftigt.

- 1. Eine Bank bietet ein Sparprogramm an, bei dem man jährlich 2 Prozent Zinsen bekommt. Sie legen 1000 Euro an. Berechnen Sie, wie viel Geld Ihnen nach 10 Jahren zur Verfügung steht.*
- 2. Geben Sie einen Funktionsterm an, mit dem Sie das Kapital nach t Jahren berechnen können.*
- 3. Erläutern Sie an diesem Beispiel die Begriffe Anfangswert, Wachstumsrate und Wachstumsfaktor.*

Hier folgt dann eine Bearbeitung der Aufgabenstellung. Die können die Schülerinnen und Schüler öffnen, um verschüttetes Wissen zu aktivieren oder um sich zu versichern, dass sie richtig gearbeitet haben.

Vergleichen Sie Ihre Aufzeichnungen mit den folgenden Ausführungen.

Zur Überprüfung:

zu 1. Das Anfangskapital wächst jedes Jahr um 2%, also muss man es pro Jahr mit 1,02 multiplizieren. Nach 10 Jahren sind das $1000 \cdot 1,02^{10} \approx 1218,99$.

zu 2. Für t Jahre ergibt sich also die Funktion $f(t) = 1000 \cdot 1,02^t$.

zu 3. Hier ist der Anfangswert das Startkapital, daher gerne mit K_0 (Kapital zur Zeit 0) bezeichnet.

Die Wachstumsrate r ist der Prozentsatz, um den das Kapital jedes Jahr wächst. Hier gilt also $r = 2\%$.

Der Wachstumsfaktor q ist die Zahl, mit der man das Kapital am Ende des vorhergehenden Jahres multipliziert, um das Kapital am Ende des aktuellen Jahres zu berechnen. Hier ist das der Faktor $q = 1,02$.

Bei Kapiteln in der Qualifikationsphase wird auch häufig auf frühere Kapitel als Grundlage verwiesen.

Die **Erforschen**-Seite soll Schülerinnen und Schülern ermöglichen, sich eigenständig oder in kleinen Gruppen in neue Themen einzudenken und einzuarbeiten. Dazu enthalten sie keine Aufgaben, sondern kleine, offene Aufträge. Die Bearbeitung wird i.d.R. unterstützt durch dynamische Elemente wie Geogebra-Apps.

Gestufte Hilfen sollen die Bearbeitung auch bei Problemen ermöglichen. Um einen einigermaßen gleichen Start in den Lehrtext zu erlauben gibt es am Ende jeweils eine zusammenfassende Ergebnissicherung.

Gibt es zu einem Kapitel keine aussichtsreichen hinführenden Forschungsaufträge, sondern ist es eher für einen fragend-entwickelnden Unterricht unter Führung der Lehrperson geeignet, so wird der Erforschen-Reiter ersetzt durch eine „Einführung“.

Hier ein Beispiel aus der EF, Einführung der Vierfeldertafel (aaba_index). Die Lernenden können nach der Eintragung ihr Ergebnis prüfen. Bei Fehlern können sie sich die Lösung ansehen, um ihren Fehler zu finden.

Die Schule in Altdorf

In Altdorf gibt es ein Gymnasium mit insgesamt 80 Schülerinnen und Schülern in der Jahrgangsstufe 9. Aus dem benachbarten Ort Neustadt besuchen 30 Jugendliche, davon 20 Mädchen, die Jahrgangsstufe 9 der Schule in Altdorf. Von den Schülerinnen und Schülern, die tatsächlich in Altdorf wohnen, sind 30 weiblich.

Um die Daten übersichtlich darzustellen, verwendet man eine Tabelle.

Füllen Sie mithilfe der im Text angegebenen Daten die Tabelle mit den Werten vollständig aus.

	Altdorf	Neustadt	Gesamt
Mädchen	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Jungen	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Gesamt	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

prüfen

löschen

lösen

Die Erforschen-Seiten werden unten ausführlicher vorgestellt.

Im **Lehrtext** finden sich in den Erforschen-Seiten angebaute Definitionen (roter Balken) und Sätze bzw. Rechenmethoden (blaue Balken). Neben den mathematisch präzisen Beschreibungen gibt es immer auch ein prägnantes Beispiel oder eine Geogebra-App, die die Beschreibung illustriert (ahae_lehrtext).

Exponentialfunktion

Eine reelle Funktion f mit $f(x) = a \cdot b^x$ mit $a \neq 0$, $b > 0$ und $b \neq 1$ heißt **Exponentialfunktion zur Basis b** .

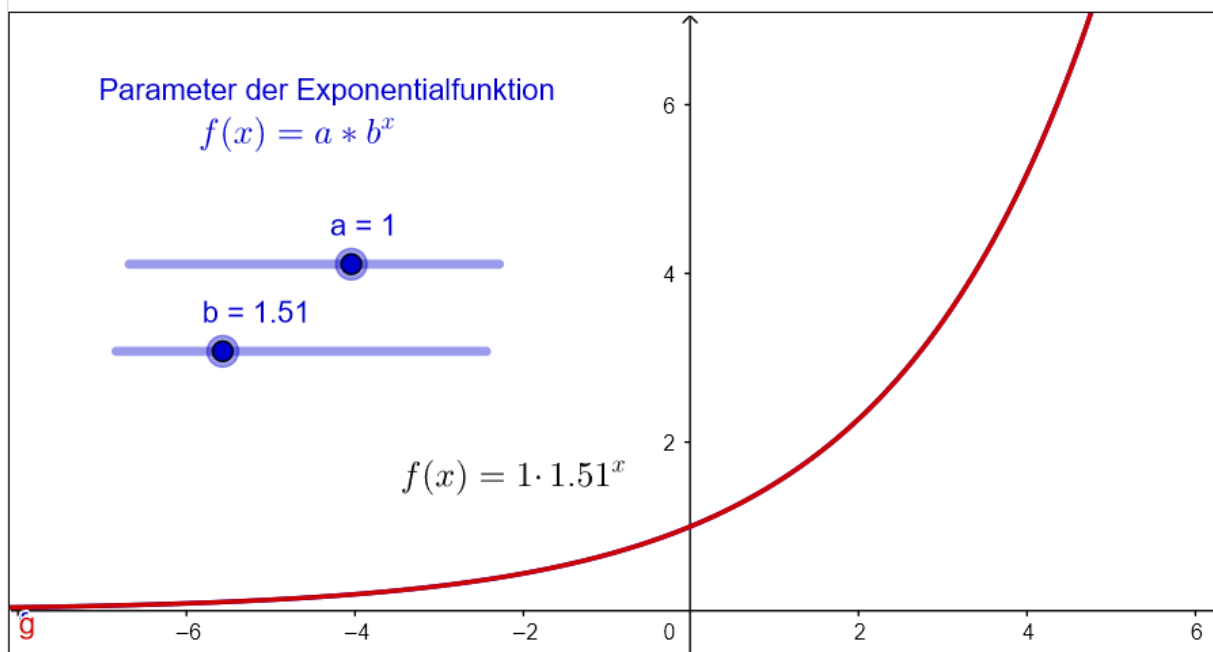
Es gilt $D(f) = \mathbb{R}$ und $W(f) = \mathbb{R}^+$, die Funktion hat also nur positive Werte!.

a heißt **Anfangswert**, weil er der Funktionswert zu $x = 0$ ist.

Eigenschaften der Funktion $f(x) = b^x$

Dazu gibt es neben einem Lehrtext zunächst eine Geogebra-App zu $f(x) = b^x$. Weiter unten folgt die untenstehende Geogebra-App mit zwei Schiebereglern, die die Angaben im Text veranschaulicht.

exp_funktion01.ggb



Mit den **Basisaufgaben** beginnt der zentrale Aufgabenteil der Kapitel. Sie sind – soweit möglich – interaktiv gestaltet. In ihnen geht es, wie der Name sagt, um Basics, die alle Schüler-innen bearbeiten sollten.

Mit den **Basisaufgaben** üben Sie die grundlegenden Fertigkeiten im Umgang mit Exponentialfunktionen. Dazu werden Ihnen sechs Aufgabentypen vorgestellt, deren Bearbeitung Ihnen exemplarisch erklärt wird. Danach folgen Übungen zum selber bearbeiten. (ahae_basisaufgaben)

Aufgabentyp I: Berechnung von Funktionswerten

Aufgabentyp II: Berechnung von Zu- oder Abnahmeprozentsätzen

Aufgabentyp III: Berechnung des Exponenten

Aufgabentyp IV: Lineare und exponentielle Graphen zuordnen und deuten

Aufgabentyp V: Funktionsgleichungen aufstellen, Graphen skizzieren

Aufgabentyp VI: Exponentialgleichungen lösen

Jeder der sechs Aufgabentypen beginnt mit einem ausführlich vorge-rechneten Beispiel.

Zu Aufgaben gibt es unterschiedliche Hilfen:

- Das Fernglas: Da werden nötige Infos zur Weiterbearbeitung genannt.
- Der Tipp: Er enthält Hilfen, die man nicht öffnen muss für die Weiterarbeit, die aber weiterhelfen.
- Das Popup-Fenster: Das enthält Zusatzinformationen, die über die Aufgabenbearbeitung hinausgehen.
- Der Tooltipp: Das Fenster zeigt kurze Begriffserklärungen, wenn man darauf klickt.

Alle Hinweismöglichkeiten öffnen sich bei Anklicken.

