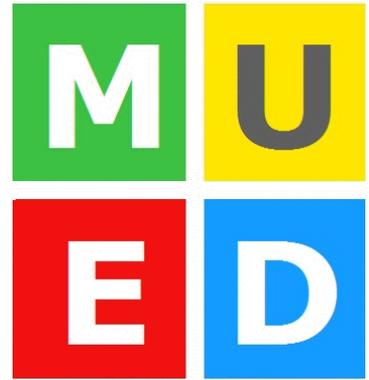


# Rundbrief 215



3/2020

**Wie gehen wir mit Digitalisierung im  
Mathematikunterricht um?**



**Mathematikunterricht in Krisenzeiten –  
neue Perspektiven gewinnen.**



<https://unsplash.com/photos/nM1FZ-SCXnE>

„Limetten stellen keinen Mehrwert für eine Guacamole dar. Vielmehr gilt: Eine Guacamole ohne Limetten ist keine Guacamole. Digitale Medien stellen keinen Mehrwert für den Unterricht unter Bedingungen der Digitalisierung dar. Vielmehr gilt: ...“

<https://axelkrommer.com/2018/09/05/wider-den-mehrwert-oder-argumente-gegen-einen-ueberfluessigen-begriff/>

# Inhaltsverzeichnis

Editorial	3
Schuljahr 2019/2020 - Ein DENKwürdiges letztes Quartal...	5
Videos im Mathematikunterricht nutzen	13
Wir gehen wir mit Digitalisierung im Mathematikunterricht um? Versuch einer Systematisierung aus MUED-Perspektive	19
Ist Mathematik immer noch die Wissenschaft von "nur Stift und Papier"	30
Jürgen Maaß: Attraktiver Mathematikunterricht: Motivierende Beispiele aus der Praxis – Rezension von Christoph Maitzen	33
... die letzte Seite: Informationelle Selbstbestimmung	36

---

## Impressum

Der MUED-Rundbrief erscheint vier Mal im Jahr in Münster mit einer Auflage von 800 Exemplaren.

MUED e.V., Windthorststr. 7, 48143 Münster  
Tel. 0251 97957799, Fax 0251 97957797  
e-mail: [mued.ev@mued.de](mailto:mued.ev@mued.de), <http://www.mued.de>

Redaktion dieses Rundbriefs: Gerti Kohlruss, Volker Eisen  
Redaktion des nächsten Rundbriefs: Christoph Maitzen

## Editorial

---

**Wie gehen wir mit Digitalisierung im Mathematikunterricht um?** – so sollte das Thema der Jahrestagung 2020 lauten. Wir – Gerti Kohlruss und Volker Eisen – hatten uns auf den Weg gemacht, den Tagungsrundbrief dazu zu schreiben. Dann kam Corona und alles anders. Der Planungsrat hat beraten und entschieden, die Tagung nicht von vorne herein abzusagen, sondern so groß wie möglich (aktuell: Begrenzung auf 44 Teilnehmer\*innen) durchzuführen. Eine Anpassung des Schwerpunkts lag auf der Hand: **Mathematikunterricht in Krisenzeiten – neue Perspektiven gewinnen.**

Klar, beide Themen hängen miteinander zusammen: Das Lernen während des Lockdowns wird im Wesentlichen digital organisiert. Olaf-Axel Burow spricht von der "wirksamste[n] Fortbildungsmaßnahme aller Zeiten!"

- Deshalb gibt es einen Beitrag, der so erstmal nicht geplant war, mit einem persönlichen Rückblick, was wir die „Zeiten von Corona“ erlebt haben und was wir daraus mitnehmen.
- Hier ordnet sich auch der einzige wirklich praktische Beitrag zu Videos im Mathematikunterricht ein.

Die Digitalisierung im Bildungssystem fordert auch zu neuen Perspektiven auf. Das ursprüngliche Thema der Tagung *ist* eine Frage, und zwar eine mit vielen Facetten.

- Hierzu passt ein Beitrag, der so geplant war, mit dem Versuch einer Systematisierung aus MUED-Perspektive

Uns liegt es gleichwohl am Herzen auseinander zu halten, dass das, was während des Lockdown im letzten Halbjahr passiert ist, nur wenig mit der Herausforderung Digitalisierung zu tun hat:

„Digitalisierung in der Schule bedeutet nicht so sehr den Einsatz von digitalen Werkzeugen im Unterricht; sondern eher Unterricht, der sich an den Anforderungen einer digitalisierten Welt orientiert.“ Marina Weisband, Twitter-Post vom 03.11.2019

Digitalisierung beeinflusst alle Lebensbereiche und damit natürlich auch Schule und Unterricht, auch wenn dort (noch) weit und breit kein digitales Gerät zu finden sein sollte. Und auch unsere Bezugsdisziplin Mathematik ist Veränderungen unterworfen:

- Ist Mathematik immer noch die Wissenschaft von "nur Stift und Papier"?

Andere unserer Ideen, das ursprüngliche Tagungsthema weiter zu denken, sind rausgeflogen (oder vertagt auf einen kommenden Rundbrief?):

In zwei Erfahrungsberichten wollten wir unseren Alltag mit Digitalisierung im Mathematikunterricht (vor dem März 2020) schildern – das haben wir nun einfach nicht mehr geschafft. Ebenso hatte hier kein Platz mehr, die Querverbindung zur Frage nach der Zukunft der MUED zu diskutieren. Grundidee wäre gewesen: Wie kann die MUED Leuchttürme für digitale Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts entwerfen? Welche Rolle spielt das Programm der Open Educational Resources (OER) für die Materialdatenbank der MUED (siehe z.B.: <https://open-educational-resources.de>)? Zumindest für diesen Rundbrief gilt klar und bewusst:



→ „Die letzte Seite“ wirft ein Schlaglicht auf eine in ihrer Tragweite (noch) oft unterschätzte politische Herausforderung des digitalen Zeitalters: Was passiert mit unseren Daten?

Gerti und Volker

## **Schuljahr 2019/2020 - Ein DENKwürdiges letztes Quartal...**

Nun Ende der Sommerferien gibt es wieder die alljährliche Startstimmung mit getanktem neuem Elan. Und doch fühlt es sich diesmal anders an, denn für die Schulen geht es weiter im AHA-Modus (Abstand – Hygiene – Alltagsmasken). Ich finde es ist ein guter Zeitpunkt, sich das letzte Schulquartal mit den vielen Besonderheiten noch mal in Erinnerung zu rufen, um auch darüber nachzudenken, was es zukünftig bedeutet. Naturgemäß ist Erinnerung ein subjektiver Vorgang, und so lest ihr hier mein Erleben und meine Gedanken dazu. Ich arbeite an einem Berufskolleg in NRW und in der LehrerInnenausbildung.

### **Aschermittwoch 2020**

Dieses Jahr traf es den 26.2.2020. Der Aschermittwoch markiert das Ende der Karnevalzeit. Gewöhnlich fokussieren sich auch die Kölner wieder auf das Fußballspielen, die Politiker debattieren neu über ihre Programme und Schülerinnen und Schüler widmen sich wieder mit Elan dem Schulgeschäft. Gewöhnlich starten sie direkt in die Klausurphase und bis zu den ersehnten Osterferien ist eine Menge zu wuppen - so auch dieses Jahr. Doch schon jetzt gibt es ein vorherrschendes Thema. Die ersten Corona-Fälle in NRW werden bekannt, rasant entwickeln sich die Fallzahlen und bereits am 10.3. wird von der WHO die Epidemie zur Pandemie erklärt. Der Lockdown ist absehbar. Am Freitag den 13.3. ist es auch für die Schulen in NRW so weit. Ich war noch im Rahmen einer Staatsprüfung unterwegs, als die Nachricht durchkam. Es stand in der dritten Schul-Email zum Thema "Umgang mit Corona". 21 weitere Schul-Emails zum Thema Umgang mit Corona sollten bis zu den Sommerferien noch folgen. Schon während der Heimfahrt setzten sich die Gedanken in Bewegung - wie stelle ich jetzt Unterricht auf Online um, wie können wir online sinnvoll ausbilden, was wird mit den Prüfungen, die jetzt noch nicht stattgefunden haben? Und wenn ich nun im Nachhinein an diese Phase denke, so war es ein kopfüber Eintauchen in unbekanntes Wasser mit sehr begrenzter Sicht. So hieß es den nächstgelegenen Felsbrocken, den man erahnte anzupeilen. Erst wenn dieser erreicht war, war es möglich den nächsten Stein anzupeilen. Navigationshilfen kamen von verschiedenen Quellen: Online-Kurse, Online-Austausch, Online-Life-Seminare, Online-Barcamps, aber vor allen einfach ausprobieren. Das eigene Büro veränderte sich von Tag zu Tag: Ein Greenscreen erhielt Einzug (mittlerweile ist er wieder ausgezogen!), sowie Ringleuchten eine zusätzliche Kamera und eine Dokumentenkamera, um flexibel und schnell im Online-Unterricht auch visualisieren zu können.



Diese Emails bilden einerseits die Informationsfülle ab (durchschnittliche Satzlänge: 20 Worte - dies gilt bei Linguisten schon als schwere Kost, durchschnittlich ca. 800 Worte. Dies sind etwa 2-3 Standard Din A4 -Seiten). Andererseits sind sie auch eine Art Logbuch für Lehrende mit den wichtigen Meilensteinen, mit denen wir uns in den vergangenen Monaten beschäftigt haben. Von der erschreckend schnellen Verbreitung, hin zum Lockdown, über den Umgang mit Prüfungen, inwiefern gibt es eine Online-Schulpflicht und auch die dringenden Fragen nach Bewertung und nach Versetzungen.

Taktung und Wahl der Veröffentlichungstermine machen außerdem deutlich, unter welchem Druck der Ungewissheit wir oft standen. So wurde erst Ende der Osterferien veröffentlicht, wie weiter verfahren wird. Das gemeinsame Ziel war klar: Wir wollten wieder schnellstmöglich zum sogenannten Containment kommen. Diese Phase bezeichnet den Zustand vor Karneval, als es genügte, dass einzelne Infizierte in Deutschland sowie ihre Kontakte sich in Quarantäne begeben haben. Jedoch war die Prognose, wann dies geschafft sein konnte, in den Osterferien noch sehr unklar. Bis zu den Osterferien war meine Maxime: "Erreiche deine Lernenden so gut wie eben möglich und versuche soviel Feedback wie möglich zu erhalten, um zu erfahren, was funktioniert und was nicht."

Bis zu den Osterferien waren es absehbare 3 Wochen. Die Lernenden wurden vielerorts im Wesentlichen mit Lernmaterialien und Arbeitsaufträgen versorgt. Dies hat, glaube ich, so weit geklappt, dass fast alle Lernenden Material und Aufträge erhalten haben. Aufträge mündeten oft in dem Anspruch, bis zu einem festen Zeitpunkt ein Lernprodukt entweder per Email zurückzusenden oder dieses auf eine Lernplattform hochzuladen. Der Rücklauf ist - vielleicht wenig überraschend - in den einzelnen Lerngruppen sehr unterschiedlich und allen Beteiligten fehlt der Austausch darüber, woran geringe Rücklaufquoten liegen. Mögliche Gründe sind von lehrender Seite ein manchmal zu schwieriger Auftrag für die Remotearbeit, wenig motivierendes Lernmaterial zum Selberlernen, fehlende Niveaudifferenzierung, zu geringe Hilfestellung oder zu geringe Verbindlichkeit oder Transparenz über das Lernangebot. Allerdings ist meine Hauptkritik, dass wir oft zu wenig Zusammenarbeit genutzt haben, um den Lernenden ein übersichtliches und abgestimmtes Angebot machen zu können. Dies ist auch mein erstes Learning aus der Krise: **"Wir brauchen kontinuierliche Teamarbeit, und das fächerübergreifend."** Ob dies gelingt, werden wir in der nächsten Krise merken: Fällt wieder jede/jeder auf sich zurück oder gibt es eine gemeinsame Anstrengung diese zu bewältigen?

