Rundbrief **192**

2/2014

Übergänge gestalten

Fotos: Christoph Maitzen

Inhaltsverzeichnis

Editorial 3

Ein nicht repräsentatives Interview mit einem betroffenen Schüler 4

Der Übergang von der Grundschule in weiterführende Schulen – ein Weg mit Stolpersteinen oder neuen Herausforderungen und Zielen? 7

Übergänge gestalten – Anregungen zum Übergang Grundschule / weiterführende Schule 11

Was Hänschen nicht lernt, lernt Hans nimmermehr? – Auszüge aus Erfahrungen mit der Förderung rechenschwacher Lerner aus der Sekundarstufe I 18

Wieso begreifen meine Schülerinnen und Schüler das nicht? – Wo liegt eigentlich das Problem? 29

Der „Zahlenjongleur" – ein Förderkonzept für rechenschwache Schülerinnen und Schüler in der Orientierungsstufe 38

Üben und Lernen mit dem 7x7–Feld nicht nur zu Beginn des fünften Schuljahres 50

„Mathe macht stark" – Eine zweite Chance, Grundvorstellungen zu entwickeln 56

Das Lieblingsspiel der kleinen Zahlenjongleure 60

Impressum

Der MUED-Rundbrief erscheint vier Mal im Jahr in Appelhülsen mit einer Auflage von 800 Exemplaren.

MUED e.V., Bahnhofstr.72, 48301 Appelhülsen
Tel. 02509/606, Fax 02509/996516
e-mail: mued.ev@mued.de, **http://www.mued.de**

Redaktion dieses Rundbriefs: Christoph Maitzen
Redaktion des nächsten Rundbriefs: noch offen

Editorial

Liebe MUED-Mitglieder!

Im Nachgang zur Jahrestagung 2013 kam die Idee auf, den Aspekt „Übergang von der Grundschule in die Sekundarstufe“ noch einmal zu thematisieren. Dabei spielten die Stichworte „Rechenschwäche“, elementare Rechenfertigkeit, Diagnose und Förderung, „verschleppte Probleme aus der Grundschule“ eine Rolle. Entstanden ist der vorliegende – etwas ausführlichere – Rundbrief „Übergänge gestalten“. Aus der Sicht von Mathematiklehrkräften des Primar- und Sekundarbereichs erfahren die Leserin und der Leser, was gewünscht und getan wird, was man weiter noch tun könnte und sollte.

Ausgehend von der Schilderung eines betroffenen Schülers werden anschließend sowohl allgemeine Aussagen als auch Mathematik spezifischen Aussagen aus Sicht der Grundschule widergegeben.

In den Beiträgen „Was Hänschen nicht lernt, lernt Hans nimmermehr?“ und „Wieso begreifen meine Schülerinnen und Schüler das nicht?“ werden explizit Fehlvorstellungen von Lernenden untersucht und praktische Lösungsmöglichkeiten aufgezeigt. Das Förderkonzept „Zahlenjongleur“ zeigt wie in einer Orientierungsstufe Förderung aussehen kann. Das „Vierphasenmodell“ nach Wartha und Schulz sowie Interviews nach dem neuseeländischen **Numeracy Project** spielen dabei eine Rolle.
[Informationen hierzu unter: http://www.nzmaths.co.nz und http://mediathek.bildung.hessen.de/material/themen/dia_foe/mathematik/index.html]

Haptisches Material ist sowohl für das Lernen als auch für das Üben wichtig, weil es sprichwörtlich hilft Mathematik zu be-greifen. Das 7x7-Feld ist ein solches Material. Eingebunden in ein größeres Konzept ermöglicht das Material „Mathe macht stark“ lernschwachen Schülerinnen und Schüler eine zweite Begegnung mit ihnen bereits (in Teilen) bekannten Themen.

Neben Hinweisen zu weiterführender Literatur gibt es auch Hinweise auf Quellen im Internet. Wer mehr zu den einzelnen Beiträgen erfahren möchte, kann die Autorinnen und Autoren per E-Mail kontaktieren.

Beim Lesen wünsche ich viel Vergnügen!
Christoph Maitzen

Ein nicht repräsentatives Interview mit einem betroffenen Schüler

Jörn, ein nicht repräsentativer Schüler, hat im vergangenen Sommer den Übergang von der Grundschule, die in seiner näheren Umgebung lag, zum Gymnasium, wohin er mit dem Bus fährt, vollzogen. Mit Jörn habe ich ein Interview geführt, das an dieser Stelle wiedergegeben wird.

Foto: Christoph Maitzen

Interviewer: Lieber Jörn, du bist im vergangenen Sommer in die Klasse 5 gekommen und hast dabei den Übergang von der Grundschule in das Gymnasium geschafft. Wie hast du dir die Schule ausgesucht? Was war für dich wichtig?

Jörn: Mit meinen Eltern habe ich mir verschiedene Schulen angeguckt. Wir sind an Tagen der offenen Tür dorthin gegangen und haben uns die Klassenräume, das Schulgebäude angesehen. Eigentlich wollte ich zu einer anderen Schule. Und weil ein großer Teil meiner Freunde zum Gymnasium ging, bin ich auch dahin.

Interviewer: Hast du Lieblingsfächer? Und wenn ja, welche?

Jörn: Meine Lieblingsfächer sind Mathe, NaWi, Erdkunde und Sport.

Interviewer: Gibt es für dich einen Unterschied zwischen dem Mathe-Unterricht in der Grundschule und am Gymnasium?

Jörn: Ja. In der Grundschule haben wird nur Grundrechenarten und Klammern gemacht. Jetzt haben wir mehr Themen, z. B. Primfaktorzerlegung.

Interviewer: Mit welchen Sachen hast du dich im Mathe-Unterricht in der 3. oder 4. Klasse beschäftigt.

Jörn: Ich weiß nicht.

Interviewer: Habt ihr vielleicht etwas ausgemessen?

Jörn: Ja, z. B. wie lang und breit ein Fenster ist. Und dann haben wir den Flächeninhalt berechnet.

Interviewer: Habt ihr auch was mit Wahrscheinlichkeiten gemacht?

Jörn: Ja, wir haben einen Euro fünfzig mal geworfen und geschaut, wie häufig man Zahl wirft.

Interviewer: Und was kam raus?

Jörn: Bei Lukas und mir kam 35-mal Zahl.

Interviewer: Habt ihr euer Ergebnis mit denen der anderen verglichen?

Jörn: Ja, es kommt darauf an wie die Münze gestanzt ist. Ich glaub, beim Euro war es etwa fifty-fifty.

Interviewer: Hast du in der Grundschule Fachbegriffe wie Addieren und so kennen gelernt?

Jörn: Wir haben immer plus, minus, mal und geteilt benutzt.

Interviewer: Das Wort Addition kennst du?

Jörn: Ja, auch Subtraktion, Faktor, Produkt, Minuend, Differenz. Die haben wir aber sehr selten benutzt.

Interviewer: Wann hast du diese Begriffe kennen gelernt?

Jörn: In Klasse 4.

Interviewer: Hast du in der Grundschule mit Lineal, Geodreieck, Zirkel und Taschenrechner gearbeitet?

Jörn: Das Geodreieck haben wir benutzt und besprochen, wie man damit Winkel misst und Geraden zeichnen kann. In Klasse 5 haben wir richtig gelernt, wie man mit dem Geodreieck arbeiten kann.

Interviewer: Hast du in der Grundschule noch andere Instrumente kennen gelernt?

Jörn: Mit dem Zirkel haben wir ein bisschen Kreise gezeichnet. Den Taschenrechner habe ich zuhause zum Überprüfen von Ergebnissen benutzt.

Interviewer: Habt ihr auch im Unterricht mit dem Taschenrechner gearbeitet?

Jörn: Ja, in Klasse 4.

Interviewer: Hast du in der Grundschule etwas gelernt, was du im Gymnasium nicht gebrauchen oder anwenden konntest?

Jörn: Nein.

Interviewer: Hast du Mathe-Paten gehabt?

Jörn: Was ist das?

Interviewer: Hast du Paten gehabt?

Jörn: In der ersten Klasse hatte ich Paten aus der dritten Klasse. Und jetzt haben wir drei Paten aus der Klasse 7.

Interviewer: Kannst du das etwas genauer beschreiben?

Jörn: Unsere Klasse hat drei Schüler aus der siebten Klasse, die sind im ersten Halbjahr jeden Donnerstag zu uns gekommen und haben mit uns im Unterricht gespielt. Galgenmännchen und so. Wenn wir Probleme hatten, konnten wir mit ihnen darüber reden.

Interviewer: Hast du vor dem Wechsel zum Gymnasium dort mal Unterricht besucht?

Jörn: Am Schnuppertag hab ich mir Musikunterricht und Sport angeguckt. Die Musikklasse war unruhig. Lauter als die Klasse in der Grundschule.

Interviewer: Warst du auch im Rahmen eines Tages der offenen Tür schon mal vorher am Gymnasium?