Bei der folgenden Basisaufgabe lässt sich im Anschluss prüfen, welche eingegebenen Daten richtig sind (aabb_aufgaben).

*** Aufgabe B1**

A und B seien zwei Ereignisse.

- a. Berechnen Sie die fehlenden Felder in der nachfolgenden Vierfeldertafel:

	A+	A-	Gesamt
B+	900	<input type="text"/>	5900
B-	<input type="text"/>	70000	<input type="text"/>
Gesamt	20900	<input type="text"/>	<input type="text"/>

- b. Berechnen Sie $P(A+)$ und $P(B+)$.
 c. Berechnen Sie $P(A+ \text{ und } B-)$, $P(A- \text{ und } B+)$.
 d. Berechnen Sie $P(A-|B-)$ und $P(B-|A-)$.



Bei der Aufgabe unten sind die Textfelder in die leeren Quadraten darüber zu verschieben. Wieder kann direkt geprüft werden.

Ordnen Sie die Sprechweisen den entsprechenden Schreibweisen zu.

$P(A-)$	<input type="text"/>	$P(A- B-)$	<input type="text"/>
$P(B- A-)$	<input type="text"/>	$P(A+)$	<input type="text"/>
$P(A \cap B-)$	<input type="text"/>		


Die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses A+.	Die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten Ereignisses A- und des Ereignisses B-.	Die Wahrscheinlichkeit von A- unter der Bedingung B-.	Die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Gegenereignisses von A+.	Die Wahrscheinlichkeit von B- unter der Voraussetzung, dass A- bereits eingetreten ist.
--	---	---	---	---

Die **Aufgaben 1** und Aufgaben 2 enthalten unterschiedliche Aufgabentypen; entweder leichtere in 1 und schwerere in 2 (etwa für den LK). Oder sie sind getrennt in innermathematische und Anwendungsaufgaben. Um den Schwierigkeitsgrad zu unterscheiden sind den Aufgaben ein, zwei oder drei Sternchen zugeordnet.

Auch hier gibt es wieder die Hilfen und möglichst dynamische Elemente zur Visualisierung von Sachverhalten und Unterstützung bei Schwierigkeiten.


Beispiele (aus der Stochastik, aabb_aufgaben1 und aabb_index)


 **Baumansatz**

 Ich bin mir unsicher, welche Wahrscheinlichkeit bei c. berechnet werden soll...

 **Lösungen zu b. und c. prüfen**

 **Bedeutung der Kürzel E+, E-, T+, T-**

 Hier ist die Vorlage für eine Vierfeldertafel mit absoluten Häufigkeiten

 Hier können Sie die Wahrscheinlichkeiten als Dezimalzahlen oder als Brüche eintragen

 **Wichtiges zur verwendeten Wahrscheinlichkeit**

 **Gelerntes übertragen**

 Öffnen, falls Sie nicht wissen, wie Sie die Wahrscheinlichkeit berechnen sollen

 **Zur Schreib- und Sprechweise**

 **Falls Sie keine Idee haben ...**

Eine Zwei-Sternchen-Aufgabe zur Exponentialfunktion (ahae_aufgaben2) mit realem Datenhintergrund.



Aufgabe W2: Bevölkerungsentwicklungen

Bevölkerungsentwicklungen verlaufen nur über kurze Zeiträume exponentiell. Dennoch können Berechnungen unter der Annahme eines exponentiellen Wachstums zeigen, was passieren könnte, wenn die Wachstumsrate tatsächlich über längere Zeit konstant bliebe.

Nigeria hatte 1991 ca. 120 Mill. Einwohner, das jährliche Bevölkerungswachstum betrug damals 2,8%.

- Geben Sie den jährlichen Wachstumsfaktor an.
- Berechnen Sie die Einwohnerzahl für das aktuelle Jahr, wenn der Wachstumsfaktor bis heute konstant geblieben wäre. Recherchieren Sie zum Vergleich die tatsächliche Einwohnerzahl in diesem Jahr.
- Berechnen Sie, in welchem Jahr bei gleichbleibendem Wachstum die Einwohnerzahl von 500 Mio. überschritten würde.
- Bestimmen Sie das durchschnittliche Bevölkerungswachstum pro Jahr, wenn die 50 Mio. erst 2100 (Schätzung der Weltbank) überschritten werden soll.

Lösungen von Aufgaben stehen den Schüler-innen nicht zur Verfügung. Aber die Lehrperson kann sie zur Verfügung stellen. Um dann als Hilfe zu dienen, bestehen sie nicht aus einem reinen Zahlenergebnis, sondern zeigen Lösungsentwicklungen, z.B. zu der Aufgabe oben.

W2a. $q = 1 + r = 1,028$

W2b. Für 2020 beispielsweise wären es dann $f(29) = 120 \cdot 1,028^{29}$ Mio. $\approx 267,3$ Mio. Menschen. Tatsächlich lag die Bevölkerungszahl Anfang 2020 bei rund 205 Mio. Die Wachstumsrate muss also - mindestens zeitweise - zurückgegangen sein.

W2c. $500 = 120 \cdot 1,028^{29} \Rightarrow t \approx 51,7$ Jahre.

Die 500 Mio. - Grenze würde bei gleichbleibenden Wachstum etwa 2042/43 überschritten.

W2d. $500 = 120 \cdot q^{109} \Rightarrow q = \sqrt[109]{\frac{500}{120}} \Rightarrow q \approx 1,013$

Die durchschnittliche Wachstumsrate dürfte dann nur bei rund 1,3% liegen.

Bei einigen Kapiteln gibt es den Zusatzreiter **Vertiefung**. Dabei geht es nicht um den normalen Stoffkanon. Aber er enthält vertiefende Zusammenhänge, die man gut von schnellen Schüler-innen bearbeiten und evtl. vortragen lassen kann.

Zum Beispiel wird nach der Einführung der Binomialverteilung der Zusammenhang zwischen den Binomialkoeffizienten und dem Pascalschen Dreieck vorgestellt und bearbeitet (bacf_vertiefung).

Betrachtet man die Abbildung 3 (zu den Binomialkoeffizienten in der Lösung) genauer, so fallen folgende Regelmäßigkeiten auf:

1. An der Spitze und den Rändern steht die Zahl 1.
2. Außer den Randzahlen ist jede Zahl die Summe der beiden darüber liegenden Zahlen, was in der nachfolgenden Abbildung 4 verdeutlicht wird.
3. Die Zeilen sind symmetrisch aufgebaut.

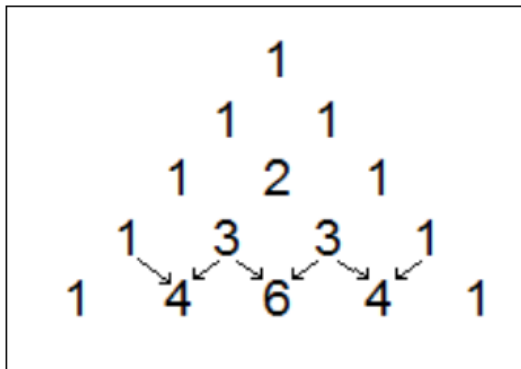


Abbildung 4

Aufgabe 1

- Beweisen Sie die 1. Aussage.
- Geben Sie die 2. Aussage als Formel an.
- Beweisen Sie die 2. Aussage.
- Geben Sie eine Formel für die 3. Aussage an und beweisen Sie diese.

Struktur von Oberkapiteln und besondere Kapitel

Oberkapitel wie die Ganzrationalen Funktionen (bbb_index) in der Qualifikationsphase/Analysis beinhalten die unten angegebenen Kapitel, die dann direkt die oben ausgeführte Reiterstruktur haben, allerdings sind nicht immer alle Reiter vorhanden – je nach vorhandenem Aufgabenmaterial.

Ganzrationale Funktionen: Extrempunkte, Wendepunkte, Extremwertaufgaben, Steckbriefaufgaben, Modellierungen, Funktionenscharen, Zusammenfassung

In den Kapiteln gibt es – wo es passt – Extrareiter zu LK-Aufgaben (bbbc_aufgabenlk), etwa im Kapitel Extremwertaufgaben (bbbc_index).

Die Oberkapitel enden mit einer Zusammenfassung, in dem die wichtigsten Definitionen, Zusammenhänge und Rechenverfahren kurz aufgeführt sind. Sie ist gedacht als schnelle Nachschlagemöglichkeit für Schüler-innen.

Die Kapitel sind i.d.R. für Gks und LKs geschrieben. Die Differenzierung erfolgt im Aufgabenmaterial, das entsprechend gekennzeichnet ist. Einige Kapitel sind aber auch nur für LKs geschrieben, weil sie im Gk nicht behandelt werden (in NRW); etwa in der Analytischen Geometrie:

LK: Erweiterungen - Ebenengleichungen, Schnitt von Ebenen, Ebenenscharen, Winkelberechnungen, Abstandsberechnungen (bce_index).

Dort finden sich gelegentlich Kapitel, die auch im LK kein Standardstoff (in NRW) sind, aber die Arbeit doch erleichtern können, wie in der Analytischen Geometrie das Vektorprodukt (bcea_index). Solche Kapitel sind als „optional“ gekennzeichnet.

Es gibt auch Ausnahmen von der Reiterstruktur, wo es passt - hier bei der Quotientenregel und den gebrochen-rationalen Funktionen (bbkd_index, in NRW kein Pflichtthema).