An dieser Stelle möchte ich anmerken, dass ich hier nur meine eigenen Erfahrungen reflektiere. Ich freue mich, wenn die Zusammenarbeit bei euch allen vorbildlich geklappt hat.

Lernenderseits sind ebenfalls die Gründe vielschichtig: Neben mangelnder Selbststeuerung und fehlender Motivation gab es auch andere Gründe, wie zum Beispiel das regelmäßige Hüten von Geschwistern oder nun regelmäßig einem Job beim Einkaufscenter nachgehen. Sprich die Prioritäten wurden oder konnten nicht immer so gesetzt werden, wie wir Lehrende es uns gedacht haben. Hier eine kleine Probe aus meiner Email-Kommunikation in diesen Tagen.

Guten Tag.

Ist der Unterricht morgen Pflicht? Weil ich eigentlich morgen am arbeiten bin.  
LG xxx

Schwierig war es teilweise überhaupt an Informationen von Lernenden zu kommen. Die Schulpflicht war quasi ausgehebelt und einige sind regelrecht abgetaucht. Der Hoffnungsschimmer in der Krise: Werte sind wichtiger als Regeln, denn keiner weiß, welche Regeln morgen gelten, während Werte und Haltung allen im System verlässliche Orientierung geben können.

### **Erste Erfahrungen mit Online Präsenzunterricht**

Von der ersten Woche an war mir klar, dass ich mir einen direkteren Kontakt zu meinen Lernenden wünsche und habe begonnen, Online-Unterricht auf freiwilliger Basis anzubieten. Die Anfänge waren holprig: Zoom kam in die Kritik, MS Teams bot anfangs nur wenige Kamerabilder. So startete ich meine ersten Versuche mit Zoho, bin dann aber bald auf MS Teams umgezogen, nachdem alle Lernenden ihre Zugänge erhalten hatten. Online-Unterricht bot mir eine sehr gute Möglichkeit über Stolpersteine zu sprechen, Feedback zu geben und zu erhalten bis hin zu Gruppenarbeitsphasen, die auch online organisiert werden können, und ein stückweit gemeinschaftliches Lernen und Erarbeiten ermöglichen konnten. Leider waren nie mehr als 70% der Lernenden an Bord.

An Aufzeichnungen habe ich mich aus Datenschutzgründen nicht herangetraut, so dass zu der Vorbereitung des Online-Unterrichts und der Unterrichtszeiten immer noch das Erstellen der Inhalte in Form von Videos und Präsentationen erforderlich war, um auch eine asynchrone Teilnahme zu ermöglichen. Die Anregung, ein Portfolio zu erstellen und das Lernen wöchentlich in einem Onenote-Notizbuch zu dokumentieren, wurde von einigen Lernenden gerne genutzt. Was wir in dieser Phase noch nicht etabliert haben, ist auch sich gegenseitig Feedback zu geben. Ich selbst war zeitlich mehr als ausgelastet, so dass ich nicht alle Portfoliobeiträge so gewürdigt habe, wie ich es mir im Vorfeld vorgestellt habe.

Das zweite Learning aus dieser Phase ist für mich, dass wir das selbst lernen können und die Selbststeuerung noch viel stärker in den **Mittelpunkt**

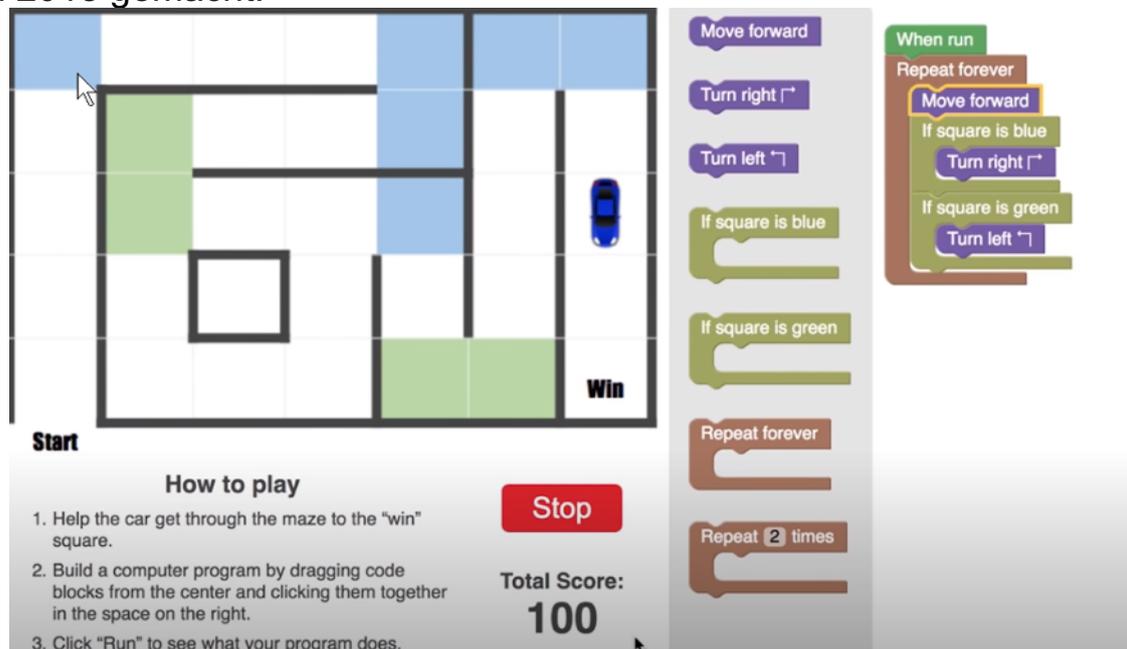
**rücken** sollten, insbesondere wenn wir uns wünschen, dass mathematische Denkweisen in den Alltag und lebenslang integriert werden und nicht nach der Schulzeit in einer Mottenkiste auf dem elterlichen Dachboden verstauen.

## Erstes Innehalten: Die Osterferien

Endlich verschnaufen. Nach dem ungewohnten Ritt, von eingestreuten Onlineaktivitäten zu einer Online-Totale, der alle viel vor die Bildschirme gezwungen hat, waren die Ferien nun ersehnt. Doch fast gleichzeitig setzte bei mir Ernüchterung ein. Während wir alle noch insgeheim hofften, dass wir zur Normalität zurückkehren und gleichzeitig wussten, dass wir es vermutlich nicht tun werden, beschlich mich die Erkenntnis, dass nicht sicher ist, ob wir schon nachhaltig genug aus den drei Wochen gelernt haben, damit die Zeit danach runder laufen kann. Und worauf bereite ich mich nun vor: Online - Präsenz - Hybrid?

Und wie wird es nach den Osterferien weitergehen mit Verbindlichkeit. Oder ist es sogar gut, dass Schule aus sich selbst heraus überzeugen muss, und ihre Lernangebote so gestaltet, dass Lernende sie gerne und freiwillig in Anspruch nehmen?

Sehr nachdenklich zu diesem Thema hat mich der Ted-Talk von Mark Rober "The Super Mario Effect - Tricking Your Brain into Learning More " von 2018 gemacht:



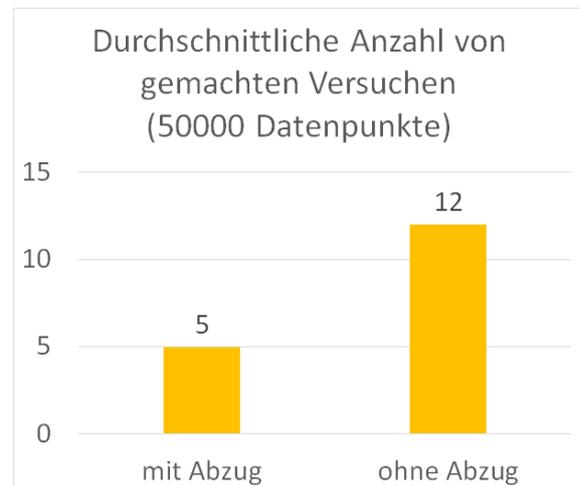
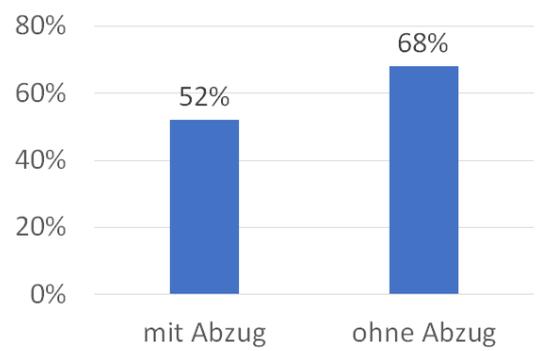
The image shows a screenshot of a game interface for a maze-solving challenge. On the left, a 10x10 grid maze is displayed with a blue car starting at the top-left corner (marked 'Start') and a 'Win' square at the bottom-right. The maze contains blue and green obstacles. Below the maze, a 'How to play' section lists three instructions: 1. Help the car get through the maze to the "win" square. 2. Build a computer program by dragging code blocks from the center and clicking them together in the space on the right. 3. Click "Run" to see what your program does. A red 'Stop' button and a 'Total Score: 100' display are also visible. On the right side, a visual programming editor is shown with various code blocks: 'Move forward', 'Turn right', 'Turn left', 'If square is blue', 'If square is green', 'Repeat forever', and 'Repeat 2 times'. A 'When run' block is connected to a 'Repeat forever' loop containing 'Move forward', 'If square is blue' (with 'Turn right'), and 'If square is green' (with 'Turn left').

Er hat ein Spiel entwickelt, mit dessen Hilfe man Programmieren lernen kann. In einem Versuch hat er zwei Versionen in den Umlauf gebracht. In Version 1 erhielt man bei einem Fehlversuch die Meldung "*That didn't work. Please try it again.*" Der Start-Highscore blieb dabei unangetastet bei 200

Punkten. Bei der Version 2 kam die Meldung: *"That didn't work. You lost 5 points. You now have 195 points. Please try it again."* Und bei jedem weiteren Fehlversuch werden erneut 5 Punkte abgezogen.

Die Frage, die er untersuchen wollte, war diese: *"Wer von beiden Gruppen versucht es ausdauernder die richtige Lösung zu finden?"* Was denkt ihr, welche Version hatte hier wohl die Nase vorn?

Erfolgsrate beider Gruppen  
(insgesamt 50000 Daten)



Interessanterweise sind es diejenigen, die keinen Punktabzug erhalten, welche durchschnittlich signifikant eine höhere Lösungsquote haben. Woran dies liegen könnte, zeigt die zweite hier untersuchte Information. Sie versuchen es durchschnittlich ca. 2,5 mal so häufig die Aufgabe zu lösen, wie diejenigen, deren Punktekonto allmählich wegschmilzt.

Wir erleben zur Zeit viele Lernende, die im Rahmen von Computerspielen unermüdlich dazulernen bereit sind, und im Mathematikunterricht eher den Lernhürden auszuweichen scheinen. Sie sehen den Fehler und damit verbundenen Notenabzug schon auf sich zukommen. Denn besteht Angst vor dem Versagen, bringen Menschen sich nicht gerne in die Situation, in der man versagen könnte, damit weicht man gleichzeitig der Möglichkeit aus sich zu verbessern. Mark Rober nennt dies den Super-Mario-Effekt.