Jörn: Ja. Da hab ich mir die Schule angesehen. Vor ein paar Wochen waren am Samstag dann Grundschüler bei uns. Ich habe die Viertklässler dann betreut. Wir haben uns Physik angeschaut. Da wurde ein Schokokuss in ein Vakuumgerät gestellt und mit einem Kompressor wurde Luft herausgesaugt. Der Schokokuss ist dann größer geworden.

Interviewer: Du hast vor einigen Tagen am Känguru-Wettbewerb teilgenommen. Wie war das für dich?

Jörn: Die Aufgaben im Teil C waren schwer. Die im Aufgabenteil A und B gingen ganz gut.

Interviewer: Hast du auch als Grundschüler am Känguru-Wettbewerb teilgenommen?

Jörn: Nein.

Interviewer: Hättest du gerne daran teilgenommen, wenn du dazu die Möglichkeit gehabt hättest?

Jörn: Ich hätte gerne daran teilgenommen.

Interviewer: Gibt es im Matheunterricht am Gymnasium andere Matheaufgaben als wie du sie in der Grundschule hattest?

Jörn: In der Grundschule waren die Textaufgaben einfacher. Man musste nur Frage, Rechnung und Antwort hinschreiben. Jetzt müssen wir eine Überschrift finden, damit man weiß, worum es geht. Z. B. „Schiffe mal Segel“. Auch, was gegeben ist und wichtige Zahlen. Und Rechnung und einen Antwortsatz müssen wir aufschreiben. Die Aufgaben haben jetzt mehrere Aufgabenteile.

Interviewer: Welche Hilfsmittel (z. B. Malkreuz, Mehrsystemblöcke, Rechenrahmen, Abakus) hast du in der Grundschule kennengelernt?

Jörn: In Klasse eins hatten wir einen Block mit zehn Kugeln. Die hab ich noch irgendwo. Sonst keine Hilfsmittel.

Interviewer: In anderen Klassen?

Jörn: In Klasse 2 und 3 Rechenbaum und Rechenmauer.

Interviewer: Jörn, wird sind jetzt am Ende des Interviews angekommen. Wie ich gesehen habe, macht dir Mathe viel Spaß. Ich wünsche dir viel Erfolg in der Schule und sage, herzlichen Dank für das Gespräch!

Christoph Maitzen
Projektleiter „Kompetenzorientiert unterrichten in Mathematik und Naturwissenschaften“ im Landesschulamt und Lehrkräfteakademie, Sachgebiet „Fortbildung für Lehrkräfte“
Diplom-Physiker, Gymnasiallehrer für Mathematik und Physik
Autor von Fachartikeln, Lehrwerkautor

Kontakt:
christoph.maitzen@t-online.de

Ulrike Kalbhenn

Der Übergang von der Grundschule in weiterführende Schulen – ein Weg mit Stolpersteinen oder neuen Herausforderungen und Zielen?

Lebenslanges, institutions- und schulformübergreifendes Lernen, ausgerichtet an der **individuellen Lernentwicklung** jedes einzelnen Kindes zu befördern, bedarf zunächst einer Übereinstimmung in der **Haltung der Verantwortlichen** zu Grundsätzen und Prinzipien pädagogischen Handelns, zu Bildungszielen und zur Gestaltung des Bildungsverlaufs.[1] Wenn es gelingt, Bildung **vom Lernenden her** zu denken, können wir **Übergänge** als Entwicklungsstufen verstehen und **das Lernen** – und damit das Kind (!) – stärker **in den Mittelpunkt** unseres pädagogischen Handelns stellen als die zu vermittelnden Inhalte.

Foto: Ulrike Kalbhenn

Zur Praxis:

Ich habe einen Traum ...

... und besuche eine Grundschulklasse an einem ganz normalen Vormittag.

Ich öffne die Klassenzimmertür und nehme eine Atmosphäre munterer, lebhafter und konzentrierter Aktivitäten der Kinder wahr. Erst auf den zweiten Blick entdecke ich die Lehrerin, die mit mehreren Kindern an einer Tischgruppe im hinteren Teil des Klassenzimmers sitzt und mit Bildkarten scheinbar spielerisch Übungen zum Wortschatztraining durchführt.

Auf einem kleinen Sofa in einer abgetrennten Ecke des nicht sehr großen Klassenraums sitzen einige Kinder und lesen. An zwei anderen Tischgrup-

---

1 Vgl. Qualifizierte Schulvorbereitung (QSV). Bildungsprozesse gemeinsam gestalten. Das Rahmenkonzept zum Modellprojekt, Hessisches Sozialministerium, Wiesbaden 2012.

pen arbeiten jeweils mehrere Schülerinnen an großen Plakaten. Einige Kinder sitzen allein an Tischen und schreiben. Ein Junge liegt auf dem Boden und versucht, eine Wort-Bild-Kette mit Karten zu legen. Ich nehme eine angenehme Geräuschkulisse wahr und spüre, mit welcher Konzentration die Kinder arbeiten, denn sie bemerken mein Erscheinen fast nicht. Nach kurzer Zeit entdeckt mich der Junge am Boden und bittet mich um Hilfe, weil er ein Wort nicht lesen kann. Nach einer Weile bittet ein Kind die Lehrerin um Rückmeldung zum Arbeitsstand der „Plakatgruppe“. Die Lehrerin wechselt an den anderen Tisch und bespricht das Arbeitsergebnis dieser Gruppe. Offensichtlich haben die Kinder einen neuen Auftrag bekommen, denn nun sucht sich jedes Kind einen eigenen Platz, nimmt ein Blatt Papier und fängt an zu schreiben. Die Lehrerin geht nun zu dem Jungen am Boden und lässt sich von ihm sein Arbeitsergebnis vorsprechen – dabei achtet sie auf genaue Aussprache der einzelnen Wörter und ermuntert ihn anschließend, sich aus einer Kiste im Regal ein Textblatt zu nehmen und die vorher gefundenen Wörter dort zu suchen.

Erst jetzt fügt sich für mich ein Bild zusammen: hier wird **Heterogenität als Chance und Grundbestandteil kompetenzorientierten Unterrichts** wahrgenommen und praktiziert. Hier steht jedes einzelne Kind mit seinen eigenen Lernvoraussetzungen im Mittelpunkt, hier geht es nicht nur um den Erwerb *fachlicher* – sondern in einem hohen Maß auch um den Erwerb *überfachlicher* – Kompetenzen.

Das Ziel der Stunde hieß: Texterschließung!

Wie dies auf unterschiedlichen Wegen und mit Hilfe differenzierter Darstellungsformen, immer angepasst an den jeweiligen Entwicklungsstand der Schülerinnen und Schüler gelingen kann, wurde mir deutlich vor Augen geführt.

... von einer **Unterrichtsgestaltung** – gleichgültig in welcher Schulform –, in der sich Möglichkeiten auftun, dass die Lernenden **Verantwortung für ihr Lernen übernehmen** und aktiv an ihrem Kompetenzerwerb arbeiten können,

... von einem Unterricht, in dem es möglich ist, dass Lernende und Lehrende miteinander **über das Lernen sprechen**,

... wo der **Lernprozess** jeder einzelnen Schülerin und jedes einzelnen Schülers im Mittelpunkt steht und wertgeschätzt wird, was Lernende an **Vorerfahrungen und Vorwissen** einbringen,

... wo **Reflexion** über das eigene Lernen einen Raum hat,

... wo **Rückmeldungen** durch die Lehrkraft dazu beitragen sich neue Ziele zu setzen,

... wo ein **Klassenraum** in seiner Gestaltung den unterschiedlichen Lernvoraussetzungen der Kinder Rechnung trägt,

... wo **klare Ziele und Aufträge** angepasst an den individuellen Lernfortschritt das Lernen „am Laufen“ halten und

... wo Schülerinnen und Schüler mit einer **Vielfalt von unterschiedlichen Materialien** arbeiten können und nicht nur auf ein Lehrwerk festgelegt sind.

Viele ermutigende Beispiele sowohl in Grundschulen als auch in weiterführenden Schulen geben mir Hoffnung, dass mein Traum Wirklichkeit werden kann.

Wie kann es gelingen, dieser weiteren auch durch die Forschungsbilanz von John Hattie belegten Herausforderung in unserer pädagogischen Alltagspraxis neben allen anderen Anforderungen gerecht zu werden? (vgl. Hattie 2009)

Ermutigen möchte ich dazu, „**Schnuppertage**“ (Hospitationsmöglichkeiten) für Lehrkräfte der abgebenden und aufnehmenden Schulen durchzuführen, **gemeinsame Fortbildungen** zur Unterrichtsentwicklung zu besuchen, um sich zu Grundsätzen und Prinzipien pädagogischen Handelns sowie zu Bildungszielen und zur Gestaltung des Bildungsverlaufs auszutauschen. Diese Begegnungen können dazu beitragen in einem Klima **gegenseitiger Wertschätzung**, **Offenheit und Vertrauen**, eine gemeinsame Philosophie von „gutem“ Unterricht (vgl. Meyer 2010) zu entwickeln. Dazu gehört, sich auf eine **einheitliche Sprache** über das Lernen der Schülerinnen und Schüler, über Aufgabenformate, veränderte Möglichkeiten der Leistungsbewertung, Methoden, Arbeitsweisen und Materialien zu verständigen und in Kooperation Unterrichtsvorhaben zu planen, durchzuführen und zu evaluieren.