Lehrtext Aufgaben Erforschen 1 Erforschen 2 Lehrtext 2 Aufgaben 2 Aufgaben 3

Die Aufgaben3 verweisen sogar noch auf „Weitere Anwendungen“, weil es ‘schöne Beispiele’ sind (bbki_anwendungen2).

Genauer: Funktion der Erforschen-Seiten

In jedem neuen Kapitel (gemeint ist hier zu jedem Punkt der gelben Menüs) taucht oben als erster Reiter ein ERFORSCHEN auf. Manchmal ist noch ein CHECK vorgeschaltet, der an wichtige Voraussetzungen zur Bearbeitung des Kapitels und damit des Erforschen-Teils erinnert.

Bevor du als Lehrperson diesen Teil bearbeiten lässt, lohnt ein Blick in die Hinweise für Lehrkräfte, die in der Regel zu Beginn eines Kapitels im linken Seitenmenü sichtbar werden. Hier findest du Hinweise zur Stellung im Kerncurriculum und (manchmal) Vorschläge zum Übergang vom Erforschen zum LEHRTEXT.

Wie du die Erforschen-Seite im Unterricht oder auch beim Home-schooling einsetzen kannst, wird hier am Kapitel **Einführung in die Binomialverteilung** (net-code: bacf_index) beschrieben. Hier siehst du die Reiterleiste, die Aufgabenseiten werden an anderer Stelle beschrieben.



Die Besonderheit hier ist, dass es zwei Erforschen-Seiten gibt. Erforschen1 nutzt das Galtonbrett, um zu ersten Erkenntnissen über mehrstufige Bernoulliversuche zu kommen. In Erforschen2 werden Multiple-Choice-Tests ausgewertet. Beide Zugänge können parallel genutzt werden, so dass du zunächst entscheiden musst, ob deine Lernenden(gruppen) arbeitsgleich an einem Objekt arbeiten oder arbeits-teilig beide Simulationen erforschen sollen. Die Erforschen-Seiten sind gleich aufgebaut, so dass hier nur der Einstieg über das Galtonbrett genau beschrieben ist.

Erforschen1

Nach einer kurzen Beschreibung des Bretts erhalten die Schülerinnen und Schüler einen ersten Arbeitsauftrag, der sich auf eine Simulation des Galtonbretts bezieht. Wann immer das möglich ist – in diesem Fall sicher nur im Präsenzunterricht –, ist es hilfreich, wenn die Forschenden das Experiment zunächst einige Male haptisch, also real durchführen können.

Auftrag 1

Simulieren Sie das Experiment "Galtonbrett" mehrfach mit der nachfolgenden GeoGebra-App.

Das Ziel soll sein, die Wahrscheinlichkeiten für das Landen der Kugel in den Gefäßen mit den Nummern 0, 1, ... 5 zu bestimmen.

Die GeoGebra[®] - APP läuft in einem Fenster, GeoGebra selbst muss nicht installiert sein. Es gibt zwei Einstellmöglichkeiten, nämlich die Wahrscheinlichkeit p für die Rechtsablenkung und die Fallgeschwindigkeit v der Kugel. Es wird empfohlen, zunächst mit $p = 0,5$ zu beginnen. Mit Start lösen die Lernenden dann jeweils eine Kugel aus und können den Weg durch die 5 Nagelreihen genau verfolgen. Unter sieht man, wie viele Kugeln jeweils in den einzelnen Behältern gelandet sind sowie die zugehörige relative Häufigkeit für jedes Gefäß. Für einen frischen Neustart gibt es den RESET-Button.

Zur Auswertung können die Experimentierenden auf gestufte Hilfen zurückgreifen, die sie je nach Bedarf aufklappen können (siehe Tipp 1):

Die folgenden **gestuften Hilfen** können Sie bei Bedarf nutzen:

 Tipp 1: Wenn Sie gar keine Idee haben...

Betrachten Sie zunächst die einfachen Fälle: Beschreiben Sie die Wege der Kugeln, die in das Gefäß ganz links bzw. ganz rechts fallen. Verwenden Sie dazu z.B. das Tupel $(1, 1, 1, 1, 1)$, wenn die Kugel im Gefäß **0** landet.

 Tipp 2: ein Baumdiagramm nutzen

 Tipp 3: vom einfachen zum schwierigeren Fall

 Tipp 4: ein konkretes Beispiel

 Tipp 5: Nutzen Sie Bekanntes

Nachdem die Schülerinnen und Schüler sich eine Weile mit Auftrag 1 beschäftigt haben, bietet sich eine kurzer Einschnitt in Form einer Selbstvergewisserung „wie weit sind wir jetzt?“ an. Dies kann sowohl im Präsenz- als auch im Distanzunterricht im Plenum geschehen oder auch individuell mit Hilfe des Lehrenden in den Gruppen. Für den Distanzunterricht muss die Möglichkeit gegeben sein, Breakout-Räume zu nutzen.

Danach bearbeiten die Lernenden in Einzel- oder Gruppenarbeit den nächsten Auftrag.

Auftrag 2:

Experimentieren Sie nun erneut mit der obigen GeoGebra-App. Stellen Sie sich vor, Sie heben das Galton-Brett auf der linken Seite etwas an. Wählen Sie sich dazu mit dem Schieberegler ein passendes p (vorher einmal auf **Reset** klicken).

Ihr Ziel soll es sein, eine Formel zur Berechnung der Wahrscheinlichkeiten bei beliebigem p zu entwickeln.

Für den Fall, dass eine Besprechung der Zwischenergebnisse nicht möglich ist, gibt es – hinter einem Drop-Down-Panel verborgen - eine **Ergebnissicherung**, in der mögliche Ergebnisse dieser Phase dargestellt werden. Dies gibt den Schülerinnen und Schülern die Sicherheit, ihre Erkenntnisse zunächst mal selbst zu überprüfen bzw. zu ergänzen.

Erforschen 2

Der Zugang über Multiple-Choice-Tests ist entsprechend aufgebaut.

Simulation Multiple-Choice-Test

Anzahl der Fragen Anzahl der Antworten

Frage 1	Frage 2	Frage 3	Frage 4	Frage 5
<input checked="" type="radio"/> Antwort 1	<input checked="" type="radio"/> Antwort 1	<input checked="" type="radio"/> Antwort 1	<input type="radio"/> Antwort 1	<input checked="" type="radio"/> Antwort 1
<input type="radio"/> Antwort 2	<input type="radio"/> Antwort 2	<input type="radio"/> Antwort 2	<input checked="" type="radio"/> Antwort 2	<input type="radio"/> Antwort 2

Richtige Antworten: 3 Anzahl Simulationen: 16

Mehrere Simulation

Anzahl Simulationen

Diese Simulation ist aus Performance-Gründen in JAVA programmiert und nicht mit GeoGebra-Mitteln.

Voreingestellt sind 5 Fragen (entsprechend zu den 5 Reihen) und 2 Antworten (also $p = 0,5$). Mit **neu ausfüllen** wird der Fragebogen zufällig ausgefüllt (schwarzer Punkt vor der Antwort). Es wird gezählt, wie oft dabei die richtige Antwort (grün) getroffen wurde. Im obigen Beispiel (16. Simulation) sind das die Fragen 2, 4 und 5. In einem Säulendiagramm, das hier nicht dargestellt ist, wird gezeigt, wie sich die Zahl der richtigen

Antworten verteilt. Als Besonderheit können die Lernenden hier auch 100 Simulationen gleichzeitig (und mehrmals) ausführen lassen.

Vom Erforschen zum Lehrtext

Die Auswertung dieser Erforschen-Einheit muss zum Schluss durch dich, den/die Lehrende(n) moderiert werden. Dabei gilt es, bei einem arbeitsteiligen Verfahren auch die Ergebnisse der Simulationen am Galtonbrett und am Multiple-Choice-Test zusammenzuführen.

Diese Phase führt schließlich zur Definition von Bernoulli-Versuch und -kette, wenn das nicht schon vorher passiert ist, und zur Formel für die Berechnung der Wahrscheinlichkeiten einer Binomialverteilung. Beides können die Lernenden im **Lehrtext** noch einmal nachlesen. Im Buch wird hauptsächlich die Formulierung „für eine binomialverteilte Zufallsgröße mit n und p gilt: $P(X = k) = \dots$ “ verwendet. Es kommen aber auch Beschreibungen wie $P_{n;p}(x = k)$ und $B(n;p;k)$ vor.

In einer Festigungsphase bietet es sich an, die Schülerinnen und Schüler nun die ersten Basisaufgaben (bis B4) bearbeiten zu lassen. Diese Beispiele kannst du nutzen, um Summenwahrscheinlichkeiten und vereinfachende Berechnungsweisen (z.B. $P(X > k) = 1 - P(X \leq k)$) einzuführen. Zu diesem Zeitpunkt ist es wichtig, auch die Befehle für das eingeführte Werkzeug (GTR, CAS, etc.) anzugeben und die Vorteile zur schnellen Berechnung von solchen Wahrscheinlichkeiten zu nutzen.

Da dies insbesondere im Bereich der Binomialverteilung sehr viel Rechenarbeit spart, sind die Befehle für typische Fragestellungen und verschiedene Werkzeuge in einem eigenen Kapitel (bacg_index) zusammengetragen.

Alle Umformungsmöglichkeiten sind zusammenfassend im Lehrtext zu finden und durch Beispiele erläutert.