“Shifting the focus from failing into pits to saving the princess,  
to stick with a task and learn more”

Und so bleibt wie immer die Frage, wie bekommen wir das unterrichtlich hin. Ich weiß es nicht. Jedoch weiß ich: Mit Schulpflicht und Notendruck sicher nicht, zumindest nicht für alle.

Die 14 Tage waren schnell um. Ich fühlte mich etwas sicherer im Umgang mit MS Teams und hatte eine Menge von Vorüberlegungen im Gepäck sowie weitere Schul-E-mails Nr. 15 und Nr. 16 mit der Ankündigung einer schritt-

weisen Wiederaufnahme von Unterricht. Für mich blieb es noch bis Ende Mai bei Online-Unterricht. Danach habe ich bis zu den Sommerferien einen Hybrid-Versuch gestartet.

## **Hybrid-Unterricht**

Nur wenige Male haben meine Klasse 11 und ich Präsenzunterricht erlebt. Auch war immer nur die halbe Klasse vorort, einige waren zusätzlich von zuhause über MS Teams dabei. Und auch das fühlte sich nicht so richtig gut an - zum einen ermöglichte das Unterrichten auf Abstand schlechtere Kollaborationsmöglichkeiten (auch online ist es schwieriger, da ja nicht mehrere Gruppen sich ganz unabhängig austauschen können und es im Klassenraum Rückkopplung erzeugt.) und weniger direkten Support. Andererseits war es schwierig, zeitgleich den anderen von zu Hause zugeschalteten Schülerinnen und Schülern gerecht zu werden. Es gab kleinere Highlights, wenn SchülerInnen von zu Hause aus ihr Vorgehen präsentierten oder über Teams vernetzter Austausch entstand. Doch insgesamt war diese Form noch wenig überzeugend. Hier werde ich noch Vieles dazulernen müssen, um gute Formate zu finden, die sowohl für Anwesende als auch remote Hinzugeschaltete attraktiv und effektiv sind. Wenn ich die letzte Phase mit dem Online-Unterricht vergleiche, fand ich diesen wesentlich überzeugender. Jedoch Datenschutz hin oder her - Die Kameras sollten schon von allen eingeschaltet werden, um ein Maximum an Kommunikation aller auch über Mimik und Gestik zu ermöglichen, sonst droht Unterricht online zur Einbahnstraße zu verkommen! Und die Online-Zeit sollte überwiegend zur kollaborativen Gruppenarbeit in kleinen Teams genutzt werden. Diese Phasen wurden auch von meinen Lernenden besonders wertgeschätzt.

## **Sommerpause - Krise rückwärts?**

Der Zukunftsforscher Matthias Horx gibt in seinem Blog-Beitrag von März 2020 eine Hilfe zur Krisenbewältigung an, indem man sich in die Zukunft beamen und überlegen soll, was denn anders ist nach der "Krise". Quelle: <https://www.pnp.de/nachrichten/panorama/Die-Corona-Rueckwaerts-Prognose-Wie-wir-uns-wundern-werden-wenn-die-Krise-vorbei-ist-3643695.html>. Dass es wieder normal wird, schließt er völlig aus.

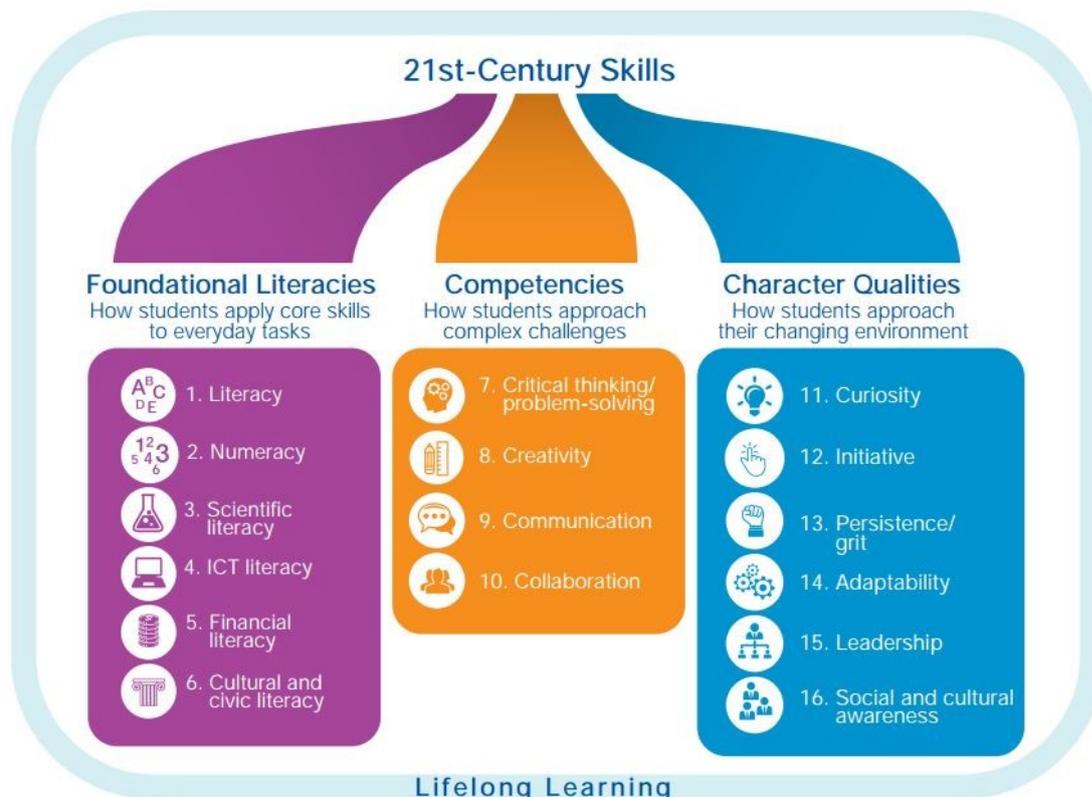
Allerorts liest man von steilen Lernkurven der Lehrenden und vom Aufschwung der Digitalisierung in den Schulen. Ich bin gespannt, welche nachhaltigen Veränderungen wir nun tatsächlich in das neue Schuljahr integrieren. Meine Krise-Rückwärts-Intervention hat folgende Gedanken für einen anderen Mathematikunterricht mitgebracht, wie Lernende Mathematikunterricht erfahren könnten, die nicht wirklich neu sind:

- Mathematik ist eine wertvolle lebenslange Perspektive, die mir hilft alltägliche Probleme und komplexe Phänomene um mich herum besser zu verstehen und ist oft bei der Lösung behilflich.
- Dass dies so ist, erfahre und erarbeite ich mir in verzwickten und für mich spannenden Situationen in meinem Mathematikunterricht.

Beide Punkte sind schon lange in der MUED verwurzelt. Als drittes benötigen wir noch die aktive Mitarbeit unser Lernenden, da ohne können wir nichts ausrichten.

Lernende übernehmen das Steuer ihres Lernens, in dem Wissen, dass Herausforderungen anstrengend sind, jedoch ohne Herausforderung kein Wachsen stattfindet.

Umsetzen lässt sich diese Vision, in dem wir nicht im Tunnel einzelner mathematischer Verfahren hängen bleiben, sondern uns immer wieder beim Unterricht planen und durchführen in die Vogelperspektive begeben und überlegen, welchen konkreten Beitrag wir für das lebenslange Lernen leisten können.



Quelle: <https://es.weforum.org/agenda/2016/09/cuales-son-las-habilidades-del-siglo-21-que-todos-los-estudiantes-necesitan>

# Videos im Mathematikunterricht nutzen

## Erklärvideos

Videos werden schon vielfach im Unterricht genutzt. In kaum einem Unterricht sind die Videos von Daniel Jung, Simplemath oder Fähnrich und Thein und die Videos der Khan-Akademie noch Unbekannte. Entweder die Lernenden entdecken diese selbst oder sie werden von Ihren Lehrer\*innen motiviert dies oder jenes zu einem bestimmten Zweck anzuschauen. Meistens geht es um das Nachvollziehen von Verfahren (Howto), und manchmal auch um aufwändigere Konzepte. Zusammengefasst werden solche Videos in der Kategorie Erklärvideos.

Didaktiker\*innen weisen schon seit längerem darauf hin, dass dies nicht wirklich dem Konzept des modernen verständnisorientierten Mathematikunterrichts entgegen kommt. Andererseits ist es sicher strukturierter, mit einem gut durchdachten knackigen Lernvideo zu arbeiten, als in einem spontan sich entwickelnden Unterrichtsgespräch die Schritte im Wesentlichen vorzuturnen. Einige Aufmerksame konnten zwar vielleicht gut folgen und auch etwas beitragen, andere haben sich jedoch bereitwillig in die Pose "entspanntes Zuhören" begeben und hoffen auf nachfolgende Übungsaufgaben, in denen dann das Vorgehensrezept gepaukt wird. Beim Video mit der Möglichkeit des Anhaltens und Wiederholens wird das Format zur Erarbeitung geeigneter für alle. Auch eine Erarbeitung eines Videos in kleinen Gruppen ist gut zu praktizieren.

Erklärvideos erfüllen dann oft besonders gut ihren Zweck, wenn sie eigens für die eigene Lerngruppe gefertigt werden. So gelingt eine

1. hohe Anschlussfähigkeit an das Vorwissen
2. ein persönlicher Bezug (daher ist es auch gut, wenn sich die Lehrenden im Video auch zeigen!)
3. Wertschätzung der Lernenden
4. Bewegen in vertrauter Sprache

Für Video-Produzierende ist es wichtig sich von dem eigenen technischen Qualitätsanspruch zu lösen und das Video als Mittel zur Kommunikation zu sehen. Dies befreit vom technisch überhöhten Anspruch und lenkt den Blick auf das Wesentliche: Die Interaktion mit den Lernenden und das Ringen um das Verständnis des Lerngegenstands.

Videos können auch besonders gut Prozesse darstellen. So weist Christian Spannagel (Interview, Wolf, S. 125) darauf hin, dass abgedruckte Beweise etc. wenig Werdegang vermitteln, sondern die Darstellung eines

Endproduktes sind, während Videos in der Lage sind, auch die Gedanken und Vorüberlegungen einzufangen, die zu dem Endergebnis führen.

In dem Buch von Jonas Kösters: Video in the Age of Digital Learning, Springer Verlag (2018), gibt er folgende Hinweise zur Erstellung geeigneter Videos zum Lernen:

1. Kognitives Design: Gute Struktur und übersichtliche fassbare Einheiten, Cognitive Load reduzieren
2. emotionales Design (Aufmerksamkeit gewinnen und halten, selbst machen und sich zeigen s.o.)
3. Physikalisches Design: Qualität, Dauer (Empfehlung maximal 7 Minuten), Schwung, ...

Der Wert der Videos für das Lernen kann erhöht werden, wenn man die beständige Interaktion mit dem Inhalt fördert. Dies gelingt, indem man entweder direkt beim Erstellen des Videos oder nachträglich Aufträge ergänzt (call for actions), um das Lernen mit dem Video zu intensivieren. Dies ist vor allem dann hilfreich, wenn die Arbeit mit Videos den Lernenden noch nicht so geläufig ist. Peter Druckers Zitat

“It is not enough to want to learn it is also need to know how to learn”

macht auch noch mal deutlich, dass auch wenn Videos den heutigen Sehgewohnheiten entgegen kommen, der effiziente Einsatz zum Lernen noch kein Selbstläufer ist. Wenn Lernende 7 Minuten ein Video durchschauen, in dem Ihnen beispielsweise das Lösen eines linearen Gleichungssystems mit Hilfe des Gaußalgorithmus gezeigt wird, dann werden Sie ohne geeignete Strategien wie "sich Notizen machen", "nachvollziehen was genau welcher Schritt leistet" und vielleicht sogar schon schrittweise parallel "ein eigenes Beispiel praktizieren" wenig von dem Verfahren aufnehmen können.