An manchen weiterführenden Schulen ist es inzwischen gängige Praxis, ein **Klassenlehrerteam** mit einem **hohen Anteil an Unterrichtsstunden** in den Jahrgängen 5 und 6 einzusetzen. Den Schülerinnen und Schülern wird hierdurch die Umstellung auf einen nach Fächern differenzierten Unterricht mit einem hohen Anteil an unterschiedlichen Fachlehrerinnen und Fachlehrern erleichtert.

Gesprächsrunden von Lehrkräften der Grundschulen und weiterführenden Schulen über Förderpläne, individuelle Lernvoraussetzungen einzelner Schülerinnen und Schüler, Elternberatungsmöglichkeiten oder bereits erfolgte Kooperation mit Therapieeinrichtungen können Informationen bereitstellen, die einen individuelleren Zugang der neuen Lehrkräfte zu einzelnen Kindern ermöglichen.

Möge es uns in **gemeinsamer Anstrengung** gelingen, dass unsere Schülerinnen und Schüler am Ende ihrer Schullaufbahn sagen können:

„Wir sollen heiter Raum um Raum durchschreiten,
An keinem wie an einer Heimat hängen,
Der Weltgeist will nicht fesseln uns und engen,
Er will uns Stuf' um Stufe heben, weiten."

(Hermann Hesse, Auszug aus dem Gedicht Stufen)

Literatur

Bildung von Anfang an. Bildungs- und Erziehungsplan für Kinder von 0 bis 10 Jahren in Hessen, Hessisches Sozialministerium, Hessisches Kultusministerium, Wiesbaden 2012. Verfügbar unter: http://www.bep.hessen.de (08.03.2014)

Meyer, Hilbert (2010): Was ist guter Unterricht, Berlin.

Qualifizierte Schulvorbereitung (QSV). Bildungsprozesse gemeinsam gestalten. Das Rahmenkonzept zum Modellprojekt, Hessisches Sozialministerium, Wiesbaden 2012.

Hattie, John (2009): Visible Learning, London & New York.

Ulrike Kalbhenn
Leitung des Arbeitsfeldes Grundschule und des Projektes „Kompetenzorientiert unterrichten in der Grundschule" (KUGS) im Landesschulamt und Lehrkräfteakademie in Hessen;
Grundschullehrerin (bis 2008 aktiv in der Schule); Methodentrainerin im Bereich des Schulamtes Gießen-Vogelsberg (2006-2008); Fachberaterin für den Bildungs- und Erziehungsplan für Kinder von 0 bis 10 Jahren in Hessen (während der Erprobungsphase, 2004- 2007); Mitautorin des Hessischen Kerncurriculums.

Kontakt:
ulrike.kalbhenn@lsa.hessen.de

Mareile Kleinwächter, Cornelia Mohr

Übergänge gestalten – Anregungen zum Übergang Grundschule / weiterführende Schule

Die Grundschule hat die Aufgabe, zwei wesentliche Übergänge zu gestalten, den der Aufnahme aus dem Elternhaus oder der Kindertageseinrichtung und den der Abgabe an eine weiterführende Schule.

Übergänge neu bewerten

Für Kinder sind diese Übergänge besondere Lebensereignisse, die mit einem Wechsel des Lebensumfelds, neuen Aufgaben, Erwartungen sowie einem Rollenwechsel verbunden sind und bewältigt werden müssen (vgl. Hasemann/Peter-Koop/Klep 2006). Übergänge im Bildungsverlauf sind Phasen beschleunigten Lernens, die hohe Anforderungen an alle beteiligten Akteure. Wichtig für einen gelingenden Übergang sind daher Kommunikation und Partizipation. Gelingt ein Übergang, erfährt das Kind eine neue Lebensqualität und Motivation, sich im Sinne des lebenslangen Lernens weiter zu entwickeln. Misslingt dieser jedoch, bleiben negative Erfahrungen zurück, die ggf. nur langsam verblassen. In diesem Sinne sollte das Kind im Mittelpunkt aller konzeptionellen und pädagogischen Überlegungen stehen. Dies ist besonders im Hinblick auf den Wechsel in eine weiterführende Schule von zentraler Wichtigkeit.

Den Übergang vorbereiten und begleiten – auch von der Grundschule in die weiterführende Schule

Um den für das Kind individuell richtigen Weg zu finden, hat Grundschule die herausfordernde Aufgabe, Eltern sowie Kinder kontinuierlich bei der Wahl der Schullaufbahn zu beraten. Dabei berücksichtigt sie mit ihrer Empfehlung nicht nur die Leistungen in Bezug auf die fachinhaltlichen Kompetenzen des Kindes, sondern auch die für den Schulerfolg wichtigen überfachlichen Kompetenzen. Das Zusammenwirken von Fähigkeiten und Fertigkeiten, personalen und sozialen Dispositionen sowie Einstellungen und Haltungen sind wichtige Parameter bei einer optimalen Beratung der Eltern und Kinder, wenn der Schulwechsel ansteht.

Anschlusserfahrungen auch in fachlicher Hinsicht ermöglichen

Beim Übergang von der Grundschule in die weiterführende Schule braucht es Anschlusserfahrungen, die dem Kind Sicherheit bieten. Dies bezieht sich auch auf die mathematische Bildung. Mathematische Erfahrungen gehören zum Lebens- und Lernalltag aller Kinder. Schülerinnen und Schüler verfügen am Ende der Grundschulzeit über ausdifferenzierte mathematische Grundlagen. Ihre Kompetenzen sind in den Bereichen Muster und Strukturen, Zahl und Operation, Raum und Form, Größen und Messen sowie Daten und Zufall ausgebildet und vorhanden. Weiterhin verfügen sie über Erfahrungen in den allgemeinen mathematischen Kompetenzen wie Darstellen, Kommunizieren, Argumentieren, Problemlösen und Modellieren. Auch in den Bereichen des Umgangs mit Fachbegriffen und Instrumenten (Lineal, Geodreieck, Zirkel und Taschenrechner) liegen bereits fundierte Kenntnisse.

Überfachliche Kompetenzen fördern

Dennoch reicht ein Zurückgreifen auf das in der Grundschule erworbene Grundlagenwissen der Schülerinnen und Schüler nicht aus. Zusätzlich wird von den Kindern beim zweiten Übergang mehr Selbstständigkeit bei der Bewältigung ihres Schulalltags sowie der Selbstorganisation ihres Lernens erwartet (vgl. Gellert 2010, S. 4). An der weiterführenden Schule finden die Kinder eine neu zusammen gesetzte Lerngruppe und zunehmend Fachunterricht in unterschiedlichen Umgebungen mit verschiedenen Lehrkräften und damit Bezugspersonen vor. Zudem wirkt sich die äußere Differenzierung durch die unterschiedlichen Schulempfehlungen individuell auf Wünsche, Erwartungen, Hoffnungen und Ängste der Schülerinnen und Schüler aus. Auch für Eltern ist der Übergang zur weiterführenden Schule eine kritische Zeit, da er mit einem weiteren Ablösungsprozess der Kinder vom Elternhaus verbunden und mit meist hohen Erwartungen an die Bildungsbiografie ihrer Kinder verknüpft ist. Hier ist die professionelle Beratung durch Lehrkräfte und Schulen gefragt.

Schulformübergreifende Kooperation unterstützen

Um eine kindorientierte Verzahnung zwischen den Institutionen zu ermöglichen, ist es daher sinnvoll, dass den Kindern in der weiterführenden Schule nicht nur bekannte Inhalte vermittelt werden, sondern dass auch **auf vertraute Arbeitsformen, Sozialformen, Aufgabenformate und Sprachregelungen zurückgegriffen werden kann**. Aus diesem Grund besteht für die Lehrkräfte der unterschiedlichen Schulformen die Notwendigkeit eng miteinander zu kooperieren. Eine gelungene Zusammenarbeit führt zu einer höheren Professionalisierung und zu einem Erfahrungszuwachs bei Lehrkräften. Der Blick auf die jeweils andere Institution weitet den Blick, baut Vorurteile ab und trägt zu einer Verständigung bei. Unter Umständen kann dies eine große organisatorische Herausforderung darstellen. So können sowohl Anzahl, Lage und Schulform der aufnehmenden Schulen sowie das Engagement und Bereitschaft der beteiligten Lehrkräfte Einfluss auf die Kooperation nehmen. Trotzdem empfiehlt es sich, Organisationsformen zu finden, die zu einer Kooperation im Hinblick auf den Übergang führen.

Aufgabe aller Institutionen wie auch des Elternhauses ist es somit, gemeinsam zu arbeiten, sich auszutauschen und die Kompetenzen zu stärken, die das Kind befähigen, mit Belastungen sowie Veränderungen umzugehen. Damit wird die Grundlage geschaffen, den Übergang erfolgreich zu gestalten. Die Tabelle 1 (Seite 14) zeigt Möglichkeiten und Gelingensbedingungen kooperierender Arbeitsformen zwischen Grundschule, weiterführender Schule, Eltern und Kindern auf.