Unterschiedliche Funktion der Geogebra-Apps

Die Darstellung der Dynamik eines Online-Buchs durch GeoGebra-Applikationen auf einem Papier kann nicht gelingen - hier schreit der MUED-Rundbrief nach einer online-Version. Neben der notwendigen Schreib- und Lesekompetenz ☺ ist demnach die sicher vorhandene Vorstellungskraft gefragt - der Goldstandard aber ist der online-Blick ins Buch.

GeoGebra als Grundlage

Eine Vielzahl von Möglichkeiten existiert, um in einem online-Buch dynamische (mathematische) Prozesse darstellen zu können. Im net-schulbuch.de - online-Buch finden Sie überwiegend GeoGebra-Applikationen. Neben der für alle an Schule Beteiligten kostenfreien Verfügbarkeit der Software ist ein Hauptgrund für diesen Anteil die Tatsache, dass man der Software anmerkt, dass sie genau zum Zweck des Einsatzes in Schule entwickelt worden ist. Die Einsatzschwelle ist kaum bemerkbar und der sofortige Nutzen nachvollziehbar. Die Möglichkeit der Mitgestaltung und eine überwiegende Nachvollziehbarkeit ist passgenau zur Zielgruppe. Die Möglichkeiten einer online-offline-Nutzung erweitern die Einsatzszenarien. Im Buch sind alle Apps so abgelegt, dass sie auf den eigenen Rechner geladen und dort genutzt werden können. Änderungen, Anpassungen, Verbesserungen und Rückmeldungen sind jederzeit möglich und erwünscht. Neben einer sehr ausführlichen online-Hilfe steht eine weltweite Nutzergemeinde in einer Vielzahl von Foren für Hinweise und Lösungen bereit. Die einzelnen Teilbereiche sind sinnvoll miteinander verknüpft und ermöglichen Applikationen für alle Bereiche der Schulmathematik (und noch weit darüber hinaus). Die Einbindung einer eigenen Script-Sprache ermöglicht vielfältige Programme, die Einbindung von Java-Script ist möglich, aber im Browser-Betrieb nicht immer durchführbar. Textdarstellungen - auch von mathematischen Formeln - werden durch einen großen Bereich von LaTeX ergänzt.

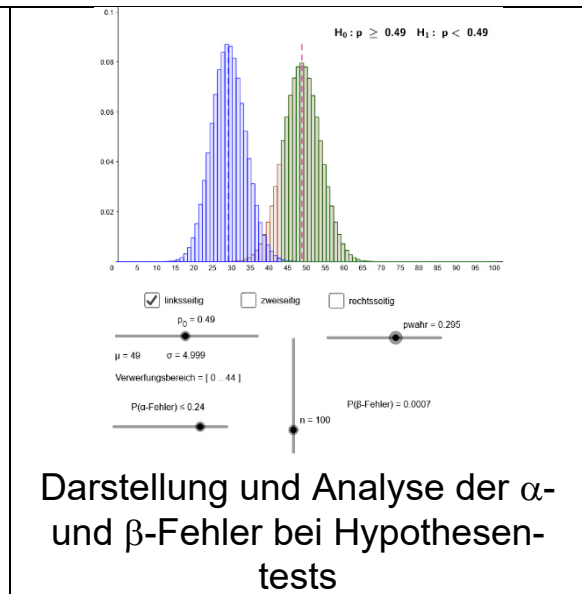
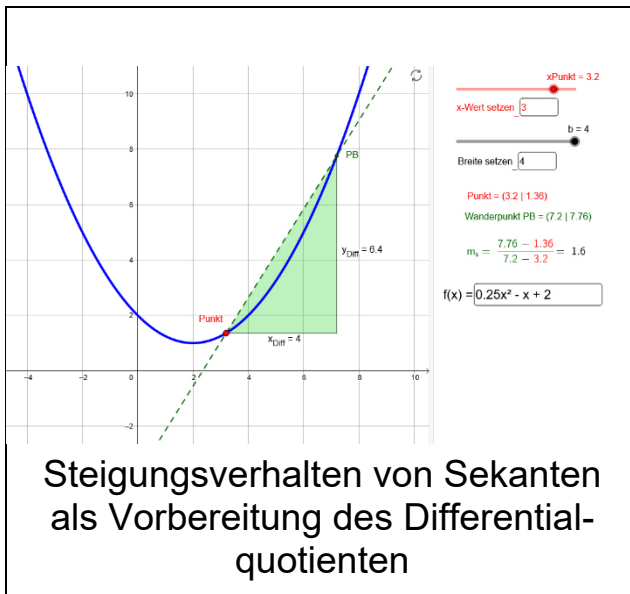
Inzwischen verfügt GeoGebra neben der Algebra-Geometrie-Verknüpfung über eine sehr mächtige 3D-Simulation, einen weit über den Schulstoff hinausgehenden Wahrscheinlichkeits-Statistik-Bereich und die Einbindung einer zellgesteuerten Tabellenkalkulation in alle Bereiche. Neben den Funktions-Geometrie-3D-Darstellungen in drei verknüpften Fenstern lassen sich Simulationen und Datenverarbeitungen verschiedenster Art durchführen, kleinere Beschränkungen in der Tabellenkalkulation und Geschwindigkeitseinschränkungen bei der Durchführung mit großen Anzahlen warten noch auf eine Verbesserung.

Die Anzahl der im Buch genutzten Applikationen steigt ständig und ist zurzeit im deutlich dreistelligen Bereich - eine Übersicht aller vorhandenen Applikationen finden Sie über den net-code q_geogebra im Buch.

Ein kurzer beispielunterstützter Ansatz zu einer Klassifizierung der Buch-Apps soll Sie ins Buch locken:

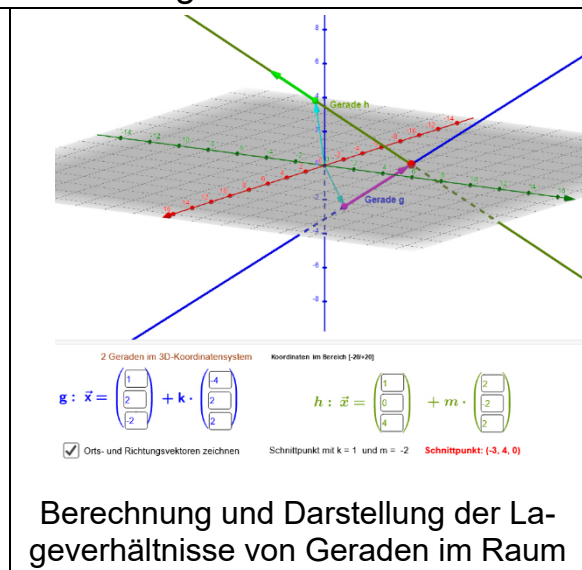
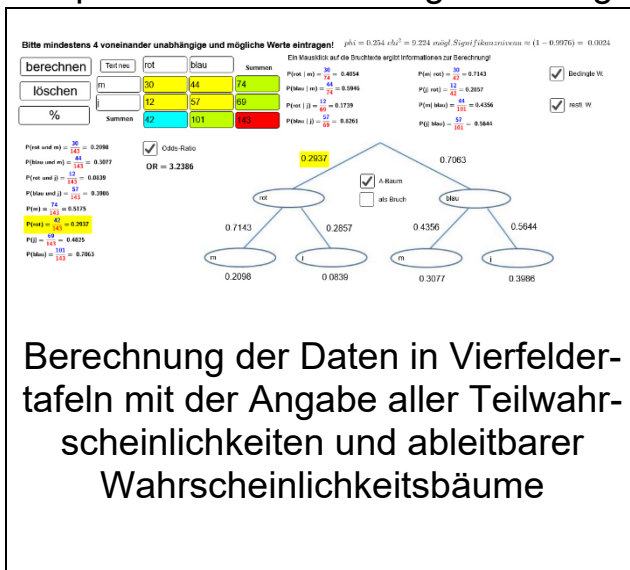
A: Erforschen-Apps

In den Erforschen-Teilen der Themenbereiche werden Aufträge an die Nutzer erteilt, mathematische Zusammenhänge zu analysieren, zu beschreiben und begründet einzuordnen.



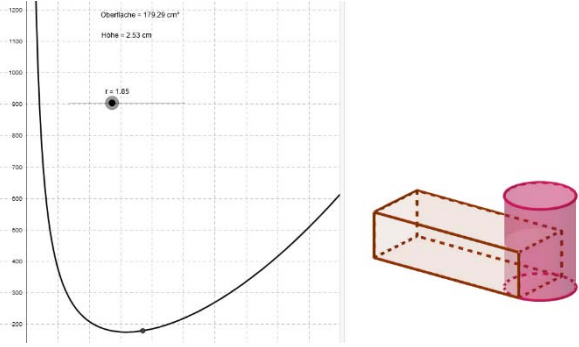
B: Berechnungs-Apps

Durchführung von erlernten Algorithmen zur Unterstützung auch von komplexen Problemlösungen in Aufgabenstellungen