Beispielsweise finden sich auf der Seite ‚Flip the Classroom‘ von Thein und Fähnrich in einigen Videos die Aufforderung integriert, erst mal selbst zu denken oder Zwischenschritte zu berechnen. Bei dem hier ausgewählten Beispiel zum Begriff "Wendepunkt" <https://youtu.be/q2qFz7gRxsA>, fällt zusätzlich auf, dass das Konzept auch visuell veranschaulicht wird.

Tools zur nachträglichen Aufbereitung (auch bereits bestehender Youtube-Videos) sind die beiden Opensource-Produkte <https://h5p.org/>, <https://learningapps.org/> und auch das kommerzielle Produkt <https://edpuzzle.com/>. In Kürze wird auf der h5p-Seite auch eine OER-Sammlung zugänglich gemacht. Grundsätzliche Zielsetzung ist die Auseinandersetzung mit dem Material zu vertiefen und den "cognitive load" zu reduzieren, in dem man geeignete Zäsuren einfügt und den Blick mit

Hotspots und Zwischenüberschriften passend fokussiert. Denn häufig fehlen fertigen Videos ein klares Inhaltsverzeichnis und Zwischenüberschriften, wie wir sie aus Schulbüchern kennen.

Details kann man in dem Artikel "Wilkie, Sonia & Zakaria, Ghaith & Mcdonald, Tania & Borland, Rosemary. (2018). Considerations for Designing H5P Online Interactive Activities. ASCILITE. 543-549" nachlesen.

## **Weitere Videonutzung**

Videos im Mathematikunterricht lassen sich jedoch auch noch wesentlich breiter verwenden. So können sie genutzt werden, um Problemstellungen und Situationen adressatengerecht und motivierend aufzubereiten, Reflexionsanlässe bieten (2 oder 3 Charaktere im Video treten in den Dialog über ihre verschiedenartigen Lösungswege und bieten damit einen Reflexionsanlass), oder auch um Videofeedback zu geben oder als Lernprodukt (Prozess- und Ergebnisdokumentation) von den Lernenden erstellt werden.

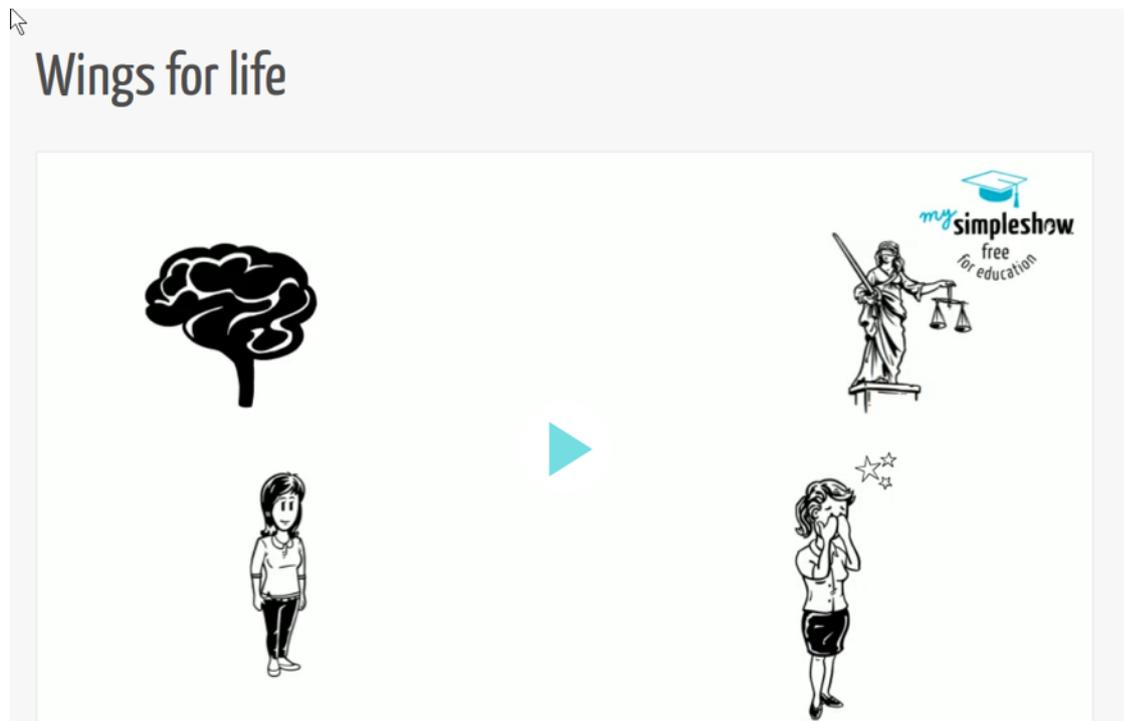
## **Darstellung von Situationen**

Im Folgenden möchte ich auf die Darstellung von Situationen eingehen. Um Kontexte im Mathematikunterricht einzuführen wäre oft eine Wahrnehmung der Situation in der Realität wünschenswert. Geht dies nicht, kann man Videos als weiteres Mittel zur Einführung von Kontexten heranziehen. Zum einen kann man authentische Aufnahmen zur Darstellung des Kontextes einbinden und auch Dialoge, die bei verzwickten Problemen (wicked problems) verschiedene Perspektiven verdeutlichen. Auch emotionale Aspekte können hier durch Äußerungen und/oder Mimik mit einfließen. So lässt sich eine Problemanalyse gut unterstützen.

Bei der Produktion von Videos für situatives Lernen sind für mich folgende Tools hilfreich:

- Powerpoint (Animationen und rote Fäden)
- mysimpleShow (Situationen, Dialoge, ...)

Ein Beispielvideo für die Situationsanalyse zu einem Wings4life-Lauf findet ihr hier: <https://videos.mysimpleshow.com/un2Zc5DlyM>



Das Tool ist einfach zu nutzen. Ihr findet unter der url <https://kurze-links.de/Tutorial4MySimpleShow> ein Anleitungsvideo, in dem ich auch auf das Austauschen von Bildvorschlägen und das Einsprechen des eigenen Audios eingehe.

## Flipped-Classroom

Die Umgestaltung von Unterricht und auch der Hochschullehre mit der Methode "flipped classroom" ist aus Amerika herübergeschwappt. Und wie bei vielen von dort kommenden Trends sind wir hier in Deutschland im Ausprobieren und Übertragen eher vorsichtig und bedächtig. Bei diesem Konzept geht es darum, die Nutzung der Präsenzunterrichtszeit umzugestalten. Ein Mehr von Schüleraktivität bezogen auf anspruchsvolle Tätigkeiten wie z.B. Modellieren und Probleme lösen ist das gewünschte Resultat für den Mathematikunterricht.

Kidd beschreibt den Begriff "Flipped Classroom" in dem Buch "Handbook of Research on Instructional Systems and Educational Technology (2017)" als eine zweigeteilte Lernumgebung, wobei der erste Teil der Vorbereitungsteil und der zweite Teil die Präsenzphase im Unterricht ist. Im Vorbereitungsteil erarbeiten sich die Lernenden neue Inhalte eigenständig an Hand von Videolektionen und anderen Online-Ressourcen im eigenen Tempo. In der Präsenzphase wird an die Vorbereitungsphase angeknüpft und komplexe Situationen und Anwendungen kooperativ bearbeitet. Der Lehrende fungiert in dieser Phase als Lerncoach.

Bekannt geworden für die ersten Umsetzungen im Mathematikunterricht in Deutschland sind beispielsweise die beiden Lehrenden Felix Fähnrich und Carsten Thein aus Karlsruhe. Ihnen ist es gelungen, quasi das komplette Schulbuch der gymnasialen Oberstufe in Videoeinheiten zu zerlegen und diese als Module zugänglich zu machen. Auch stellten sie ihren eigenen Unterricht auf das Konzept ab (oder um?) und erweiterten den Klassenraum durch virtuelle Räume, in denen auch in der Vorbereitungszeit Fragen gestellt werden können und alle eingeladen sind, Fragen zu erörtern und zu beantworten. Was in meiner Wahrnehmung bei ihrem Konzept nicht deutlich sichtbar wird, inwiefern die Lernenden noch genügend Raum zum Selbsterkunden neuer Begriffe und zum Entwickeln eigener Lösungsideen haben. In dem Video <https://fliptheclassroom.de/project/3-2-das-integral/> wird in 23 Minuten das gesamte Konzept der Unter- und Obersummen von der Idee der Zerlegung bis hin zur Verfeinerung vorgegeben. Ich kann nicht beurteilen, wie es tatsächlich unterrichtlich genutzt wird, jedoch liegt es hier nahe zu vermuten, dass hier fertige Ideen nachvollzogen werden sollen. Hier würde ich es gut heißen, wenn in ein flipped classroom-Konzept bei Erstbegegnungen mit zentralen Begriffen und Konzepten das Entwickeln eigener Lösungsideen einen hohen Stellenwert bekommt.

Flipped Classroom ist sicher auch eine denkbare Alternative für die Remote-Phase, die wir aktuell erlebt haben und der zumindest lokal vielleicht noch einige folgen. In Online-Präsenz-Phasen könnten die Lernenden an Problemstellungen kooperativ arbeiten und Lehrende könnten beratend in den Online-Gruppenräumen unterstützen. Neue Konzepte und Inhalte könnten in geeigneten Online-Lernpfaden selbstständig oder auch im Austausch mit Anderen asynchron erarbeitet werden. In dem Zeit-Artikel <https://www.zeit.de/2020/32/lehrer-schule-mathematik-unterricht-home-schooling-studie-corona-krise?print>, vom 30.07.2020 finden sich die ersten Ergebnisse der DZLM-Befragung von 1706 Mathematik-Lehrkräften in der Coronakrise in Deutschland, Flandern und den Niederlanden. Während unsere Nachbarn zu einem sehr hohen Anteil regelmäßig Online-Live-Unterricht durchgeführt haben und auch neue Inhalte angegangen sind, war hierzulande Online-Live-Unterricht sehr viel seltener und der Fokus lag auf dem "Büffeln von Rechenverfahren". Mehr dazu können wir auf der diesjährigen Tagung von Marcel Klinger und Daniel Thurm erfahren, die an der wissenschaftlichen Auswertung der Studie beteiligt sind.

Wenn ich dieses Konzept Lehramtsanwärterinnen und Lehramtsanwärtern vorstelle, so sehen Sie sofort viele Chancen aber auch viele Risiken. Teilweise sind diese Einschätzungen auch schon getragen von dem erprobten eigenen Einsatz von Lernvideos im Unterricht. Als Hauptrisiko wurde "nicht erfolgte Vorbereitung" und als Hauptchance "verstärkte Selbststeuerung und mehr kognitiv anspruchsvolle gemeinsame Lernzeit" gesehen.

Es ist wichtig, über die Risiken nachzudenken und die Methode so anzupassen, dass Risiken minimiert werden können. Sicher kann auch im Laufe des realen Ausprobierens nachgesteuert werden, indem Feedback und Verbesserungsideen der Lernenden einbezogen werden.

Meine eigenen Erfahrungen mit diesem Konzept, dass ich für einige Reihen in verschiedenen Lerngruppen ausprobiert habe (überwiegend im Informatikunterricht), war insgesamt positiv. In der Regel waren die Lernenden vorbereitet und dadurch auch merkbar mitteilsamer und aktiver. Zu Beginn der Stunden war es wichtig Fragen zu klären und es war vorteilhaft, wenn auch schon das Vorbereitungsmaterial Fragen oder kleine Verarbeitungsaufträge enthielt. Videos mit Überlänge hatten - wenig überraschend - schlechte Karten.