Einige erläuternde Fragen und Antworten zu Begriffen in Tabelle 1

Was versteht man unter Mathe-Paten?

Mathe-Paten sind Kinder aus der fünften Klasse, die in engem Kontakt zu Schülerinnen und Schülern aus dem vierten Jahrgang stehen. Sie zeigen den jüngeren Kindern nicht nur das Schulgebäude und alles, was sie im neuen Schuljahr an der neuen Institution erwarten wird, sondern sie laden diese auch ein, am Mathematikunterricht der Klasse 5 teilzunehmen. Hier werden gemeinsame Unterrichtsstunden erlebt. Umgekehrt besuchen die Mathe-Paten auch ihre Patenkinder in der Grundschule und begleiten sie zeitweise im Unterricht. Ziel ist es, gemeinsam über das fachliche Thema in Kontakt zu stehen, sich über konkrete fachliche Inhalte, z. B. auch auf der Grundlage von Portfolios auszutauschen. Weiterhin erschließt sich auf diese Weise die Möglichkeit, über Gemeinsamkeiten sowie Unterschiede in den Schulstufen zu reflektieren. Die Umsetzung einer Mathe-Patenschaft ist daher ein individuell zu gestaltender Vorgang. Er hängt in seinem zeitlichen Umfang und seiner Qualität von der Bereitschaft und den Ideen der zuständigen Lehrkräfte und der einzelnen Schülerinnen und Schülern ab.

Worin liegt der Nutzen gemeinsamer Mathematikwettbewerbe?

Mathematikwettbewerbe laden dazu ein, vielen anderen Menschen zu begegnen, die sich für dasselbe Fach interessieren und Mathematik mit viel Kreativität sowie Eigeninitiative betreiben. Dieses kreative Potenzial zu fördern, ist Ziel der vielfältigen Wettbewerbe, die jedes Jahr angeboten werden. Die weiterführende Schule kann sich beispielsweise mit der abgebenden Grundschule darauf einigen, gemeinsam an einem Mathematikwettbewerb teilzunehmen. Der Känguru-Wettbewerb, der an dieser Stelle erwähnt wird, wurde von der Humboldt-Universität Berlin konzipiert und bietet Aufgaben für Schülerinnen und Schüler vom 3. bis zum 13. Schuljahr an. Die Teilnehmerinnen und Teilnehmer können sich untereinander messen sowie von dem Austausch und der Begegnung mit vielen anderen

Tabelle 1:

<table>
<tr><th colspan="3">Formen der Zusammenarbeit zwischen Grundschule und Sekundarstufe beim Übergang im Fach Mathematik</th></tr>
<tr><th>Lehrkräfte</th><th>Schülerinnen und Schüler</th><th>Eltern</th></tr>
<tr>
<td>• Entwicklung gemeinsamer Konzepte zum kumulativen Kompetenzaufbau
• gemeinsame Verständigung über pädagogische Ziele und erfolgreiche Wege
• gegenseitige Hospitationen der Lehrkräfte im Matheunterricht
• Stufenkonferenzen von abgebenden und aufnehmenden Schulen
• Austausch von Lehrbüchern sowie Klassenarbeiten
• Informationen über eingesetzte Methoden und Formen der Diagnose und Förderung
• Austausch über Schulprogramm
• Rückmeldung der Zeugnisnoten in Klasse 5
• (gemeinsam geplante und durchgeführte) Elternabende sowie Informationsveranstaltungen zu Zielen und Methoden im Mathematikunterricht</td>
<td>• Schülerinterview mit Mathe-Paten
• institutionsübergreifende Portfolioarbeit im Matheunterricht
• informelle Gespräche mit ehemaligen Schülerinnen und Schülern
• Schnupperstunden für Schülerinnen und Schüler
• Mathepräsentation am Tag der offenen Tür
• gemeinsame mathematische Wettbewerbe (z. B. Känguru)
• gemeinsame Matheprojekte</td>
<td>• Eltern der Klasse 5 informieren Eltern der Klasse 4 (Elternabende)
• Hospitationen für Eltern
• Austausch unter Eltern am Tag der offenen Tür
• Informationsveranstaltungen für Eltern zu Zielen und Methoden des Mathematikunterrichts</td>
</tr>
<tr><th colspan="3">unter Beteiligung aller Bildungspartner</th></tr>
<tr><td colspan="3">• gemeinsame Mathematikfortbildungen
• Erfahrungsaustausch in gemeinsamen Besprechungen
• Übergangsgespräche aller Bildungspartner
• schulartübergreifende Veranstaltungen (Eltern informieren Eltern, gemeinsame Durchführung mathematischer Wettbewerbe, gemeinsame Mathematikprojekte Klasse 4/5)</td></tr>
</table>

an der Mathematik interessierten Menschen partizipieren und profitieren. Der Vorteil am Känguru-Wettbewerb liegt vor allem darin, dass die Aufgabenformate bekannt sind und auf dem Prinzip der „**guten Aufgaben**“ basieren.

Was sind „gute Aufgaben“?

„‚Gute Aufgaben‘ sind Mathematikaufgaben, welche bei Schülern in Verbindung mit grundlegenden mathematischen Begriffen und Verfahren die Entwicklung prozessbezogener Kompetenzen unterstützen“ (Walter 2004, S. 10). „Gute Aufgaben“ bieten Anlass, neben inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen gleichermaßen allgemeine mathematische Kompetenzen analog der KMK-Bildungsstandards und des Hessischen Kerncurriculums umzusetzen.

Was sind Bildungspartnerschaften?

Als Bildungspartnerschaften bezeichnet man zeitlich begrenzte Zusammenschlüsse verschiedener an der Bildung eines Menschen beteiligter Personen. Im Mittelpunkt der Aufmerksamkeit steht das Kind, das gemeinsam mit den Lehrkräften, den Eltern, seinen Mitschülerinnen und Mitschülern seinen Bildungsweg gestaltet. An einer Bildungspartnerschaft können weiterhin Sozialpädagoginnen und Sozialpädagogen beteiligt sein, Inklusionshelferinnen und -helfer oder auch Förderschullehrkräfte. In der Regel gehören das Kind, seine Lehrkräfte und die Eltern zum engeren Kreis einer Bildungspartnerschaft. Wie in jeder anderen Partnerschaft wird ein Vertrauensverhältnis vorausgesetzt. Auch eine Bildungspartnerschaft muss gepflegt werden, daher ist ein regelmäßiger Kontakt ebenso notwendig, wie ein transparenter und verlässlicher Informationsfluss.

Was bedeutet dies im Kontext des Übergangs von Klasse 4 nach Klasse 5?

Es bedeutet zunächst, dass neue Bildungspartner dazu kommen, die sich kennen lernen müssen. Dabei ist es hilfreich, ein gemeinsames Thema zu haben (z. B. die neue Schulform, das Personal, das Gebäude). Diese Themen stellen allerdings nur den Bezugsrahmen dar und könnten sich schnell erschöpfen. Deswegen bietet sich als konsistentes Thema im Übergang ein fachliches an. Die Mathematik eignet sich dazu sehr gut, da sie mit dem Grundlagenwissen des Kindes eine Basis für den gemeinsamen Austausch darstellt. Für Gespräche im Sinne einer **gemeinsamen Verständigung** wählen die Beteiligten ein konkretes Unterrichtsthema oder eine mathematische Fragestellung (z. B. im Kontext „guter Aufgaben“) aus. Übergeordnet können sich die Schulen über gemeinsame mathematische Themen austauschen und zusammen mit dem Lehrpersonal institutionsübergreifende Fortbildungen durchführen. Auf diesem Weg kann unter den Lehrkräften eine gemeinsame Sprache für den Mathematikunterricht gefunden und weiter **gemeinsame Konzepte** (z. B. zum kumulativen Kompetenzaufbau) entwickelt werden. Dies hat eine Erleichterung des Übergangs zur Folge und erhöht somit die Akzeptanz aller Beteiligten füreinander.

Weiterführende Informationen

Weitere Informationen zum Thema „Übergänge gestalten, Übergang Grundschule – Weiterführende Schule“ sind zu finden in dem „Baustein“, der im Rahmen des Projektes „SiNUS Grundschule – Weiterentwicklung eines kompetenzorientierten Mathematikunterrichts in der Grundschule“ in Hessen entstanden ist.

Dieser Artikel ist im Internet unter folgendem Link verfügbar: https://kultusministerium.hessen.de/sites/default/files/media/sinus-baustein_3_uebergang_elementarbereich_-_grundschule_0.pdf (16.03.2014)

Alle Veröffentlichungen von SiNUS Grundschule, die in Hessen entstanden sind, finden Sie unter:
https://kultusministerium.hessen.de/schule/schulformen/grundschule/sinus/material-fuer-lehrkraefte (16.03.2014)

Literatur

Forster, Ursula / Priebe, Botho (2009): Übergänge als Risiko- und Gefahrenzonen im gegliederten Schulsystem. Acht Thesen. In: Lernende Schule, H. 48/2009, Seelze, S. 4-5.