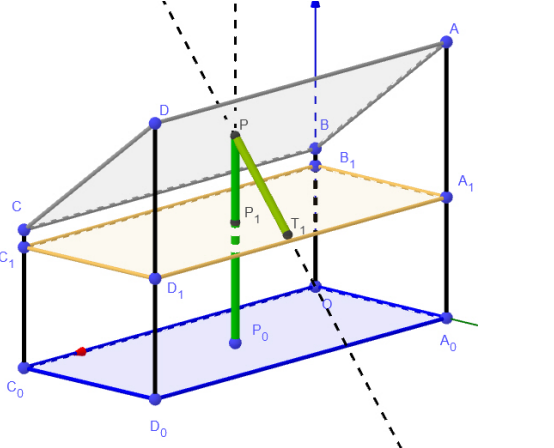


C: Lösungs-Apps

Unterstützende Darstellung von Lösungen komplexer Aufgaben



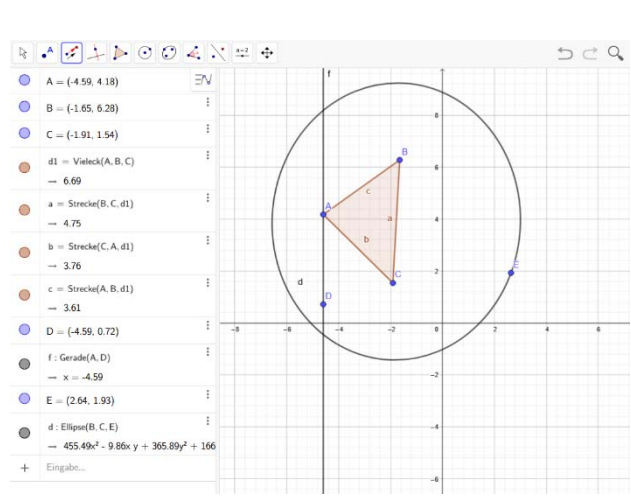
Darstellung und Berechnung der Lösungen in Extremwertaufgaben



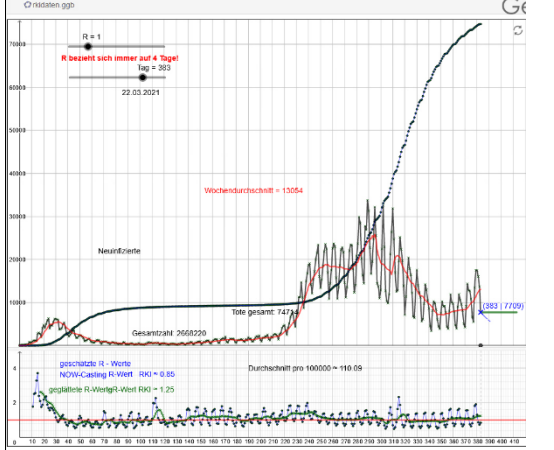
dreidimensionale Vorstellungunterstützung bei komplexen Aufgaben in der analytischen Vektorgeometrie

D: Darstellungs-Apps

Freie Darstellungsmöglichkeiten im zwei- und dreidimensionalen Anschauungsraum und Verarbeitung und Darstellung von größeren Datenmengen in der Statistik



Allgemeines GeoGebra-Tool zur Darstellung von Graphen und Flächen in der Ebene mit allen Werkzeugen



Darstellung der vom RKI tagesaktuell veröffentlichten Daten nach Verarbeitung in der Tabellenkalkulation von GeoGebra

E: Simulations-Apps

Simulation von wahrscheinlichkeitstheoretischen Aufgabenstellungen zur Analyse von Grenzwerten bei „Großen Zahlen“




Simulation des Versuchsablaufs bei einem Galtonbrett

$v = 5$
 $p = 0,5$ $n = 25$

Start
Reset

0 $\frac{1}{25}$ 1 $\frac{1}{25}$ 2 $\frac{10}{25}$ 3 $\frac{8}{25}$ 4 $\frac{5}{25}$ 5 $\frac{0}{25}$

Ziege oder Auto

Tor 2

Neuer Versuch Strategie
 wechseln
 bleiben

Tor öffnen

simulationen = 600

Versuche: 600
gewonnen: 398
relative Häufigkeit: 0.6633

Simulieren

Simulation des Auto-Ziege-Problems zur Unterstützung der theoretischen Lösung

Ein Ausfall des Internet ist einem online-Buch nicht wirklich förderlich, das Fehlen von elektrischem Strom kann auch GeoGebra nicht kompensieren.

Das ist die Stunde der Bücher, der Papiertiger - doch auch da, glaube ich, dass die Lektüren der Schulbuchverlage nicht annähernd so viel Mathematik im Kopf entstehen lassen können wie z.B. „die silvestergespräche eines sechsecks“ von Dionys Burger.

Weitere dynamische Elemente

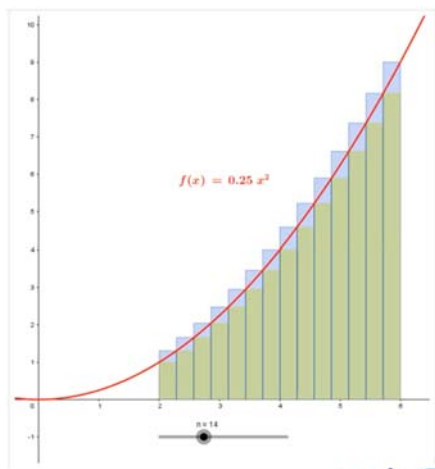
Ein wesentlicher Vorteil eines digitalen Schulbuches gegenüber einem klassischen gedruckten Schulbuch liegt in der Interaktivität. Das Net-Mathebuch hat viele interaktive Komponenten, mit denen Schülerinnen und Schüler experimentieren können, um mathematische Zusammenhänge zu entdecken oder Aufgaben online zu bearbeiten. Eine wesentliche Rolle spielen dabei Geogebra-Anwendungen, die schon an anderer Stelle dieses Beitrags beschrieben wurden. Hier sollen nun weitere dynamische und interaktive Komponenten des Net-Mathebuches vorgestellt werden.

1. Videos

An bisher wenigen Stellen enthält das Net-Mathebuch Lehrvideos, in denen mathematische Sachverhalte schrittweise erarbeitet oder die Lösung von Aufgaben ausführlich erklärt werden.



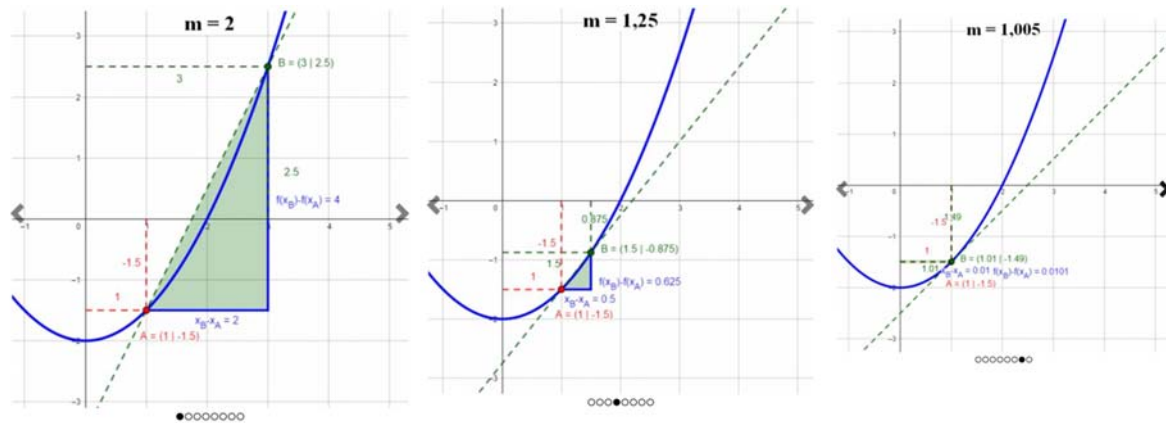
Auf der Seite `aaa_index` befinden sich beispielsweise drei Videos, die drei Zählverfahren der Kombinatorik erarbeiten. Da Schülerinnen und Schüler gerne mit Videos lernen, wird in Zukunft deren Zahl im Net-Mathebuch deutlich erweitert.



Das nebenstehende Video stellt dynamisch die Berechnung von Unter- und Obersummen eines Funktionsgraphen in einem Intervall dar. Selbstverständlich enthält das Net-Mathebuch auch die verwendete Geogebra-App, mit der die Schülerinnen und Schüler selbst experimentieren können.

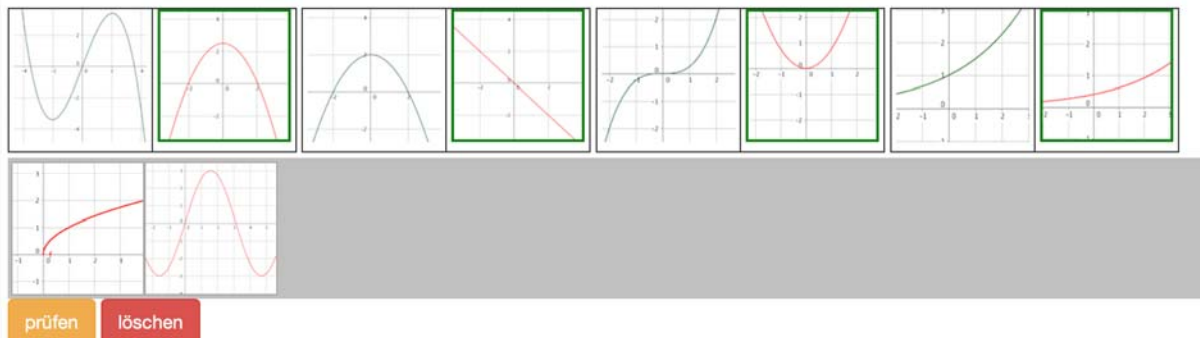
2. Karussells

Ein Karussell ist eine Folge von Bildern, die schrittweise dynamische Sachverhalte darstellen. Die folgenden drei Bildern zeigen einen Ausschnitt aus einem Karussell, das darstellt, wie sich mithilfe von Sekantensteigungen näherungsweise die Steigung eines Funktionsgraphen in einem Punkt berechnen lässt.