Ich glaube, um das Konzept intensiver zu nutzen, benötigen wir mehr Teamarbeit unter den Lehrenden, Einbeziehung der Lernenden bei der Produktion von Videos (z. B. statt Referaten) und viele Feedbackschleifen, damit die Online-Ressourcen auch die Qualität und Attraktivität haben, dass sie gerne genutzt werden.

## **Kommentiertes Literaturverzeichnis**

### Lernvideos

- Köster, J. (2018). Video in the Age of Digital Learning. Springer International Publishing. //www.springer.com/de/book/9783319939360
- Findeisen, S., Horn, S., & Seifried, J. (2019). Lernen durch Videos–Empirische Befunde zur Gestaltung von Erklärvideos. MedienPädagogik: Zeitschrift für Theorie und Praxis der Medienbildung, 16-36.

### Flipped Classroom

- Tarasova, H. S., & Shakhmatova, O. V. (2019). Flipped learning as interactive learning environment (Doctoral dissertation, Інститут інноваційної освіти).

An Hand dieses Artikels kann man sich sehr gut mit den Nachteilen und Vorteilen von „Flipped Classroom“ auseinandersetzen, die diesem Konzept innewohnen bzw. die ihm zugeschrieben werden.

- Kück, A. (2014). Unterrichten mit dem Flipped Classroom-Konzept: Das Handbuch für individualisiertes und selbstständiges Lernen mit neuen Medien (1. Aufl.). Verlag an der Ruhr.

### Interactive Videos

Eine Anleitung zum Erstellen von interaktiven Videos mit h5p findet sich hier:

- Fisseler, D. B. (2019). Interaktive Inhalte mit H5P.  
Link: [https://www.fernuni-hagen.de/psychologie/docs/interaktive\\_inhalte\\_mit\\_h5p.pdf](https://www.fernuni-hagen.de/psychologie/docs/interaktive_inhalte_mit_h5p.pdf), abgerufen am: 9.8.2020.

# Wir gehen wir mit Digitalisierung im Mathematikunterricht um?

## Versuch einer Systematisierung aus MUED-Perspektive

„Der Grundsatz „Pädagogik vor Technik“ ist bestenfalls trivial, schlimmstenfalls ein Baustein einer Theorie, die ungeeignet ist, Lernen und Lehren unter den Bedingungen der Digitalität angemessen zu beschreiben – geschweige denn zu analysieren oder zu gestalten.“

*<https://axelkrommer.com/2018/04/16/warum-der-grundsatz-paedagogik-vor-technik-bestenfalls-trivial-ist/#more-638>*

### Ein (historisch sicher nicht einwandfreies) Gedankenexperiment

22. November 1520. Heute ist ein wichtiger Tag für Anselm von Bor, denn heute wird ihm die Befähigung zum selbstständigen Erteilen des Unterrichts in der Klosterschule zuerkannt. Vorausgesetzt gleich bei der Lehrprobe läuft alles wie geplant. Er hat sich etwas Besonderes ausgedacht, etwas Innovatives. Er wird ein Feuerwerk neue mediale Möglichkeiten abbrennen – er wird mit Büchern arbeiten! Und sogar bekommt jeder Schüler ein eigenes! Zugegeben, der Aufwand ist hoch, allein die Schlepperei der schweren Folianten. Auf geht's, die Stunde beginnt ...

Anselm hat die Lehrbefähigung in den Händen. Immerhin! Ansonsten hielt sich die Begeisterung seiner Begutachter doch arg in Grenzen. Was hatten sie ihn alles gefragt: Lohnt der Aufwand? Lenkt das nicht vom Wesentlichen ab? Die Schüler haben sich mehr für die Technik des Buchdrucks interessiert als für den Unterricht. Wo ist da der Mehrwert? Und gehen nicht wichtige Fähigkeiten verloren? Die Schüler lernen ja gar nicht mehr ganze Kapitel auswendig! Und im normalen Unterricht geht das sowieso nicht. Wo sollen denn die ganzen Bücher herkommen? Naja, Schwamm drüber. Dann macht Anselm eben seinen Unterricht wie eh und je. Das mit den Büchern wird sich sowieso nicht durchsetzen.

### 500 Jahre später

Wäre es so gekommen, würden wir ziemlich sicher nicht zusammen auf der MUED-Tagung sitzen und über Digitalisierung im Mathematikunterricht nachdenken. Aber das gehörte wohl zu den unwichtigsten Dingen, auf die wir verzichten müssten. Die meisten von uns würden gar nicht zur MUED-Tagung kommen können, weil sie schon weit über der mittelalterlichen Lebenserwartung lägen.

Aber es ist anders gekommen. Genauso wie Sprache und Schrift, hat auch der Buchdruck zu epochalen Umbrüchen und revolutionären Schüben in der Entwicklung der Menschheit geführt. Und nun erleben wir einen weiteren epochalen Leitmedienwechsel: den zur Informationsgesellschaft.

Ein großes Privileg, oder? Die Menschheit im Abstrakten genauso wie jede\*r von uns im Alltag verfügt selbstverständlich über Möglichkeiten, die noch vor wenigen Jahren unvorstellbar waren (in Abbildung 1 nur durch Stichworte angedeutet). Auf der anderen Seite stellen uns Kontrollverlust, Messbarkeitswahn, Verlust der Privatsphäre und auch die zunehmende Nutzlosigkeit großer Teile der Bevölkerung vor Probleme, deren Bewältigung nicht weniger herausfordernder ist als beispielsweise die herannahende Klimakatastrophe.

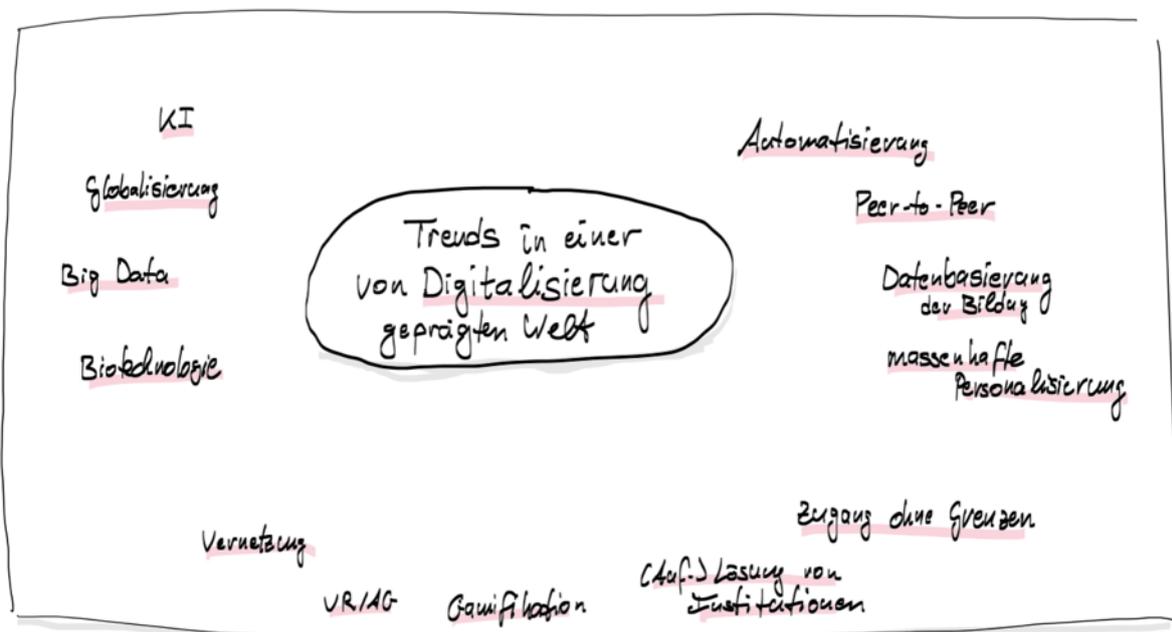


ABBILDUNG 1: Trends der Digitalisierung

## Ein Blick in die (nahe) Zukunft: Die digitale Revolution verändert die Schule

Auch im Bereich der (schulischen) Bildung wird Digitalisierung mit „Revolution“ etikettiert. Davon spüren die meisten von uns in unserem Schulalltag vermutlich wenig. Das sollte aber nicht darüber hinwegtäuschen, dass es die „Anselm von Bor – Schulen“ der Digitalisierung schon gibt, und dass es bei weitem keine weitere 500 Jahre dauern wird, bis sie zur „Normalität“ werden. Schulen, die sich auf den Weg gemacht haben, die Digitalität der Gesellschaft ernst zu nehmen und die Chancen der Digitalisierung konsequent auszuloten, überzeugen damit, dies in zukunftsorientierte Schulentwicklung einzubetten. Digitalisierung wird als Katalysator einer sich verändernden Lernkultur begriffen. Im Mittelpunkt steht die Ermöglichung

passenden Lernens für jede\*n. Zugleich erfahren Aufklärung und Reformpädagogik eine Renaissance (siehe Abbildung 2).



ABBILDUNG 2: sich verändernde Lernkultur

## Zurück ins hier uns jetzt: Wie gehen wir mit Digitalisierung im Mathematikunterricht um?

Motiviert durch drei Zitate wollen wir versuchen, diese Frage zu konkretisieren.

„Wer [...] daran glaubt, dass das Bildungssystem auch die Aufgabe hat, die Lernenden auf die berufliche und gesellschaftliche Zukunft vorzubereiten, kann daher nicht ernsthaft über das "Ob" der Verschmelzung von Internet und Bildungssystem diskutieren, sondern nur noch über das "Wie".“ Sascha Lobo, Kolumnist Spiegel Online, 09/2015

1. Lobo weist auf den Auftrag der Schule zur Medienkompetenzentwicklung hin und zwar voll und ganz im Sinne von „Nicht für die Schule lernen wir, sondern für das Leben“.

Damit möchten wir als erste Frage formulieren:

Welchen Beitrag leistet Mathematikunterricht zur Medienkompetenz?