Gellert, Uwe (2010): Verdeckt und verborgen. Anforderungen beim Übergang vom Mathematikunterricht der Grundschule zum Mathematikunterricht am Gymnasium, Kiel. http://www.sinus-an-grundschulen.de/fileadmin/uploads/Material_aus_SGS/Handreichung_Gellert.pdf (25.2.2014)

Hasemann, Klaus / Peter-Koop, Andrea / Klep, Joost (2006) SINUS-Transfer Grundschule Mathematik Modul G 10: Übergänge gestalten, Kiel. Verfügbar unter: http://sinus-grundschule.bildung.hessen.de/bau/2011_6_14__Uebergang_GS_SEK.pdf (22.03.2014)

Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Mathematik: Mathematikwettbewerb Känguru e.V.: http://www.mathe-kaenguru.de

Koch, Katja (2001): Von der Grundschule in die Sekundarstufe. Band 2: Der Übergang aus der Sicht der Lehrerinnen und Lehrer. Opladen.

Kultusministerkonferenz (2005): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. Beschluss vom 15.10.2004. München. Verfügbar unter:

http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_10_15-Bildungsstandards-Mathe-Primar.pdf (20.03.2014)

Walther, Gerd (2004): SINUS-Transfer-Grundschule Mathematik Modul G1: Gute und andere Aufgaben. Kiel. Verfügbar unter: http://www.sinus-an-grundschulen.de/fileadmin/uploads/Material_aus_STG/Mathe-Module/Mathe1.pdf (20.03.2014)

Wiederhold, Karl A. (1991): Der Übergang von der Grundschule zu den weiterführenden Schulen – ein Problembereich für Kinder, Eltern, Lehrer. In: Der Mathematikunterricht 37 (1991) 3, S. 6-19.

Mareile Kleinwächter
Schulleiterin
Mitarbeit im Rahmen einer Abordnung an das Hessische Kultusministerium in der Planungsgruppe der Projekte „SiNUS Grundschule – Weiterentwicklung eines kompetenzorientierten Mathematikunterrichts in der Grundschule“ und „Berufsbegleitende Fortbildungsreihe zur Umsetzung eines kompetenzorientierten Mathematikunterrichts in der Grundschule“

Kontakt:
mareile.kleinwaechter@hkm.hessen.de

Cornelia Mohr M.A.
Schulleiterin
Mitautorin des Hessischen Kerncurriculums; Fachberaterin für den Bereich „SiNUS – Grundschule“ im Schulamt für den Lahn-Dill-Kreis und den Landkreis Limburg-Weilburg
Unterrichtsentwicklungsberaterin für den Bereich Mathematik – Grundschule im Schulamt für den Lahn-Dill-Kreis und den Landkreis Limburg Weilburg
Mitarbeit im Rahmen einer Abordnung an das Hessische Kultusministerium in der Planungsgruppe der Projekte „SiNUS Grundschule – Weiterentwicklung eines kompetenzorientierten Mathematikunterrichts in der Grundschule“ und „Berufsbegleitende Fortbildungsreihe zur Umsetzung eines kompetenzorientierten Mathematikunterrichts in der Grundschule“

Kontakt:
cornelia.mohr@t-online.de

Doris Ayaita

Was Hänschen nicht lernt, lernt Hans nimmermehr? – Auszüge aus Erfahrungen mit der Förderung rechenschwacher Lerner aus der Sekundarstufe I

1. Gelöste Aufgaben – Beobachtungen

a)	b)	c)	d)
45 + 27 = 18	**45 – 27 = 22**	**15 ● 12 = 110**	**1400 ● 30 = 42,0**

Dies sind Ergebnisse aus den Klassen 5-10, wobei die Fehlerprinzipen in allen Schulstufen von der Hauptschule bis zum Gymnasium zu finden sind. Wir können die Fehler rot anstreichen, sie mit Frage- und Ausrufezeichen versehen und uns kopfschüttelnd wundern, wie Lernende mit solchen Ergebnissen bis in höhere Klassen der Sekundarstufe I, auch im gymnasialen Bildungszweig kommen konnten. Wir können das Problem aber auch interessiert genauer betrachten und die Gemeinsamkeiten der Lösungen a) bis d) untersuchen. Im Folgenden wird dies ausführlich getan. Dabei fällt auf, dass das Problem nicht trivial ist und der genaue Blick in vielerlei Hinsicht lohnend ist.

Die Schülerinnen und Schüler direkt zu fragen, ist ein erster Schritt, dem Problem auf die Spur zu kommen.

Rückfrage: „Wie hast Du das gemacht?“

zu a) „Ich habe 4 + 2 gerechnet, da kam 6 raus. Dann 5 + 7 = 12, zusammen gibt das 18.“ (5. Klasse).

zu b) „Ich habe 4 – 2 gerechnet, das gibt 2. Dann 5 – 7, das geht nicht, also rechne ich 7 – 5, das gibt 2, also 22 ist das Ergebnis.“ (Zu beobachten in Klasse 5 bis 9.)

zu c) „Ich habe 10 ● 10 gerechnet, das gibt 100, dann 5 ● 2, das ist 10, zusammen sind das 110.“ (Zu beobachten in Klasse 5 bis 10.)

zu d) Verweist auf den Taschenrechner: „Das steht so im Rechner!“ (Zu beobachten in Abschlussklassen.)

2. Voraussetzungen für eine wertschätzende Diagnose

Wartha/Schulz (2012, S. 8) berichten eindrücklich über das Fallbeispiel einer erwachsenen Frau, die im Berufsleben an solchen Defiziten scheitert. Offenbar ist es keine Seltenheit, dass Defizite, die in der Grundschule entstanden sind, sich bis ins Erwachsenenalter fortsetzen. So, als sei in der Zwischenzeit kein Mathematikunterricht besucht worden. Kann Hans also wirklich nicht mehr lernen, was Hänschen nicht gelernt hat? Wird dem Problem nicht auf den Grund gegangen, wird sich dieses Sprichwort leider bestätigen.

Eine Schadensbegrenzung kann nach Wartha dadurch erreicht werden, dass man sich mit rechenschwachen Lernern der Sekundarstufe I in kurzer Zeit auf wenige prägnante Themengebiete konzentriert und auf diese Weise den gesamten Grundschulstoff im Fach Mathematik noch einmal durchlaufen lässt.

Die oben geschilderten Aufgabenbearbeitungen in a) bis d) erstaunen zunächst. Manifestiert die Lehrkraft dieses Erstaunen vor den betroffenen Lernenden, besteht Gefahr, dass jene sich verschließen und für Erklärungen nicht mehr erreichbar sind. Daher empfiehlt Wartha, ein „Pokerface" aufzusetzen und lediglich zu fragen: „O. K. Wie hast Du das gemacht?" Schülerinnen und Schüler werden freundlich anerkennend und interessiert dazu ermuntert, ihren Rechenweg darzulegen, auch – und gerade – wenn mit Fingern gerechnet wird. Denn jede Information ist wichtig, um eine kompetenzorientierte Diagnose zu stellen. Dabei geht es vor allem darum festzustellen, was Lernende (schon) *können* und sie nicht immerzu spüren zu lassen, was sie *nicht* können. „Gerade Risikokinder, die sich nach PISA im unteren Drittel der deutschen Schulleistungshierarchie ansammeln, könnten eine Förderung ihrer Resilienz erfordern, welche ihnen positive Gegenerfahrungen vermittelt, statt sie durch Versagenserlebnisse weiter zu belasten."[2] (Bohnsack 2008, S. 142). Hierbei geht es nicht um ein korrektes Ergebnis, sondern um den Weg dahin. Denn er gibt Aufschluss darüber, welche Grundvorstellungen nicht ausgebildet wurden und zu welchem Zeitpunkt dies geschehen sein könnte.

Ähnliche und gut praktikable Anleitungen wie bei Wartha/Schulz (2012) werden auch im neuseeländischen Modell gegeben, welches von einer Initiativgruppe ins Deutsche übertragen wurde (Katzenbach (2011)). Hierbei sei betont, dass es bei beiden Arten der Förderung rechenschwacher Lerner nicht darum geht, im laufenden Mathematikunterricht die Note 1 oder 2 zu erlangen. Wer mit solchen Schwächen bis in die 8. Klasse gekommen ist, wird voraussichtlich kaum mehr den Anschluss an die Lehr- und Lerninhalte dieser Klassenstufe schaffen. Hauptziel der Maßnahmen ist, die Lernenden auf das alltägliche Leben vorzubereiten, indem sie einfache

---

2 **Resilienz** (lat. zurücksetzen) bedeutet hier Widerstandsfähigkeit. Es beschreibt die Fähigkeit eines Menschen mit Veränderungen oder Störungen umgehen zu können. In der gegenwärtigen Diskussion wird der Stärkung der Resilienz eine größere Beachtung geschenkt.