3. Interaktive Aufgaben

3.1 Bilder zuordnen



In dem angegebenen Beispiel müssen die Schülerinnen und Schüler Funktionsgraphen die zugehörigen Ableitungsgraphen zuordnen. Die Zuordnung erfolgt durch Verschieben mit der Maus oder einem Finger auf Tablets oder Smartphones. Die Lösung kann überprüft werden und die zuzuordnenden Bilder können wieder in ihre Ausgangsposition verschoben werden.

3.2 Interaktive Tabellen

In interaktive Tabellen können Schülerinnen und Schüler Ergebnisse von Berechnungen selbst eintragen und deren Korrektheit überprüfen. Dabei spielt das Eingabeformat als Dezimalzahl, Bruchzahl oder als Prozentangabe keine Rolle. Die folgende Tabelle mit einer interaktiven Vierfeldertafel wird bei einer Basisaufgabe im Kapitel Stochastik in der Einführungsphase genutzt.

Aufgabe B1

A und B seien zwei Ereignisse.

a. Berechnen Sie die fehlenden Felder in der nachfolgenden Vierfeldertafel:

	A+	A-	Gesamt
B+	900		5900
B-		70000	
Gesamt	20900		

prüfen löschen lösen

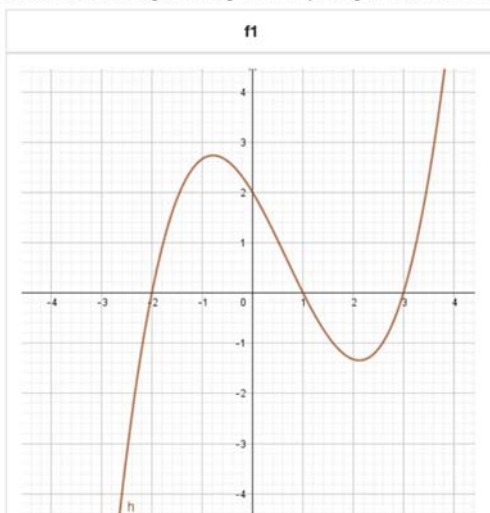
b. Bestimmen Sie $P(A +)$ und $P(B +)$.

c. Berechnen Sie $P(A - | B -)$ und $P(B - | A -)$.

prüfen

3.3 Auswahlantworten

Klicken Sie die richtigen Aussagen zu den jeweiligen Funktionen an:



Klicken Sie die wahren Aussagen an

- Grad n ist gerade
- Grad n ist ungerade
- a_n ist positiv
- a_n ist negativ
- achsensymmetrisch zur y -Achse
- punktsymmetrisch zum Ursprung

prüfen löschen

Insbesondere bei vielen Basisaufgaben werden Auswahlantworten verlangt. Die Schülerinnen und Schüler müssen aus richtigen und falschen Aussagen die wahren Aussagen ankreuzen. Sowohl eine Mehrfachauswahl als auch eine Einfachauswahl sind möglich. Auch bei diesen Aufgabentypen bekommen die Lernenden durch Drücken auf den Prüfen-Button ein sofortiges Feedback.

3.3 Zeilen verschieben

Ein weiterer interaktiver Aufgabentyp ist in folgender Abbildung dargestellt:

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -4$$

$$f'(1) = -2,5 \quad f'(3) = 3,4 \quad \text{TP } (2 \mid 15 \mid 1/3)$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$1/2x^2 + x - 4 = 0$$

$$x_{1/2} = -1 \pm \text{sqrt}(8+1)$$

$$f'(x) = 1/2x^2 + x - 4$$

$$f(x) = 1/6x^3 + 1/2x^2 - 4x + 2$$

$$f'(-5) = 3,5 \quad f'(0) = -4 \quad \text{HP } (-4 \mid 7 \mid 1/2)$$

prüfen

löschen

Bei diesem Beispiel werden alle Schritte zum Lösen einer quadratischen Gleichung dargestellt. Die Aufgabe der Schülerinnen und Schüler besteht darin, die Zeilen durch Verschieben in die richtige Reihenfolge zu bringen. Selbstverständlich ist eine sofortige Rückmeldung über die Korrektheit der Lösung möglich.

3.4 Lückentexte

Ein klassischer Aufgabentyp bei digitalen Schulbüchern sind Lückentexte. Im Net-Mathebuch verwenden wir diese häufig zur Einübung der Fachsprache, wie die folgenden Beispiele zeigen.

Wenn für eine Funktion f an einer Stelle x_0 gilt: $f'(x_0) = 0$ und $f''(x_0) > 0$, dann hat die Funktion an der Stelle x_0 einen . Die angegebene Bedingung ist für die Existenz eines .

prüfen

löschen

lösen

Wenn für eine Funktion f an einer Stelle x_0 gilt: $f'(x_0) = 0$ und $f''(x_0) < 0$, dann hat die Funktion an der Stelle x_0 einen . Die angegebene Bedingung ist für die Existenz eines .

prüfen

löschen

lösen

Wissenschaftliche Begleitung

Projekt in NRW: KomNetMath

Der Einsatz und die Nutzung des Net-Mathebuchs wird im Projekt *KomNetMath – Kompetenter Umgang mit einem integrierten digitalen Schulbuch (Net-Mathebuch) für den Mathematikunterricht* aus fachdidaktischer Perspektive untersucht. Das Projekt steht unter der wissenschaftlichen Leitung von Prof. Dr. Gilbert Greefrath und wird von Maxim Brnic als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Didaktik der Mathematik und der Informatik der WWU Münster begleitet. Seit Dezember 2018 wird das Projekt von der Medienberatung NRW gefördert.

Das Projekt KomNetMath besteht im Wesentlichen aus drei Bestandteilen, die im Folgenden als *Säulen des Projektes* näher vorgestellt werden.



1. Säule: Einsatz des digitalen Schulbuchs an der Schule

Im Rahmen des Projektes wird den teilnehmenden Lehrkräften und ihren Schüler*innen das Net-Mathebuch für das jeweilige Schuljahr zur Verfügung gestellt. Seit dem Projektstart zum zweiten Schulhalbjahr 2018/19 haben bereits über 40 Kurse am Projekt und an der begleitenden Studie teilgenommen. Bisher wurden nur Mathematikurse der Einführungsphase in der gymnasialen Oberstufe wissenschaftlich begleitet und der

dortige Einsatz des Net-Mathebuchs evaluiert. Dies wird zum Schuljahr 2021/22 auf die Qualifikationsphase ausgeweitet.

Da die tatsächliche Nutzung eines digitalen Schulbuchs von vordergründigem Interesse ist, werden den Lehrkräften keine Vorgaben gemacht, wie sie das Net-Mathebuch in einem Schuljahr einzusetzen haben. Ausgehend von der Prämisse, dass die Lehrkräfte (und auch die Schüler*innen) bislang kaum oder gar keine Erfahrungen mit einem digitalen Mathematikschulbuch haben, finden regelmäßige Fortbildungen für Lehrkräfte als Unterstützungsangebote statt.

2. Säule: Fortbildungen für Lehrkräfte

Damit der Einsatz und die Integration eines digitalen Schulbuchs als eine neue Innovation im Mathematikunterricht gelingen kann, ist eine Unterstützung und Begleitung der Lehrkräfte erforderlich (Barzel & Selter, 2018). Beispielsweise erfordert der Einsatz eines digitalen Schulbuchs mit integrierten digitalen Werkzeugen entsprechende technische Kompetenzen der Lehrkräfte. Erst wenn sich Lehrkräfte mit den didaktischen Potenzialen digitaler Werkzeuge auskennen, können sie diese auch im Mathematikunterricht nutzen (Klinger et al. 2018). Entsprechend hat diese zweite Säule, d.h. regelmäßige Fortbildungen stattfinden zu lassen, eine große Bedeutung für einen erfolgreichen Einsatz eines digitalen Schulbuchs im Unterricht und somit für das Projekt.

Die im Projekt angebotenen Fortbildungen orientieren sich dabei an Gestaltungsprinzipien wirksamer Fortbildungen, d.h. sie thematisieren das fachliche Lernen und Lehren, entsprechen einer fachdidaktischen Orientierung und sind langfristig angelegt (Barzel & Selter, 2015). Dies ist so umgesetzt worden, dass zu den einzelnen Fortbildungsterminen aufeinander aufbauende Workshops zur Nutzung des Net-Mathebuchs und der integrierten digitalen Werkzeuge angeboten werden, die jeweils eine eigene Schwerpunktsetzung haben. Dabei werden unterrichtsrelevante Inhalte aus dem Kernlehrplan und didaktische Konzepte zum Einsatz des digitalen Mathematikschulbuchs miteinander verknüpft. Die folgende Liste stellt einen Ausschnitt der durchgeführten Workshops aus bislang sechs durchgeführten Fortbildungen dar. Diese Workshops werden von den Expert*innen des Net-Mathebuchs durchgeführt.

- Einführung in das digitale Schulbuch Net-Mathebuch
- Stochastik mit dem Net-Mathebuch: Zufallsprozesse und bedingte Wahrscheinlichkeit
- GeoGebra nutzen mit dem Net-Mathebuch
- Funktionen und Analysis mit dem Net-Mathebuch
- Analytische Geometrie erkunden mit dem Net-Mathebuch
- Hilfsmittelfreie Aufgaben zur Vorbereitung auf die zentralen Klausuren in der Einführungsphase im Net-Mathebuch
- Modellieren in der Analysis mit digitalen Werkzeugen im Net-Mathebuch
- Methodischer Umgang mit dem Net-Mathebuch
- ...