„[Lehrer] sollten zudem von der Vorstellung wegkommen, alle Inhalte selbst vermitteln zu wollen. Dieser Anspruch wird durch die Digitalisierung der Medien hinfällig werden und ist es teilweise jetzt schon. Die digitale Welt ist einfach da und die Frage ist nicht ob, sondern wie die Schule damit angemessen umgeht.“ Hilbert Meyer, SZ 02/2015

2. Auch der alte Bekannte Hilbert Meyer äußert sich noch aus seinem Ruhestand (sehr rege) zur Digitalisierung. Sein „wie“ statt „ob“ verweist auf die didaktisch-methodisch Frage:

### Wie kann Digitalisierung Mathematikunterricht verbessern?

„Was also sollten wir unterrichten? Zahlreiche Fachpädagogen behaupten, Schulen sollten sich auf die Vermittlung der 4 Ks verlegen ... Allgemeiner sollten Schulen weniger Wert auf technisches Können legen und stattdessen universell anwendbare Lebensfertigkeiten in den Mittelpunkt rücken. Am aller-wichtigsten wird die Fähigkeit sein, mit Veränderungen umzugehen“ Y. H. Harari (2018): 21 Lektionen für das 21. Jhd

3. Harari ist bekannt durch seine populärwissenschaftlichen Werke zur Vergangenheit und Zukunft der Menschheit. Von ihm leiten wir die didaktische Was-Frage nach den Inhalten ab:

### Wie verändert Digitalisierung den Inhalt von Mathematikunterricht?

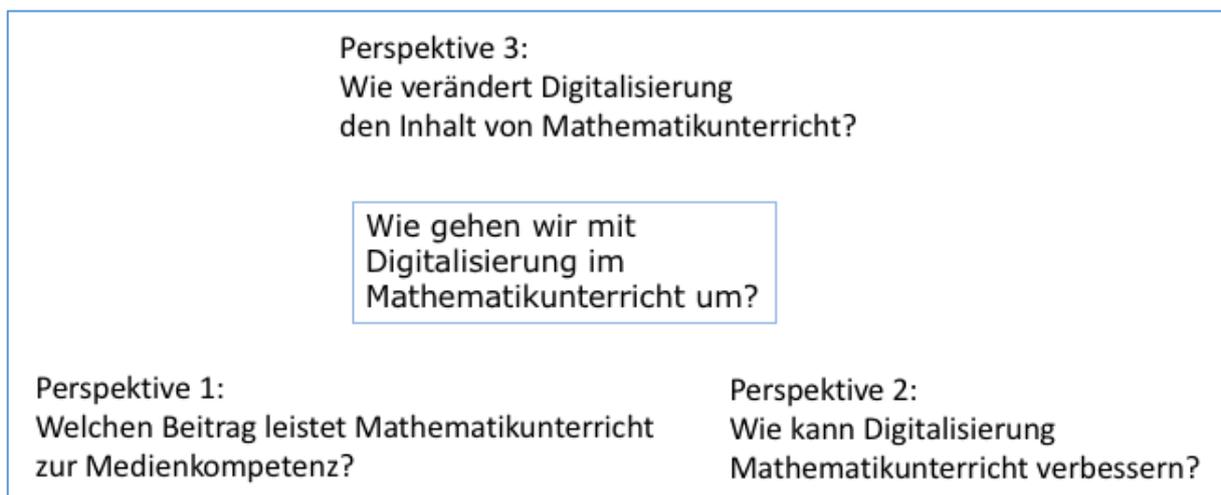


ABBILDUNG 3: Mathematikunterricht im Zeitalter der Digitalisierung

## Mit Digitalisierung umgehen 1: Medienkompetenz im Mathematikunterricht

Die erste Teilfrage nach der Medienkompetenz im Mathematikunterricht ist eigentlich die einfachste. Der Auftrag der Schulen zur

Medienkompetenzentwicklung ist durch die KMK (Strategie der Kultusministerkonferenz „Bildung in der digitalen Welt“) und die Länder (z.B. Medienkompetenzrahmen NRW) curricular konkretisiert.

### **1. Suchen, Verarbeiten und Aufbewahren**

Suchen und Filtern – Auswerten und Bewerten – Speichern und Abrufen

### **2. Kommunizieren und Kooperieren**

Interagieren – Teilen – Zusammenarbeiten – Umgangsregeln kennen und einhalten (Netiquette) – An der Gesellschaft aktiv teilhaben

### **3. Produzieren und Präsentieren**

Entwickeln und Produzieren – Weiterverarbeiten und Integrieren – Rechtliche Vorgaben beachten

### **4. Schützen und sicher Agieren**

Sicher in digitalen Umgebungen agieren – Persönliche Daten und Privatsphäre schützen – Gesundheit schützen – Natur und Umwelt schützen

### **5. Problemlösen und Handeln**

Technische Probleme lösen – Werkzeuge bedarfsgerecht einsetzen – Eigene Defizite ermitteln und nach Lösungen suchen – Digitale Werkzeuge und Medien zum Lernen, Arbeiten und Problemlösen nutzen – Algorithmen erkennen und formulieren

### **6. Analysieren und Reflektieren**

Medien analysieren und bewerten – Medien in der digitalen Welt verstehen und reflektieren

## ABBILDUNG 4: Kompetenzbereiche nach KMK

Einige Aufgaben betreffen Heimatgebiete des Mathematikunterrichts, wie z.B. die Thematisierung des Algorithmus oder die Einführung spezifischer Werkzeuge (Tabellenkalkulation, Taschenrechner, ...). Anderes ist naheliegender Weise nicht schwerpunktmäßig im Mathematikunterricht zu verorten (z.B. Netiquette). Doch wenn wir Sascha Lobo ernst nehmen, müssen wir Medienkompetenz in allen Facetten als Aufgabe aller Fächer angehen. Insofern ergeben sich für den Mathematikunterricht neue Fragen und neue Aufgaben.

Für die MUED reizvolle, weil in Kontinuität zu traditionellen Aktivitäten stehende Felder könnten sein:

- an der Gesellschaft aktiv teilhaben
- persönliche Daten und Privatsphäre schützen
- Gesundheit schützen
- Natur und Umwelt schützen
- Medien in der digitalen Welt verstehen und reflektieren

These zur Diskussion in der MUED (z.B. auf einer Tagung): Um in der MUED Medienbildung in diesem Sinne anzugehen dürfen wir nicht warten, bis alle S\*S und alle L\*L Endgeräte gestellt bekommen.

## Mit Digitalisierung umgehen 2: Mathematikunterricht entwickeln

„Mathematik ist keine Menge von Wissen. Mathematik ist eine Tätigkeit, eine Verhaltensweise, eine Geistesverfassung. Immer gilt: Der Schüler erwirbt Mathematik als Geistesverfassung nur über Vertrauen auf seine eigenen Erfahrungen und seinen eigenen Verstand. ... Eine Geisteshaltung lernt man aber nicht, indem einer einem schnell erzählt, wie er sich zu benehmen hat. Man lernt sie im Tätigsein, indem man Probleme löst, allein oder in seiner Gruppe – Probleme, in denen Mathematik steckt.“ (Freudenthal 1982)

Bei der zweiten Teilfrage geht es am unmittelbarsten um das sogenannte Kerngeschäft: Wie kann Digitales (siehe Abbildung 5) die Qualität des Mathematiklernens verbessern?

- Learning-Management-Systeme (LMS, z.B. moodle)
- Kommunikationsmedien (SMS, E-Mail, Chat, Social Media, digitale Konferenzen, ...)
- Präsentations- und Kooperationswerkzeuge (Cloud, Sharing, Whitebord, Kamera, ...)
- Standardanwendungen (Betriebssystem, Browser, Textverarbeitung, Tabellenkalkulation, Folien-Präsentation, Datenbank, Kalender, Taschenrechner, Bild-/Videobearbeitung ...)
- Fachanwendungen (z.B. Wörterbuch, Computeralgebrasystem, Simulationstools, Messwertfassung, DAW, ...)
- Spezialanwendungen (z.B. Learning-Apps, Internet-Lernumgebungen, ...)
- Programmierwerkzeuge (...)
- Digitale Devices alles Art
- Internet der Dinge

ABBILDUNG 5: „Digitales“ - was es alles meint

Im Bestreben nach Freudenthal, Mathematik als Tätigkeit zu unterrichten, bietet die Digitalisierung überzeugende Möglichkeiten: digitale Lernumgebungen realisieren sinnstiftendes, interaktives, vernetztes, adaptives, kollaboratives,... Lernen mit (individualisierten) Lernmaterialien, die dynamisch visualisieren, interaktiv simulieren, simultan auf mehreren Ebenen repräsentieren, durch die Anwendung von Spielprinzipien (Gamification) motivieren, ...

Chancen liegen dabei insbesondere in folgenden Bereichen:

- a) S\*S arbeiten in *kognitiv aktivierenden* Lernumgebungen (Aktivierung und Problemorientierung)
- b) S\*S nutzen *adaptive Lernangebote* (Differenzierung von Zugängen und Lernwege)
- c) S\*S konstruieren individuell und dialogisch ein *Verständnis von Begriffen und Konzepten* (dialogisches Lernen)
- d) S\*S können ihren *Lernprozess selbst steuern* und L\*L erhalten prozessbegleitende Einsicht in S\*S-Arbeiten (Lernen sichtbar machen)

Derartige gestaltete Lernumgebungen finden sich bislang als vereinzelte Beispiele (z.B. das E-Book „Bruchrechnen. Bruchzahlen & Bruchteile greifen & begreifen“; <https://www.edu.tum.de/meldungen/newsdetails/article/bruchrechnen-mit-dem-tablet-pc/>). Ansonsten dominieren in den youtube-Kanälen und den Lernplattformen Angebote, die eher zu einer altbackenen Schulbuchtradition passen, als zu den angesprochenen Qualitätsmerkmalen guten Mathematikunterrichts oder zur Unterrichtskultur, für die die MUED eintritt (<https://www.mued.de/handlungsorientierung-seite-2>, siehe Abbildung 6).



ABBILDUNG 6: Unterrichtskultur in der MUED

*These zur Diskussion in der MUED (z.B. auf einer Tagung):* Motor der MUED war bislang die Alternative zu einer (gymnasial) fachmathematisch

geprägten Unterrichtskultur, bei der Anwendungen höchstens zur Einkleidung eine Rolle spielen (dürfen). Die aktuelle Herausforderung liegt in einer digital aufpolierten Prüfungsvorbereitungsdienstleistung, bei der Unterhaltungswert vor Sinnstiftung geht. Für die Zukunftsfähigkeit der MUED liegt die Chance in digitalen Alternativen dazu.

### **Mit Digitalisierung umgehen 3: Neubestimmung mathematischer Bildung**

„Der Grundsatz „Pädagogik vor Technik“ ist bestenfalls trivial, schlimmstenfalls ein Baustein einer Theorie, die ungeeignet ist, Lernen und Lehren unter den Bedingungen der Digitalität angemessen zu beschreiben – geschweige denn zu analysieren oder zu gestalten.“

<https://axelkrommer.com/2018/04/16/warum-der-grundsatz-paedagogik-vor-technik-bestenfalls-trivial-ist/#more-638>

Zur Erklärung dieser Beurteilung, lassen wir Axel Krommer ausführlicher zu Wort kommen:

„Gesetzt den Fall, man plane statt einer Unterrichtsstunde eine Reise. Auch hier hat es den Anschein, als könne man zunächst das Ziel festlegen und müsse erst in einem zweiten Schritt darüber nachdenken, mit welchem Transportmittel sich dieses Ziel am bequemsten und schnellsten erreichen lässt. Doch dieses vermeintliche Primat des Reiseziels gegenüber dem Transportmittel ist das Resultat einer stark eingeschränkten Perspektive. Denn welche Ziele realistischer Weise in den Blick genommen werden, hängt in entscheidendem Maße von den verfügbaren Transportmitteln ab. Um es an einem Alltagsbeispiel zu erläutern: Wer in einer Gesellschaft lebt, in der die Postkutsche das schnellste Verkehrsmittel darstellt, kommt gar nicht auf die Idee, zum Einkaufen von Nürnberg nach München zu fahren, während dieses Reiseziel für einen Bahnfahrer mit dem ICE durchaus in Reichweite liegt.“ (Axel Krommer (2020): *Zum „Mehrwert“ digitaler Medien. In: Friedrich Jahresheft*)

Bildungsziele verändern sich, passen sich an. Das war schon immer so und wird rasant so bleiben. Spätestens seit dem der Taschenrechner in der Schule Einzug gehalten hat, wird hitzig darüber diskutiert, was S\*S „händisch“ können sollen. Machen wir einen kleinen Test: Was gehört Deiner Meinung nach dazu?

Berechne  $1476 \cdot 5897374$

Berechne  $\sin(35^\circ)$

Berechne  $\log_{10}(22)$

Berechne  $\sqrt{12}$

Zeichne  $f(x)$

Berechne  $B(127; 58; 0,55)$   
Bestimme  $f'(x)$   
Löse das LGS  
Löse die Gleichung  
Begründe  
Löse das Problem

...