Kopfrechenaufgaben bewältigen können und Größen- und Grundvorstellungen entwickeln. Es ist nicht ausgeschlossen, dass einige Lernende plötzlich den gesamten bisher nicht verstandenen Lehrstoff durch die Förderung verstehen und zu ihren Peers aufschließen.

Wird die Rückfrage „Wie hast Du das gemacht?“ im Klassenverband oder in Kleingruppen gestellt, ist dringend darauf zu achten, dass dies in einer vertrauensvollen Atmosphäre geschieht. Gerade in der Pubertät schämen sich Lernende extrem, wenn auffällt, dass sie einfache Grundrechenarten nicht beherrschen. Auslachen und Vorführung würden dazu führen, noch mehr Taktiken zur Verschleierung und zur Vermeidung des Problems zu entwickeln. Es geht darum, den Bann „trotz Anstrengung erfolglos zu sein“ (Schäfer/Bikner-Ahsbahs 2009, S. 203) und die Erfahrung „eine weitere Anstrengung lohnt sich nicht“ zu durchbrechen, damit sich das Problem nicht bis ins Erwachsenenalter fortsetzt.

3. Analyse der Aufgabenlösungen

a) Analyse der Lösung 45 + 27 = 18

$$\begin{array}{r} 45 \\ \underline{+\,27} \\ 72 \end{array}$$

Abb. 1: schriftliche Addition

Hier wird versucht, schriftlich im Kopf zu rechnen. Die Zahlen werden nicht als Zahlen im kardinalen Sinn betrachtet, sondern als einzelne Ziffern. Bei der korrekten schriftlichen Rechnung wird wie folgt (siehe Abb. 1) vorgegangen: Gesprochen wird dazu: „7 plus 5 ist 12, zwei hinschreiben, einen im Sinn.“ Dann: „1 plus 2 plus 4 ergibt 7.“

Rechenunsichere Lernende orientieren sich gerne an schriftlichen Rechenverfahren, weil sie schon immer Probleme mit dem Kopfrechnen hatten und schriftliche Verfahren als eine große Entlastung empfunden haben. Diese Sicherheit steht allerdings auf wackligen Füßen. Das auswendig gelernte Rechenverfahren wird nur bruchstückweise memoriert. In diesem Beispiel wusste die Person nicht mehr, was mit dem Zehnerübergang von 7 + 5 geschehen musste. Das Ergebnis von 7 + 5 wurde gemeinsam mit den Zehnern 4 + 2, die an dieser Stelle als Einer betrachtet werden, zusammengerechnet. Offenbar haben diese Lerner ein Problem, sich Zahlen auch als Mengen vorzustellen, da ihnen das Ergebnis 18 keineswegs seltsam erscheint. Im vorliegenden Beispiel war die im Kopf durchgeführte schriftliche Rechnung wegen des Zehnerübergangs eine Überforderung. Bei Rechnungen ohne Zehnerübergang kommt es kaum vor, dass die Einer mit den Zehnern zusammen addiert werden. Dort wird in der Regel Z + Z und E + E gerechnet (z. B. 45 + 23: 4 + 2 = 6; 5 + 3 = 8, Endergebnis: 68 und nicht etwa 6 + 8 = 14). Dass mit 4 + 2 eigentlich 40 + 20 gemeint ist, wird erst in der Darstellung des zweistelligen Ergebnisses 72 deutlich. Zahlreichen Lernenden ist aber tatsächlich nicht klar, dass

40 + 20 gemeint ist, für sie handelt es sich wirklich um 4 + 2 und das zweistellige Ergebnis erhalten sie lediglich, weil sie das schriftliche Rechenverfahren als Bild begleitend im Kopf verankern: Da zwei zweistellige Zahlen untereinander stehen, kommt ihrer Auffassung nach auch wieder eine zweistellige Zahl heraus. Insofern ist die 18 als Ergebnis für solche Lerner nicht weiter verwunderlich.

b) Analyse der Lösung 45 – 27 = 22

In Analogie zur Aufgabe a) wird hier ebenso nach dem Verfahren Z – Z und E – E gerechnet. Die Zehner werden wieder wie beim schriftlichen Rechenverfahren als Einer betrachtet und auch so gerechnet. Die Vorstellung, dass „5 – 7 nicht geht", hat sich aus der Grundschule hartnäckig gehalten. Weil die Subtraktion vermutlich nicht gut genug durchdrungen wurde, wird in Analogie zur Addition einfach die Kommutativität angenommen und damit der unbequeme rückwärtige Zehnerübergang geschickt zu umgehen versucht. Dieser Fehler geschieht im Übrigen auch beim schriftlichen Rechenverfahren. Anstatt einen Zehner der 40 zu nehmen, um 15 – 7 zu rechnen (siehe Abb. 2), wird einfach Subtrahend mit Minuend vertauscht. Erschwerend kommt hinzu, dass Z – Z und E – E funktioniert, solange es keinen rückwärtigen Zehnerübergang gibt, wie z. B. bei 45 – 23. Rechenschwache Lernende verstehen nicht, wieso es einmal funktioniert und einmal nicht und vermengen deswegen lückenhaft auswendig Gelerntes mit verdrehten Rechenregeln.

$$\begin{array}{r} {}^{3} \\ 45 \\ \underline{-\,27} \\ 18 \end{array}$$

Abb. 2: schriftliche Subtraktion

Diese Rechenweise lässt darauf schließen, dass beim schriftlichen Rechenverfahren das „Borgen" der 10 von der 40 nie richtig verstanden worden ist und nicht auf Mengenvorstellungen im Kopf zurückgegriffen werden kann.

c) Analyse der Lösung 15 ● 12 = 110

Hier wird die Addition ZE + ZE = (Z + Z) + (E + E) auf die Multiplikationsaufgabe übertragen als Z ● Z + E ● E, wobei diesmal die Zehner auch wirklich als Zehner angesehen werden. Es gibt auch hier Lernende, die 11 als Ergebnis erhalten (1 ● 1 + 5 ● 2). Einige helfen sich dadurch, indem sie die 12 15mal untereinander schreiben und dann addieren. Deswegen wird hier vermutlich wieder aus Regelbruchstücken gebastelt und sich auf das berufen, was man meint von früher zu kennen.

Gemeinsamkeiten der Aufgaben a) bis c)

In allen drei Aufgaben wird immer die Addition im Einerbereich zugrunde gelegt. Darüber hinaus ist das Stellenwertsystem nicht wirklich verstanden. Zehner, Hunderter, Tausender werden als Ziffern, nicht als Zahlenmengen angesehen. Mehrstellige Zahlen werden visuell memoriert ohne die Größe der Zahl zu erfassen. Daher bereitet das Kopfrechnen große Probleme. Es wird auf vermeintlich sicherere schriftliche Verfahren zurückgegriffen und versucht, sich diese im Kopf vorzustellen, was bei abgelenkten Lernern rasch zu einer Überforderung führt. Abgesehen von der Addition im Einerbereich sind die Operationen Subtraktion und Multiplikation in ihren Grundvorstellungen nicht durchdrungen worden.

d) Analyse der Lösung 1400 ● 30 = 42,0 im Taschenrechner

Sind Vorstellungen zu Zahlenmengen und zum Stellenwertsystem nicht richtig ausgebildet und ist der Lerner selber noch unsicher bezüglich seiner eigenen Rechenleistungen, so führt dies zu einer grundsätzlichen „blinden Gläubigkeit“ von Taschenrechnerergebnissen. In einigen Taschenrechnern wird nach drei Stellen mit einem kleinen Punkt eine mehrstellige Zahl strukturiert und ein Komma wird gesetzt, um Dezimalstellen abzutrennen. Andere Taschenrechner strukturieren nach international üblicher Handhabung mit einem Komma und setzen einen Punkt, wenn Dezimalstellen folgen. So kommt es, dass ein Taschenrechner 1400 ● 30 = 42,000 angeben kann, womit eigentlich 42.000,00 gemeint ist. Lernende, die keine Vorstellung von Stellenwerten und Mengen besitzen, sind nicht in der Lage per Überschlagsrechnung das Taschenrechnerergebnis zu überprüfen. Sie gehen automatisch von der im deutschen Unterricht vermittelten Schreibweise aus und glauben unreflektiert dem Taschenrechner das Ergebnis von 42. Dieser Fehler tritt regelmäßig auf, wenn Lernende sich kurz vor einer Prüfung den Taschenrechner von Mitlernenden ausleihen und sich nicht vorher vergewissern, in welcher Weise dieser üblicherweise die Ergebnisse angibt.

4. Fazit aus den Analysen

Die Lösungen der vier Aufgaben lassen darauf schließen, dass die Lernenden jenseits der Klasse 1 Probleme hatten, dem Mathematikunterricht zu folgen, da sie sich immer auf die Addition E + E berufen haben. Die Förderung solcher Schülerinnen und Schüler muss helfen, bei ihnen eine Vorstellung vom Stellenwertsystem zu entwickeln. Hierzu werden Grundrechenarten visualisiert, so dass zu jeder Rechenoperation auch eine bildliche Vorstellung aktiviert werden kann.