Neben der Durchführung der Workshops wird besonderer Wert auf den gegenseitigen Austausch zwischen den beteiligten Lehrkräften, den Expert*innen des Net-Mathebuchs und den Fachdidaktikern gelegt. Da die Fortbildungen in regelmäßigen Abständen stattfinden, haben die Lehrenden zwischen den Fortbildungsterminen die Gelegenheit, das Gelernte im Unterricht auszuprobieren. In den Fortbildungen können sie dann anschließend von ihren Erfahrungen berichten. Von diesem direkten Austausch können nicht nur die Lehrkräfte gegenseitig profitieren, sondern es werden auch Erkenntnisse über die Gestaltung von nutzerfreundlichen und unterrichtsbereichernden Lehr- und Lernmaterialien gewonnen. Letztendlich vereinen die Fortbildungen durch die Beteiligung der unterschiedlichen Akteure die Theorie und Praxis.

3. Säule: Begleitende Forschung / Studie

Bislang gibt es sowohl im nationalen als auch im internationalen Bereich nur vereinzelte Studien, welche die Nutzung eines digitalen Mathematikschulbuchs untersuchen. Insbesondere der Einfluss auf die Kompetenzentwicklung sowie Einstellungen und Selbstwirksamkeitserwartungen der Lernenden wurde bislang kaum erforscht. Diese Forschungslücke wird im Projekt KomNetMath aufgegriffen. Von besonderem Interesse für die begleitende Forschung ist dabei der Vergleich zwischen digitalen und analogen (gedruckten) Materialien. Das Net-Mathebuch eignet sich für

eine solche Untersuchung aus einer didaktischen und forschenden Perspektive besonders, da es viele der theoretischen Potenziale eines digitalen Schulbuchs, z. B. durch die Integration digitaler Mathematikwerkzeuge und weiterer digitale Features, aufgreift (s. Folgekapitel *Potenziale und Merkmale eines digitalen Mathematikschulbuchs*).

Im Folgenden werden zwei (Teil-)Untersuchungen des Projektes mit jeweils ersten Ergebnissen kurz vorgestellt. Die Methodik und die Studienergebnisse werden regelmäßig publiziert und können teilweise bereits nachgelesen werden (z.B. Brnic, 2020; Brnic & Greefrath, 2020)

Untersuchung zum Einfluss auf die Kompetenzentwicklung der Lernenden

Ein Zusammenhang von Lernzuwachs und dem jeweils genutzten Schulbuch ist erst in wenigen Studien untersucht worden. Oftmals handelte es sich dabei um einen Vergleich unterschiedlicher (analoger) Schulbücher (Fan et al., 2013) und nicht um einen Vergleich zwischen digitalen und analogen Materialien. Es weisen zumindest verschiedene Studien darauf hin, dass der Einsatz von Technologie bzw. digitalen Werkzeugen positiven Einfluss auf den Lernerfolg haben kann (Hillmayer et al, 2020). Welche Effekte auf das Lernen die Nutzung eines digitalen Mathematikschulbuchs mit integrierten digitalen Werkzeugen im Vergleich zur Nutzung analoger Materialien hat, wird im Projekt genauer erforscht.

Für diesen Vergleich zwischen digitalem Schulbuch und analogen Materialien wurde eine fünfstündige Unterrichtsreihe mit dem Schwerpunktthema „Bedingte Wahrscheinlichkeiten“ konzipiert (Brnic, 2020). Diese Unterrichtsreihe wurde im ersten Projektjahr gemeinsam mit Experten des Net-Mathebuchs und Lehrkräften entwickelt und erprobt und wird von den aktuell am Projekt beteiligten Lehrkräften mit ihren Kursen jeweils durchgeführt. Für den Zeitraum der Unterrichtsreihe werden die einzelnen Kurse auf Basis eines Vortestes zweigeteilt. Eine Kurshälfte arbeitet in der Unterrichtsreihe mit dem Net-Mathebuch, die andere Kurshälfte erhält eine analoge (gedruckte) Adaption in Form eines Hefers. Diese Adaption wurde für diese Reihe entwickelt und enthält gedruckte Analogien der für das Thema relevanten Kapitel, GeoGebra-Apps und Features des Net-Mathebuchs. Die Schüler*innen können zum Beispiel in dem Hefter auf Hilfskarten zugreifen, die im digitalen Net-Mathebuch aufklappbaren Tipps entsprechen. Es werden also nicht unterschiedliche Schulbücher, sondern digitale mit analogen Materialien verglichen. Da die Schüler*innen beider Gruppen die gleichen mathematischen Inhalte

erhalten, sind etwaige Effekte auf die jeweilige Aufbereitung rückführbar. Des Weiteren werden beide Kurshälften in der Unterrichtsreihe jeweils von ihrer gewohnten Lehrkraft mit Unterstützung eines Projektmitarbeitenden nach vorgegebenen Verlaufsplänen unterrichtet. Durch die Aufteilung eines Kurses in zwei Hälften ist außerdem gewährleistet, dass diese die gleichen Vorkenntnisse und Vorerfahrungen zu Beginn des Vortestes bzw. der Unterrichtsreihe haben.

Damit entsprechende Effekte und die Entwicklung ab dem Vortest festgestellt bzw. gemessen werden können, schreiben die Schüler*innen direkt nach der Unterrichtsreihe einen Nachtest. Beide Tests wurden für diese Studie entwickelt und greifen Inhalte der Unterrichtsreihe auf.



Nachdem die Hauptstudie zur Durchführung dieser Unterrichtsreihe mit zugehörigen Tests pandemiebedingt verschoben werden musste, konnte das Design zum jetzigen Zeitpunkt bereits mit neun Kursen umgesetzt werden. Bei diesen Kursen konnte bereits ein signifikanter Lernzuwachs vom Vor- zum Nachtest festgestellt werden. Dabei gibt es erste Hinweise, dass die Schüler*innen vom digitalen Schulbuch im Vergleich zu den gedruckten Materialien profitieren konnten. Dies muss sich noch durch die Durchführung mit weiteren Kursen und tiefergehenden Analysen bestätigen.

Untersuchung zum Einfluss auf Einstellungen und Selbstwirksamkeitserwartungen der Lernenden

Den am Projekt teilnehmenden Lehrkräften und ihren Kursen wird das Net-Mathebuch für das jeweilige Schuljahr zur Verfügung gestellt. Welchen Einfluss diese langfristige Nutzung auf die Einstellungen und Selbstwirksamkeitserwartungen der Lernenden gegenüber der Nutzung eines digitalen Schulbuchs hat, wird mithilfe eines Fragebogens untersucht. Die Überzeugung einer Person, dass sie Handlungen (hier mit

dem digitalen Schulbuch) erfolgreich bewältigen kann, werden als Selbstwirksamkeitserwartungen aufgefasst.

Der Fragebogen ist an bereits bestehende Testinstrumente angelehnt und wird von den Schüler*innen an drei unterschiedlichen Zeitpunkten ausgefüllt. Die Schüler*innen füllen den Fragebogen vor der erstmaligen Nutzung des Net-Mathebuchs, nach einer halbjährlichen Nutzung und am Ende eines Schuljahres aus. Somit kann evaluiert werden, ob sich die Einstellungen und Selbstwirksamkeitserwartungen der Schüler*innen über einen längeren Zeitraum bzw. zwischen den Zeitpunkten ändern (Brnic & Greefrath, 2020).

Hier zeigen erste Ergebnisse, dass erst durch die langfristige Nutzung positive Effekte auf die Einstellungen und Selbstwirksamkeitserwartungen erkennbar sind. Es ist zu vermuten, dass Schüler*innen vor der erstmaligen Nutzung eines digitalen Schulbuchs eine gewisse Erwartungshaltung gegenüber einem solchen neuen Medium haben, die sich in den Fragebogenergebnissen widerspiegeln. Ähnliche Studien zum Einsatz digitaler Werkzeuge zeigten ebenfalls solche Ergebnisse (z.B. Riess, 2018). Die Auseinandersetzung mit dem neuen Medium erfordert für die Schüler*innen, genauso wie für die Lehrkräfte, anfänglich eine Umgewöhnung von bisherigen Handlungsmustern. Der zielgerichtete und gewinnbringende Einsatz eines digitalen Schulbuchs ist somit ebenfalls mit einem Lernprozess verbunden, sodass die Potenziale im Mathematikunterricht genutzt werden können.

Potenziale und Merkmale eines digitalen Mathematikschulbuchs

Bei dem Net-Mathebuch handelt es sich um eine *digitale* Neukonzeption, welche nicht eine *digitalisierte* Version eines Schulbuchs darstellt, sondern als ein „echtes“ digitales Schulbuch aufgefasst werden kann. Insbesondere vor dem Hintergrund, dass die Struktur eines Schulbuchs und die Art der Nutzung einen bedeutsamen Einfluss auf die Lernaktivitäten der Schüler*innen hat (Pepin et al., 2015), sollten die Potenziale und Merkmale eines digitalen Schulbuchs, die es von gedruckten Schulbüchern unterscheidet, in den Blickpunkt genommen werden.