Nicht zuletzt die „...“ am Ende deuten an: Es ist nur eine Frage der Zeit, bis Aufgaben, die jetzt noch nicht automatisierbar erscheinen, an in der Breite verfügbare Maschinen übergeben werden können. Den Wettlauf mit dem Igel verliert der Hase. In den Fokus rückt also die Frage nach dem, was mathematische Bildung jenseits vom „Rechnen-Können“ ausmacht: Was braucht es noch/erst recht/jetzt endlich/..., wenn das Operieren endgültig an den Computer übergeben wird?

„Kreativität und Querdenken werden in einer digitalisierten Welt wichtiger, weil der Computer die einfachen Probleme bereits gelöst hat und damit die ungelösten Probleme komplexer werden“ Beat Döbeli Honegger (2016): Mehr als 0 und 1 – Schule in einer digitalisierten Welt.

Die Einschätzung von Honegger passt erstaunlich gut zu der Programmatik der MUED der Handlungsorientierung in emanzipatorischer Absicht. Der MUED ging es schon immer um Verstehen und problemlösendes Anwenden. Sie hat 40 Jahre Erfahrung im kooperativen Querdenken und kreativen Austausch (aktuell zum Beispiel im Rahmen der AG Wunsch-Curriculum).

*These zur Diskussion in der MUED (z.B. auf einer Tagung):* Wie lange wollen wir unsere S\*S noch ausführlich üben lassen, wie sie eine Reise mit der Postkutsche planen können, bevor wir sie in das Geheimnis des Bahnfahrens einweihen wollen? In einer durch Digitalisierung angestoßenen Diskussion um mathematische Bildung wittert die MUED Morgenluft. Wir können die Chance ergreifen, innovative Impulse zu setzen – Carpe diem!

## Ausblicke

Wie gehen wir mit Digitalisierung im Mathematikunterricht um? Neben grundlegenden Perspektiven auf Unterrichts- und Schulentwicklung und auf die Entwicklung des Bildungssystems als Ganzes, taugen die drei Dimensionen auch als konkrete Fragen der alltäglichen Unterrichtsplanung:

1. Welchen kleinen Anstoß zur Medienbildung kann ich in meine nächste Mathestunde einbauen?

2. Wie kann Digitales die Qualität des Mathematiklernens meiner S\*S verbessern?
3. Wo kann ich im Rahmen der aktuellen Vorgaben kleine Schwerpunktverlagerungen einplanen hin zu mehr Kreativität und Querdenken und weniger operativem Abarbeiten?

Die praktische Konkretisierung wird in diesem Rundbrief exemplarisch mit einem Beitrag zu Videos im Mathematikunterricht aufgegriffen. In der Hoffnung, dass die MUED am Thema dranbleiben will – z.B. mit der Jahrestagung 2021 – gibt es sicher Gelegenheit, dies zu vertiefen!

### **Zum Weiterlesen:**

- Beat Döbeli Honegger (2016): Mehr als 0 und 1 – Schule in einer digitalisierten Welt. hep verlag, [www.mehralso0und1.ch](http://www.mehralso0und1.ch)  
daraus auch die Abbildung auf der folgenden Seite zum Aspekt:  
*Allgemeine und digitale Kompetenzen, die durch den Leitmedienwechsel wichtiger werden*  
Vortrag zu den zentralen Gedanken des Buches: [www.youtube.com/watch?v=Ixi23DA\\_9j4](https://www.youtube.com/watch?v=Ixi23DA_9j4)
- Olaf-Axel Burow (2019): Schule digital – wie geht das? Beltz Verlag  
Artikel mit seinen zentralen Gedanken:  
[unterrichten.digital/2020/04/10/burow-bildung-schule-digitalisierung/](https://www.unterrichten.digital/2020/04/10/burow-bildung-schule-digitalisierung/)
- Schule der Zukunft? - Alemannenschule Wutöschingen: <https://www.youtube.com/watch?v=cyijQeHg3uA>

---

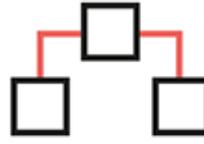
## Auslöser



Digitalisierung



Automatisierung



Vernetzung



Globalisierung

---

## Folgen für die Schule



Veränderte Sozialisation



Internationale Zusammenarbeit



Automatisierung des Automatisierbaren



Informationsflut



Komplexere Probleme



Beschleunigter Wandel

---

## Allgemeine Kompetenzen



Teamfähigkeit  
Sozialkompetenz



Kreativität

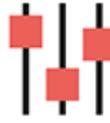


Kommunikationskompetenz

Konzentration auf das Nicht-automatisierbare



Filterkompetenz



Systemdenken



Lebenslanges Lernen

---

## Digitale Kompetenzen



Medienkompetenzen



Informatikkompetenzen



Anwendungskompetenzen

---



Beat Döbeli Honegger: Mehr als 0 und 1  
hep verlag, [www.mehrs0und1.ch](http://www.mehrs0und1.ch)

## Ist Mathematik immer noch die Wissenschaft von "nur Stift und Papier"

In meinem Studium rümpften wir die Nase über "Mathematik treiben mit dem Computer". Ich war stolz darauf, dass es doch reichte einen Bleistift und ein Stück Papier zu haben, um darauf einen Beweis zu führen. Ich fühlte mich wohl im abstrakten Denken. Erst später begriff ich, dass die Technik sehr hilfreich ist, um abstrakte Konzepte zugänglich zu machen und lernte andere als symbolische Darstellungen insbesondere bei der Kommunikation über Mathematik schätzen. Heute frage ich mich, ob die Mathematik nicht auch mittlerweile sehr von der Informatik geprägt ist. Hier mal ein einfaches Beispiel:

### **Christian Goldbach (1690 in Königsberg geboren, 1764 in Petersburg gestorben)**

Christian Goldbach, Sohn eines Pfarrers, studierte Jura und beschäftigte sich nebenbei mit Mathematik, insbesondere Zahlentheorie. Es war geschätzter Gesprächs- und auch Briefpartner von Bernoulli und Euler. Bekannt geworden ist er durch die Goldbach'sche Vermutung, **dass jede gerade Zahl größer oder gleich 4 als Summe zweier Primzahlen darstellbar sei.** (Beispiel:  $80 = 73+7$ ). Bis heute ist diese Vermutung weder widerlegt noch bewiesen.

Es gibt jedoch eine weitere etwas unbekanntere Vermutung von Goldbach. Diese lautet:

**Jede ungerade Zahl lässt sich darstellen als die Summe einer Primzahl und dem doppelten einer Quadratzahl.**

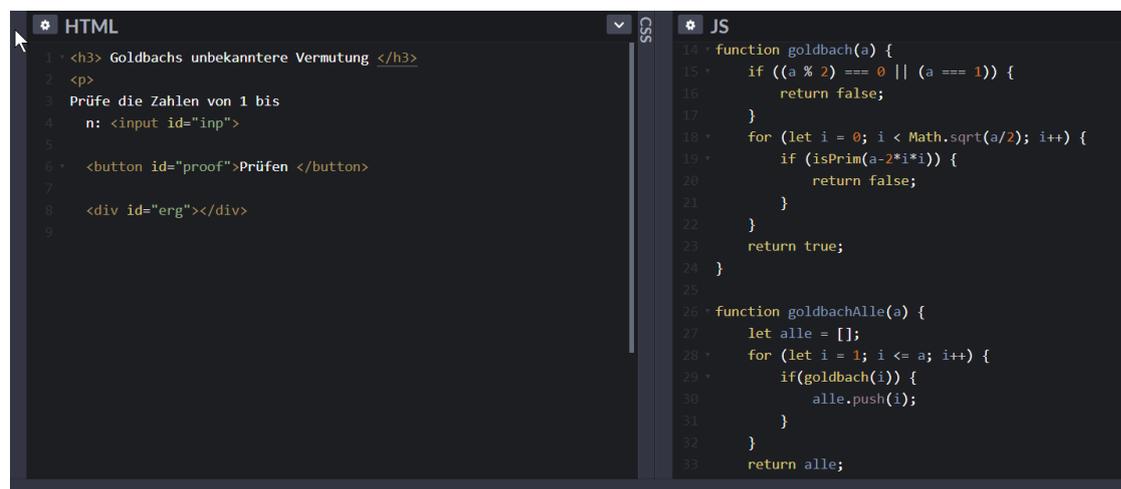
$$\begin{aligned}9 &= 7 + 2 \cdot 1^2 \\11 &= 11 + 2 \cdot 0^2 \\15 &= 7 + 2 \cdot 2^2\end{aligned}$$

Euler hatte diese Vermutung bis 2500 geprüft (ohne Computer!). Jedoch etwa ein Jahrhundert später entdeckte Prof. Stern aus Göttingen gemeinsam mit seinen Studierenden (damals wohl eher Studenten) zwei Zahlen unter 9000, die diese zweite Goldbach'sche Vermutung nicht erfüllen. Es sind die Zahlen 5777 und 5993. (s. Hodges, L. (1993). A Lesser-known Goldbach conjecture. Mathematics Magazine, 66(1), 45-47.)

Mittlerweile lassen sich mit dem Rechner mühelos höhere Zahlen überprüfen. Das Problem selbst ist auch als kleine Programmieraufgabe in dem

umfangreichen Euler-Projekt zu finden (s. <https://projecteuler.net/problem=46>).

Das Verrückte: Außer diesen beiden Zahlen folgen bis 2.000.000 keine weiteren. Dies lässt sich anhand weniger Programmierzeilen überprüfen. Vielleicht motiviert dies stellenweise, Mathematikunterricht und Programmierung zu verknüpfen.



```
HTML
1 <h3> Goldbachs unbekanntere Vermutung </h3>
2 <p>
3 Prüfe die Zahlen von 1 bis
4 n: <input id="inp">
5
6 <button id="proof">Prüfen </button>
7
8 <div id="erg"></div>
9

CSS

JS
14 function goldbach(a) {
15   if ((a % 2) === 0 || (a === 1)) {
16     return false;
17   }
18   for (let i = 0; i < Math.sqrt(a/2); i++) {
19     if (isPrim(a-2*i*i)) {
20       return false;
21     }
22   }
23   return true;
24 }
25
26 function goldbachAlle(a) {
27   let alle = [];
28   for (let i = 1; i <= a; i++) {
29     if(goldbach(i)) {
30       alle.push(i);
31     }
32   }
33   return alle;
}
```

Goldbachs unbekanntere Vermutung

Prüfe die Zahlen von 1 bis n:

Gegenbeispiele: 5777, 5993

Zum Programm und selbst testen gelangt ihr über diesen Link: <https://codepen.io/gepe64/pen/gOPXoNq?editors=1010>

Eine wunderbare Lektüre vielleicht auch für eine Facharbeit oder ein Lernendenreferat findet sich hier: Blum, W. (2010). Goldbach und die Zwillinge. Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, 18(4), 222-226. Aus diese Artikel geht hervor, dass die Goldbach'sche Vermutung bis 2010 zur unvorstellbar großen Zahl  $1,2 \cdot 10^{18}$  durchgeprüft ist. Mein Browser würde schon viel eher in die Knie gehen - hier werden dann auch effiziente Algorithmen spannend. Interessant finde ich an dieser Art von Fragestellungen, dass mit einfachen mathematischen und programmiertechnischen Mitteln reflektiert werden kann, dass auch zahlreiche Belege in der Summe immer noch keinen Beweis darstellen.