5. Förderung

Wartha/Schulz (2012, S. 63) schlagen das „Vierphasenmodell“ vor:

„1 Das Kind handelt am geeigneten Material.

Die mathematische Bedeutung der Handlung wird beschrieben. Zentral: Versprachlichen der Handlung und der mathematischen Symbole.

2 Das Kind beschreibt die Materialhandlung mit Sicht auf das Material.

Es handelt jedoch nicht mehr selbst, sondern diktiert einem Partner die Handlung und kontrolliert den Handlungsprozess durch Beobachtung.

3 Das Kind beschreibt die Materialhandlung ohne Sicht auf das Material.

Für die Beschreibung der Handlung ist es darauf angewiesen, sich den Prozess am Material vorzustellen. Die Handlung wird – für das Kind nicht sichtbar – noch konkret durchgeführt.

4 Das Kind beschreibt die Materialhandlung „nur“ in der Vorstellung.

Bei symbolisch formulierten Aufgaben wird der Handlungszusammenhang aktiviert.“

Für die Aufgabe b) 45 – 27 können z. B. die **Mehrsystemblöcke** benutzt werden. Sie setzen sich zusammen aus 1-cm^3-Holzklötzchen für Einer, Zehnerstangen für Zehner (bestehend aus 10 1-cm^3-Holzklötzchen), Hunderterplatten für Hunderter (bestehend aus 10 Zehnerstangen), Tausenderblöcken für Tausender (bestehend aus 10 Hunderterplatten). In unten stehender Tabelle werden die Zehnerstangen als „|“ und die Einer-Klötzchen als „°“ dargestellt.

Darstellung als Mehrsystemblöcke	**Handlung**
| | | | °°°°°	Ziel: 27 wegnehmen
| | °°°°°	zunächst werden 20 entfernt; es liegen noch 25 da; nun müssen noch 7 entfernt werden
| |	man nimmt erst 5 weg
| °°°°° °°°°°	ein Zehner wird entbündelt
| °°°°° °°°	zwei entfernen; das Ergebnis ist also 18

Analog dazu kann der 100er-**Rechenrahmen** (zweifarbig) – auch als Abakus bekannt – genutzt werden: Der Rechenrahmen besteht aus 10 Reihen à je 10 Kugeln, wovon 5 rot und 5 weiß sind. Nach 5 Reihen, also nach der 50, sind die Farben umgekehrt (weiß, rot), damit man die 50 sehr schnell erkennt.

Es werden 4 Zehnerreihen eingeschoben, d. h. zur anderen Seite geschoben, und dann noch eine halbe Reihe mit 5 Kugeln.

2 Zehnerreihen werden weggeschoben, es verbleiben 25. Nun nimmt man die 5 einzelnen weg, um wieder auf einen vollen Zehner zu gelangen, mit dem es sich einfacher rechnen lässt. Nun müssen noch 2 entfernt werden und man erhält ebenfalls 18.

Auch die Grundvorstellung des Ergänzens (27 + 3 = 30, dann sind es noch 15 bis zur 45, also 45 – 27 = 18) kann damit gut erschlossen werden.

Es kann sein, dass dieser Weg bereits zu schwer ist und bei zählenden Rechnern zunächst die Zehnerfreunde (z. B. 2 und 8; 6 und 4; 3 und 7; 1 und 9) eintrainiert werden müssen, um ihnen später den Zehnerübergang zu erleichtern (siehe Wartha/Schulz 2012, S. 68f.). Eine Operation wie z. B. 8 + 4 kann erst einmal bis zur 10 ausgeführt werden (8 + 2 = 10) und dann noch einmal 2 ergibt 12. Ist dies gut eintrainiert, kann darüber recht schnell auf ZE ± Z und ZE ± ZE übergegangen werden.

Das Material gibt dabei automatisch vor, eine der beiden Zahlen, die durch eine Rechenoperation verbunden sind, fest zu lassen, wie es auch bei 8 + 4 = (8 + 2) + 2 geschieht. Die 45 bleibt fest, die 27 wird zerlegt in 20, 5 und 2 oder die 27 bleibt fest und die 45 wird zerlegt in 40, 3 und 2, so dass beim Rechnen auch immer erst bis zu einer vollen Zehnerzahl gegangen wird, um beim Kopfrechnen durch klare Strukturierung Entlastung zu verschaffen.

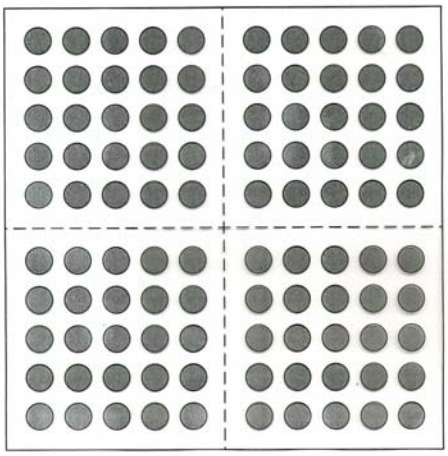


Abb. 3: Hunderterfeld

Für die Multiplikation eignen sich das Hunderter- bzw. Vierhunderterfeld (Abb. 3), die Mehrsystemblöcke und das Malkreuz, die zugleich die Multiplikation als Flächenberechnung eines Rechtecks verankern. So ist die Aufgabe 15 ● 12 als eine Tafel Schokolade zu verstehen, die 15 Stücke in einer Reihe und 12 Stücke in den dazu senkrechten Spalten enthält. Wird in Analogie zur Addition und Subtraktion eine der beiden Zahlen fest gelassen, ist rasch einsichtig, dass es 12 Reihen à 15 Schokoladenstückchen gibt. Man rechnet 15 ● (10 + 2) oder

12 ● (10 + 5). Ist dies im Kopf zu schwer zu rechnen, da auf das große Einmaleins zurückgegriffen werden muss, bietet das Vierhunderterfeld oder das **Malkreuz** (siehe Abb. 4) eine gute Strukturierungsmöglichkeit: so erhält man 100 + 50 + 20 + 10 = 180.

*	10	5	**Summe**
10	100	50	150
2	20	10	30
Summe	130	60	**180**

Abb. 4: Malkreuz für 15 ● 12

Das Malkreuz auf die Klammerschreibweise übertragen, liefert:

(10 + 5) ● (10 + 2) =
10 ● 10 + 10 ● 2 + 5 ● 10 + 5 ● 2 =
100 + 20 + 50 + 10 = 180.

Damit wird zugleich der Weg für spätere Rechnungen mit Klammern und Termen geebnet. Die Größe der Zahlen wird bei dieser Rechenform im Gegensatz zum schriftlichen Rechenverfahren, wo Ziffern und nicht Zahlen verarbeitet werden, respektiert.

6. Mögliche Ursachen für Rechenschwäche und Gegenmaßnahmen

Die Befragung von Schülerinnen und Schülern ergeben sehr unterschiedliche Gründe: Häufige Umzüge, Sprachprobleme, traumatische Erfahrungen wegen Krankheiten, Verlust vertrauter Personen oder Haustieren, ungeduldige Lehrpersonen, Mobbing durch Mitlernende, prekäre Lebensumstände oder fehlende elterliche Fürsorge usw.
Geraten Grundfeste der Lebensumwelt von Kindern ins Wanken, so können sie dem Unterricht nicht mehr folgen. Fehlvorstellungen können auch durch vermeintlich gute (fachliche) Ratschläge der Eltern (wie z. B. Z – Z, E – E) verursacht sein.

Verunsicherte Lernende manifestieren ein erhöhtes Bedürfnis nach festen Regeln und Sicherheit, insbesondere dann, wenn Schule, Eltern oder das sonstige soziale Umfeld diese nicht bieten können. Damit ließen sich mangelnde Flexibilität, das Vertrauen auf schriftliche Rechenverfahren und Taschenrechnerergebnisse sowie geringe Merkfähigkeit möglicherweise erklären. Bei der Bewältigung einer mehrschrittigen Kopfrechenaufgabe „müssen wir das, wonach wir suchen, auch im Arbeitsgedächtnis präsent haben“ (Wartha/Schulz 2012, S. 44) und zu gleich flexibel die Rechenschritte durchführen. Dies erfordert ein gewisses Maß an Flexibilität. Diese Tätigkeit wird jedoch empfindlich durch Ablenkung der Aufmerksamkeit gestört (Wartha/Schulz 2012, S. 42f.), denn das „Arbeitsgedächtnis stellt die Fähigkeit dar, Informationen für einen kurzen Zeitraum, meist nur ein paar Sekunden, im Kopf zu behalten.“ (Klingberg 2008, S. 37). Sind Kinder im

Grundschulalter (oder auch später) besonders belastet durch äußere und insbesondere emotionale Einflüsse – welchen Ursprungs auch immer –, konzentriert sich unterschwellig die Aufmerksamkeit darauf und ist der freien und flexiblen Verfügbarkeit des Arbeitsgedächtnisses abträglich. Da der Erfolg in den mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächern ganz besonders von flexiblem Denken abhängt, fällt es auch dort besonders ins Gewicht. Die versäumten Inhalte des Mathematikunterrichts können erfahrungsgemäß nicht aufgeholt werden. In den wenigsten Fällen konnte bei den sogenannten rechenschwachen Lernern, die von der Autorin betreut werden, eine wirkliche Rechenschwäche oder Dyskalkulie, geschweige denn prinzipiell mangelndes strategisches Denken, festgestellt werden. Fritz/Ricken/Balzer (2009) berichten von eindrucksvollen Versuchen mit Kleinkindern, aus denen hervorgeht, dass Kleinkinder bereits Mengenvorstellungen und Teil-Teil-Ganzes-Konzepte haben. Wenn dies im Laufe der Schulzeit verloren geht, müssen andere Faktoren als angeborene Nichtbegabung oder Dyskalkulie dafür verantwortlich sein.