In der Literatur werden verschiedene Potenziale und Merkmale digitaler Mathematikschulbücher genannt. Die folgende Übersicht orientiert sich

an Choppin et al., 2014 und Rezat, 2020. In dieser sind neben einer Beschreibung des jeweiligen Merkmals bzw. Potenzials (linke Spalte) stets zugehörige Beispiele aus dem Net-Mathebuch (rechte Spalte) aufgelistet.

Nutzung von Multimedia

Integration und Nutzung multimedialer Inhalte

Einbindung von Lernvideos, Simulationen, Bilderkarussells, Pop-Up-Fenster, ...

Interaktivität

Interaktivität zwischen Lernenden und dem Material

Einbindung interaktiver Aufgaben, z.B. durch GeoGebra-Apps, Zuordnungsaufgaben, Aufgaben mit Auswahlmöglichkeiten, ...

Soziale Aspekte und Kommunikation

Kollaboratives Lernen und Arbeiten sowie Kommunikationsmöglichkeiten zwischen Lernenden, Lehrenden und weiteren Expert*innen/Tutor*innen

Uploadmöglichkeit eigener Materialien, ...

Anpassung der Lernerfahrung

Anpassung der Materialien an die eigenen Bedürfnisse und Lernstile

*Setzen eigener Lesezeichen und Links; Lehrkräfte können Lösungen der Aufgaben für die Schüler*innen freischalten, ...*

Fortwährendes Assessment / Dokumentieren des Lernprozesses

Feedback- und Einschätzungsmöglichkeiten durch das Material sowie entsprechende Übertragungsmöglichkeiten an die Lehrkraft

Aufgaben mit der Möglichkeit einer Lösungsprüfung; Druck- und Speicherbutton, ...

Ökonomische Vorteile

Schnelle Überarbeitungs- und Freischaltungsmöglichkeiten des Materials

Einbindung aktueller Kontexte, z.B. der Corona-Pandemie, laufende Überarbeitung der Inhalte und Features, ...

Mithilfe dieser Übersicht wird ersichtlich, dass bereits viele der theoretischen Merkmale und Potenziale digitaler Schulbücher im Net-Mathebuch vorzufinden sind. Es kann natürlich zur Diskussion gestellt werden, ob

diese alle in einem digitalen Schulbuch vorzufinden sein müssen, da sie bereits durch andere im Unterricht integrierte Software (z.B. durch Lernmanagementsysteme) abgedeckt sein könnten. Zusammenfassend kann die ständige Bereitstellung und Integration digitaler Werkzeuge, was eine Charakteristik eines modernen digitalen Schulbuchs darstellt, als eine Stärke des Net-Mathebuchs angesehen werden.

Literatur

Barzel, B., & Selter, C. (2015). Die DZLM-Gestaltungsprinzipien für Lehrerfortbildungen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 36(2), 259–284.

Brnic, M. (2020). Digital oder analog? Eine Interventionsstudie zur Schulbuchnutzung. In H.-S. Siller, W. Weigel, & J. F. Wörler (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2020* (S. 177–180). Münster: WTM. <https://doi.org/10.17877/DE290R-21258>

Brnic, M., & Greefrath, G. (2020). Learning mathematics with a digital textbook and its integrated digital tools: The KomNetMath project. *Proceedings of the 14th International Conference on Technology in Mathematics Teaching – ICTMT 14*. Gehalten auf der ICTMT 14, Essen, Germany. <https://doi.org/10.17185/DUEPUBLICO/70736>

Choppin, J., Carson, C., Borys, Z., Cerosaletti, C., & Gillis, R. (2014). A Typology for Analyzing Digital Curricula in Mathematics Education. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 2(1), 11–25.

Fan, L., Zhu, Y., & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: Development status and directions. *ZDM Mathematics Education*, 45(5), 633–646.

Hillmayr, D., Ziernwald, L., Reinhold, F., Hofer, S., & Reiss, K. (2020). The potential of digital tools to enhance mathematics and science learning in secondary schools: A context-specific meta-analysis. *Computers & Education*, 143, 103897.

Klinger, M., Thurm, D., Barzel, B., Greefrath, G. & Büchter, A. (2018). Lehren und Lernen mit digitalen Werkzeugen: Entwicklung und Durchführung einer Fortbildungsreihe. In R. Biehler, T. Lange, T. Leuders, P. Scherer, B. Rösken-Winter & C. Selter (Hrsg.), *Mathematikfortbildungen professionalisieren: Konzepte, Beispiele und Erfahrungen des Deutschen Zentrums für Lehrerbildung Mathematik* (S. 395–416). Wiesbaden: Springer Spektrum.

Pepin, B., Gueudet, G., Yerushalmy, M., Trouche, L., & Chazan, D. (2015). E-textbooks in/for Teaching and Learning Mathematics: A Potentially Transformative Educational Technology. In L. D. English & D. Kirshner (Hrsg.), *100 Cases. Handbook of International Research in Mathematics Education* (S. 636–661). Hoboken: Routledge.

Rezat, S. (2020). Mathematiklernen mit digitalen Schulbüchern im Spannungsfeld zwischen Individualisierung und Kooperation. In D. M. Meister & I. Mindt (Hrsg.), *Mobile Medien im Schulkontext* (S. 199–213). Springer Fachmedien.

Rieß, M. (2018). *Zum Einfluss digitaler Werkzeuge auf die Konstruktion mathematischen Wissens*. Wiesbaden: Springer Fachmedien.

Ergänzung zum Be-Greifen: Das 3-D-Modell

In Ergänzung zu den digital unterstützten Aufgaben der Analytischen Geometrie bietet die MUED ein 3-D-Modell mit passendem Aufgabenmaterial als Broschüre an:



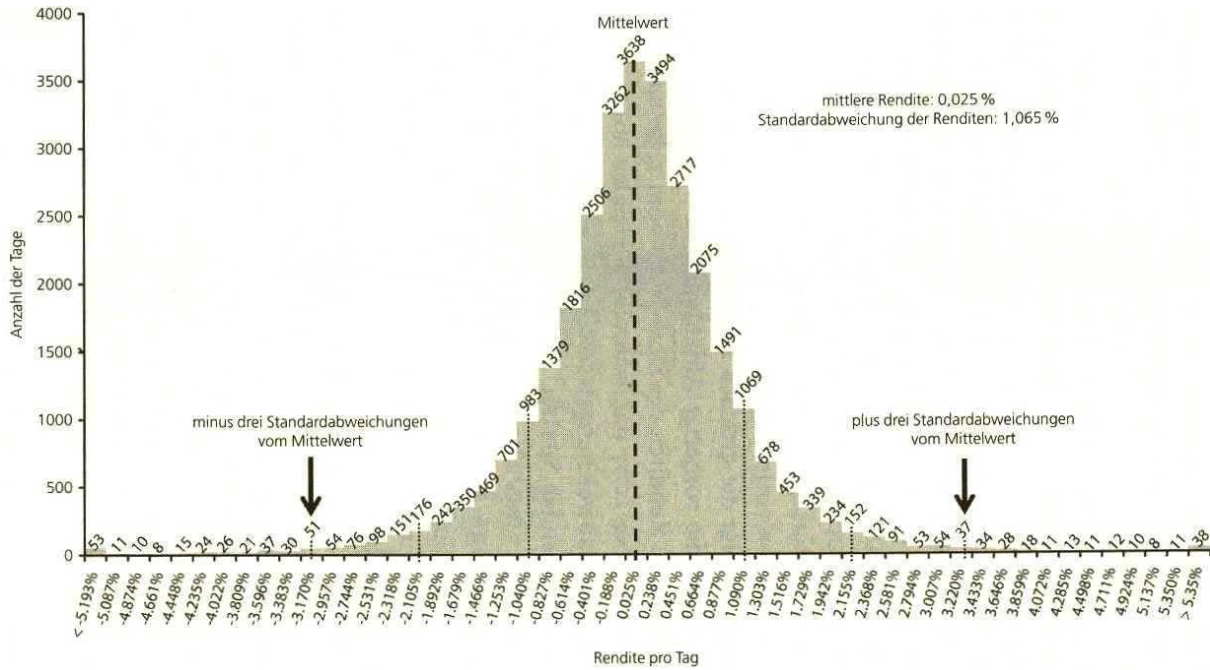
Das Set besteht aus 4 kompletten 3D Modellen in Plexiglas (4mm dicke Platten), die Kantenlänge dieser Modelle beträgt ca. 30 cm. So können die Modelle als Tisch-Modelle benutzt werden. Die Bohrungen sind proportional identisch mit dem großen 3D Modell. Die Modelle sind gut im mitgelieferten stabilen Kunststoff-Koffer in den Klassenraum zu transportieren und sehr leicht und schnell aufzubauen. Der komplette Koffer wiegt ca 7 KG. Lieferumfang: 4 komplette. 3D Tisch-Modelle aus Plexiglas, incl. 6 Gewindestangen und kleinem Materialpaket aus Gummiringen, Zahnstochern, Muttern, sowie einer CD mit der PDF Version der MUED-Broschüre "Das 3D Koordinatenmodell", Transport-Kunststoffkoffer, sowie einer Aufbauanleitung; Preis:355,00 €

Bestell-Nr. [20213](#)

Das große Einzelmodell hat eine Kantenlänge von 70 cm und wiegt ca. 18 kg. Preis: 249 €

Bestell-Nr. [20208](#)

Keine Normalverteilung



Tägliche Renditen des Dow-Jones-Indexes, Januar 1900 bis Dezember 2007

Normalverteilung