Aus solchen übersichtlichen Verfahren und Algorithmen heraus bietet sich eine gute Gelegenheit über die Anwendung und Beurteilungsmöglichkeiten von Algorithmen zu reflektieren, die sich immer mehr auch in unserem gesellschaftlichen und öffentlichen Leben breit machen. Z. B. erfolgt die Verteilung von Schulplätzen in den Grundschulen in Berlin über einen Algorithmus. Wir brauchen gutes Mathematikverständnis, um Leistungsfähigkeit und Grenzen von Algorithmen untersuchen zu können. Gleichzeitig sollten wir meines Erachtens einfordern, dass öffentlich genutzte Algorithmen auch

öffentlich eingesehen werden können (open source). Wie gut der Nutzen der Stopp-Corona-App nun tatsächlich sein wird, kann ich nicht beurteilen, jedoch dass deren Quelltext offen einsehbar ist, ist sicher gut gelaufen (zum Nachlesen: <https://netzpolitik.org/2020/vieles-doch-noch-richtig-gemacht/>).

Moderne Mathematikforschung ist hoch spezialisiert und immer wieder tauchen in Beweisen von Experten nachträglich Fehler auf, weil die hochkomplexen Gebilde sich nicht mehr ohne Weiteres durchschauen lassen. Aktuell sucht die Forschung auch hier Gräben zwischen Logik, Mathematik und Informatik zu überwinden und auch immer mehr Beweise maschinell durchzuführen oder zu verifizieren. Dieses kann methodisches Rüstzeug liefern, um "Fehler und Schwächen in einer komplexen digitalen und analogen Welt aufzuspüren und zu verbessern" (aus Mainzer, K. (2018). *Wie berechenbar ist unsere Welt: Herausforderungen für Mathematik, Informatik und Philosophie im Zeitalter der Digitalisierung* (1 edition). Springer VS. Kapitel 3: Technische Anwendungen und gesellschaftliche Perspektive )

Interessant ist auch der Epilog in dem Buch Aigner, M., & Behrends, E. (Hrsg.). (2016). *Alles Mathematik: Von Pythagoras zu Big Data* (4. Aufl.). Springer Spektrum. <https://www.springer.com/de/book/9783658099893>. Hier wird prophezeit, dass der Computer immer mehr auch die formale Art des Beweisens durch Experimentieren und Simulieren ersetzen wird. Schon jetzt, wie in dem kleinen Beispiel oben, lassen wir den Rechner nach Mustern suchen, die für uns zu komplex sind, um sie erkennen zu können. Im Buch heißt es:

"Durch den Computer könnte die Mathematik sich (bald) zu einer empirischen Wissenschaft entwickeln, gerade so wie Physik, Chemie oder Biologie, und wir werden mathematische Größen wie Zahlen, Gleichungen, Gruppen genauso manipulieren, wie wir Elektronen, Sterne, Genome (oder Säuren, Basen, Zellen usf.) studieren. Ja mehr noch, wir werden bald unsere lang geübte strenge Verifizierung durch Beweise aufgeben und wie in den Naturwissenschaften „semi-formale“ Beweise, ja sogar informelle Beweise akzeptieren – die Breite der mathematischen Erkenntnisse wird diesen Verlust aber mehr als wettmachen!"

Wir können also davon ausgehen, dass Mathematik nicht nur eine immer größere Rolle in der digitalen Ära einnimmt, da sie für viele digitale Errungenschaften wie Big Data, Kryptologie, Finanzmärkte, Klimawandel u.v.m. eine zentrale Rolle spielt. Wir können auch davon ausgehen, dass sich die Mathematik selbst und ihre Methoden weiterentwickeln und verändern werden - durch den digitalen Einfluss.

## Jürgen Maaß: Attraktiver Mathematikunterricht: Motivierende Beispiele aus der Praxis – Rezension von Christoph Maitzen

Welche Schülerin oder welcher Schüler träumt nicht davon, im Mathematikunterricht echte Fragen zu stellen und diese zu beantworten? Echte Fragen führen oft dahin, dass die Mathematik schnell beliebig komplex wird. In der Sekundarstufe I sind so zügig die Grenzen des noch nachvollziehbaren und rechenbaren erreicht. Die didaktische Kunst besteht darin, die Inhalte ohne sie allzu sehr zu verzerren zu reduzieren und trotzdem bei der echten Frage zu bleiben. In acht Beiträgen auf 147 Seiten widmen sich Jürgen Maaß und seine Co-Autoren interessanten Themen, bei denen Mathematik eine Rolle spielt, und zeigen auf, was Mathematik bewirkt. Die Beiträge entstanden aus den Diplomarbeiten der genannten Co-Autoren, die sich in ihren Arbeiten mit einem Thema aus dem



Bereich des realitätsbezogenen Mathematikunterrichts beschäftigt haben. Einige Diplomarbeiten sind über den im Beitrag angegebenen Link abrufbar und für Hintergrundinformationen oder Spezifizierungen zugänglich. Der Herausgeber möchte insbesondere für „Eltern, Journalistinnen und Journalisten, Bildungspolitikerinnen und Bildungspolitiker, Nichtmathematikerinnen und Nichtmathematiker“ aufzeigen, „wie „guter“ Mathematikunterricht aussehen kann“ (S. 6). Interessierte Leserinnen und Leser erhalten viele inhaltliche Anregungen für projektorientierten Unterricht, wobei an vielen Stellen offen bleibt, wie dieser im Unterricht umgesetzt werden kann.

Im ersten Beitrag „Papierflieger im Mathematikunterricht? Vom Krisensymptom zum Projektthema“ zeigen Jürgen Maaß und Iris Berger wie mit Papierfliegern Statistik betrieben werden kann. In Form eines Wettbewerbs können Inhalte wie Urliste, Stamm-Blatt-Diagramm, Mittelwert, Spannweite und Boxplot im Kontext wiederholt und aufgefrischt werden.

Kompetenzen, über die im Sinne des gesunden Menschenverstandes jede Schülerin und jeder Schüler verfügen sollte, werden mit dem zweiten Beitrag „Wir vermessen eine Kirche. Ein Projekt zur angewandten Geometrie“ (Jürgen Maaß, Eva Aschauer) geschult. Im Gelände wird an einem

Gebäude mit unterschiedlichen Hilfsmitteln die Höhe bestimmt oder an Bildern – wie bei Bildschätzaufgaben – Längen gemessen oder geschätzt und daraus die Größe von Flächen und Volumina berechnet oder auch die Menge an Baumaterial abgeschätzt.

Der Aspekt, Lernende zu mündigen Bürgerinnen und Bürgern zu erziehen und auszubilden, kommt beim Projekt „Politische Bildung im Mathematikunterricht: Wie werden aus Stimmen Sitze im Parlament?“ (Jürgen Maaß, Lukas Strobl) zum Tragen. Am Beispiel der österreichischen Nationalratswahlen 2013 wird die Sitzverteilung nach dem österreichischen Verhältniswahlrecht verglichen mit der Sitzverteilung, die sich nach dem britischen Mehrheitswahlrecht ergeben würde. Um einen tieferen Einblick in die Bedeutung von Wahlverfahren zu bekommen, wird vorgeschlagen, verschiedene Verfahren auszuprobieren. U.a. wird auch an einem Beispiel das D'Hondt-Verfahren zur Umrechnung von Wählerstimmen in Abgeordnetenmandate betrachtet.

Leider sehr allgemein als Projekt beschrieben, aber mit guten Anregungen für den Oberstufenunterricht werden in „Mathematik, Physik und Sport: Projekte rund ums Spielen mit einem Ball“ vom Herausgeber acht mögliche Themen vorgeschlagen, die in Diplomarbeiten aufgearbeitet wurden, wie mittels Videoanalyse Bewegungsabläufe im Sport analysiert werden können. Wer sich mit Videoanalyse bereits beschäftigt hat, der wird erfahren haben, dass hier eine Reihe von Widrigkeiten (u.a. Aufnahmetechnik, -gerät, Software zur Filmanalyse und mathematischen Aufarbeitung) zu überwinden sind, bis ein Material entsteht, welches mathematisch sinnvoll bearbeitet werden kann.

Elementarer geht es im fünften Beitrag „Die Taschensonnenuhr“ von Jürgen Maaß und Ronald Hohl zu. Das Projektziel ist die Konstruktion einer Taschensonnenuhr für alle Schülerinnen und Schüler. Die Arbeit wird motiviert durch das historische Vorbild einer aufklappbaren Sonnenuhr vom österreichischen Astronomen Georg von Peurbach, die er im Jahre 1451 erfunden hat. Gut nachvollziehbar wird beschrieben, wie die Nord-Südausrichtung erfolgt, die Skala für die Uhrzeiten eingezeichnet wird und wie eine größere Genauigkeit der angezeigten Zeit erreicht werden kann. Dabei wird eine Vielzahl an historischen Bezügen aufgezeigt, wie in vorhergehenden Jahrhunderten die Uhrzeit bestimmt wurde.

Mit dem Beitrag „Eine Sonde flog zum Pluto: „New Horizons“ flog auch für den Mathematikunterricht!“ begeben sich der Herausgeber und die Co-Autorin Manuela Spiegl in die Weiten unseres Sonnensystems. Als mögliche Projektaspekte werden Planung und Finanzierung, optimale Konstruktion der Sonde, Routenplanung, Flugbahnberechnung, Winkelgeschwindigkeit der Himmelskörper, u.a. vorgeschlagen. Dargestellt wird auch der Swing-by

am Jupiter – das Vorbeischwungmanöver, um schneller zum Pluto zu gelangen, unter Verweis auf entsprechende Simulationen (Links sind angegeben).

Ausgehend von dem Beispiel „Auf einer geraden Landstraße fährt ein Lkw mit 80 Kilometern pro Stunde. Ein Motorrad nähert sich mit 100 Kilometern pro Stunde und möchte überholen. Die Straße verläuft geradeaus, Wetter und Straßenbelag etc. sind ideal, es gibt keinen Gegenverkehr – was passiert?“ (S. 117) beschreibt der Herausgeber in „Motorradfahren als Thema für realitätsbezogenen Mathematikunterricht“, wie die Bewegungen des Motorrads und des Lkws unter verschiedenen Annahmen mathematisch modelliert werden können. Im weiteren Verlauf werden Formeln aus der Physik bemüht, um Beschleunigungen zu berücksichtigen, und mit GeoGebra die Zusammenhänge graphisch dargestellt sowie zum Abschluss der Neigungswinkel bei Kurvenfahrten unterschiedlicher Geschwindigkeiten betrachtet.

Im letzten Beitrag „Der Strahlende September erhellt den Unterricht in Kunst und Mathematik“ von Jürgen Maaß und Romana Fellner ist das gleichnamige Bild von Josef Albers Ausgangspunkt für die mathematischen Betrachtungen. Im ersten Schritt wird das Bild mithilfe eines Modells maßstabsgetreu nachempfunden. Anschließend Fragen an das Bild gestellt und geschaut, wie das Dargestellte wahrgenommen wird. Im dritten Schritt wird das Bild geometrisch analysiert, Linien beschriftet und geometrisch vermessen. Durch die Markierung des Fluchtpunktes wird deutlich, was das Bild mit unserer Wahrnehmung macht.

Der Band „Attraktiver Mathematikunterricht: Motivierende Beispiele aus der Praxis“ ist für experimentierfreudige, erfahrene Lehrkräfte und solche, die vor Herausforderungen und Problemen nicht zurückschrecken, ein willkommener Steinbruch, um Anregungen für einen projektorientierten Unterricht zu erhalten. Die Beiträge zeigen im MUEdschen Sinne auf, wie problem- und handlungsorientierter Mathematikunterricht in emanzipatorischer Absicht in Projekten angelegt werden kann.

*Maaß, Jürgen (Hrsg.): Attraktiver Mathematikunterricht: Motivierende Beispiele aus der Praxis. Springer 2020*

## ...die letzte Seite: Informationelle Selbstbestimmung