Parallel zur mathematischen Förderung braucht es „eine geeignete Binnendifferenzierung mit Variation und Lehrinhalten und Lehrformen, schülergerechte Angebote mit Relevanz für Lebensbewältigung, eine zielgerichtete Führung durch eine Klassenlehrperson, die sich als Bezugsperson definiert und die Folgen von Deprivation und Benachteiligung dämpft und Gefühle des Halts und der Sicherheit vermittelt“[3] (Stamm 2009, S. 96). Die Vertrauensbasis zwischen der Lehrkraft und dem Lernenden spielt neben der fachlichen Förderung eine ganz wesentliche Rolle. Ein eindrückliches Beispiel hierfür, allerdings für sprachliche Schwächen und mathematischer Begabung, beschreibt Ayaita (2011). „Risikoübernahme und Ausbildung resilienzfördernder Eigenschaften wie Eigenverantwortung, der Aufbau eines positiven Selbstbildes und Komponenten der Selbstwirksamkeit sind nur auf der Basis einer sicheren emotionalen Unterstützung möglich“ (Stamm 2009, S. 95).

7. Praktikabilität

Natürlich kann so elementar, wie oben beschrieben, nicht in der Unterstufe im verkürzten gymnasialen Bildungsgang vorgegangen werden. In Anbetracht der Tatsache, dass vermehrt Kinder mit derartigen Problemen in weiterführenden Schulen nachrücken, kann das Problem in der Sekundarstufe I lang- und mittelfristig nicht ignoriert werden. Es ist für Lehrende und Lernende sehr kräftezehrend, immerzu auf etwas aufbauen zu müssen, was nicht vorhanden ist, wenn zugleich Vergleichsarbeiten und Lehrpläne eingehalten werden müssen.

3 Mit **Deprivation** werden Zustände der Entbehrung, des Entzuges, des Verlustes oder der Isolation beschrieben.

Ein allererster praktischer Schritt ist, Verständnis zu zeigen. Weitere Hilfen zur Selbsthilfe bereitzustellen sowie mit Lernenden und Eltern gemeinsam zu besprechen, was daheim getan werden kann, um die Mathematik nacharbeiten. Wartha/Schulz (2012) und Katzenbach (2011) beschreiben sehr detailliert mögliche Wege dahin.

Um zu erfahren, welche Rechenvorstellungen bei den eigenen Schülerinnen und Schülern vorhanden sind, kann es – auch in einer Klasse 7 oder 8 – interessant sein, die Aufgabe 45 - 27 im Kopf lösen und alle Vorschläge an die Tafel schreiben zu lassen. Anschließend kann diskutiert werden, welches sinnvolle und tragfähige sowie welches nicht allgemeingültige Rechenwege sind. Ähnlich kann man mit vielen anderen Inhalten verfahren. Dabei erhält jeder Lernende seine Anerkennung und öffnet sich unter Umständen angeregt durch die Vielfalt der gezeigten Lösungswege für andere, ggf. einfachere Strategien. Solche nur wenige Minuten dauernde Einschübe fördern das gegenseitige Vertrauen. Dies wiederum ist notwendig um eine Basis für eine fehlerfreundliche Lernatmosphäre zu schaffen, in der auch vermeintlich „dumme“ Fragen gestellt werden dürfen. Aus solchen Fragen ergeben sich Anhaltspunkte, um eine Idee über fossilierte Fehlvorstellungen[4] bei ihren Schülerinnen und Schülern zu erhalten und dagegen wirken zu können. Insbesondere in der Vor- und Hauptpubertät ist es Lernenden sehr peinlich, Schwächen aus der Grundschule offenkundig werden zu lassen. Sie sind daher sehr dankbar, wenn ihnen durch ehrliche Fragen Angst genommen werden kann und danken es mit höherer Motivation. Folglich ist es nicht mehr nötig für sie, Vermeidungsstrategien zu nutzen, um sich vorübergehend vor weiteren „Inkompetenzerfahrungen“ (Schäfer/Bikner-Ahsbahs 2009, S. 203) zu schützen.

Äußere Differenzierung in Form einer Veränderung der Stundenrhythmisierung ist ein nachhaltiger Schritt, um Raum und Zeit für individuelle Förderung im Schulalltag zu schaffen. Die Offene Schule Waldau in Kassel hat dafür das Fach „Freies Lernen“, die Carl-Schomburg-Schule in Kassel jüngst das Fach „PerLe (Persönliches Lernen)“ eingerichtet, das täglich eine Stunde Raum für die Aufarbeitung von Themen bietet. Viele andere Schulen, insbesondere die preisdotierten, haben Zeitfenster für individuelle Förderung eingerichtet.

Hans kann also sehr wohl noch lernen, was Hänschen nicht gelernt hat! Sofern er professionelle Hilfe bekommt, ernst genommen wird und die logistischen Voraussetzungen dafür existieren. Er kann sogar Freude daran haben, wenn er sich dabei nicht schämen muss.

4 Fehlvorstellungen werden problematisch, wenn sie sich hartnäckig über lange Zeit festsetzen und nicht mehr veränderbar scheinen (**fossilierte Fehlvorstellungen**).

8. Literatur

Ayaita, Doris (2011): Individuell fördern im interkulturellen Klassenraum. In: Niehoff, Mirko/Üstün, Emine (Hrsg.): Das globalisierte Klassenzimmer, Prolog: Immenhausen, 125-141.

Bohnsack, Fritz (2008): Schule – Verlust oder Stärkung der Person? Klinkhardt: Bad Heilbrunn.

Fritz, Annemarie / Ricken, Gabi / Balzer, Lars (2009): Warum fällt manchen Kindern das Rechnen schwer? Entwicklung arithmetischer Kompetenzen im Vor- und frühen Grundschulalter. In: Fritz, Annemarie/Schmidt, Siegbert (Hrsg.): Fördernder Mathematikunterricht in der Sek I, Beltz: Weinheim/Basel, 12-28.

Katzenbach, Michael (2011): Vom Interview zur Förderung – Beispielmaterialien aus dem neuseeländischen Numeracy Project. In: Mathematik 5 bis 10, 17 (4), 12-15.

Klingberg, Torkel (2008): Multitasking, C. H. Beck: München.

Schäfer, Ingolf / Bikner-Ahsbahs, Angelika (2009): „Schwache Schüler“ motivationsorientiert fördern. In: Fritz, Annemarie/Schmidt, Siegbert (Hrsg.): Fördernder Mathematikunterricht in der Sek I, Rechenschwierigkeiten erkennen und überwinden, Beltz: Weinheim/Basel, 201-212.

Stamm, Margrit (2009): Begabte Minoritäten, VS: Wiesbaden, 1. Aufl.

Wartha, Sebastian / Schulz, Axel (2012): Rechenproblemen vorbeugen, Cornelsen: Berlin.

Doris Ayaita

Lehrerin an der Carl-Schomburg-Schule Kassel (Kooperative Gesamtschule) für die Fächer Mathematik und Französisch

Mitarbeiterin im Projektbüro Individuelle Förderung Nordhessen (Zuständigkeitsbereich: Mathematikförderung und soziokulturelle Diversität)

Autorin von Fachartikeln und Fortbildnerin zu den Bereichen: Unterrichten im interkulturellen Klassenzimmer, soziokulturelle Diversität, Individuelle Förderung, freie Unterrichtsformen, Sprache und Mathematik

Mitglied der DgfE-Kommission „Humanistische Pädagogik und Psychologie“

Kontakt:
projektbuero-individuelle-foerderung@gmx.de

Zum **Projektbüro Individuelle Förderung Nordhessen** siehe:

http://schulamt-kassel.lsa.hessen.de/irj/SSA_Kassel_Internet?cid=4ecd152e3946db33ffc126e65b566ab6

oder

http://afl.lakk.bildung.hessen.de/fortbildung/afl_dez4/hkmpifn/index.html

Barbara Krauth

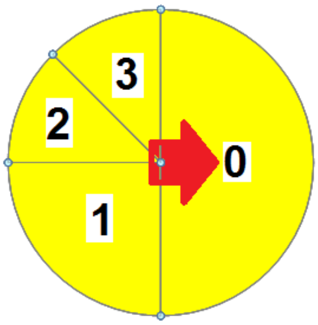
Wieso begreifen meine Schülerinnen und Schüler das nicht? – Wo liegt eigentlich das Problem?

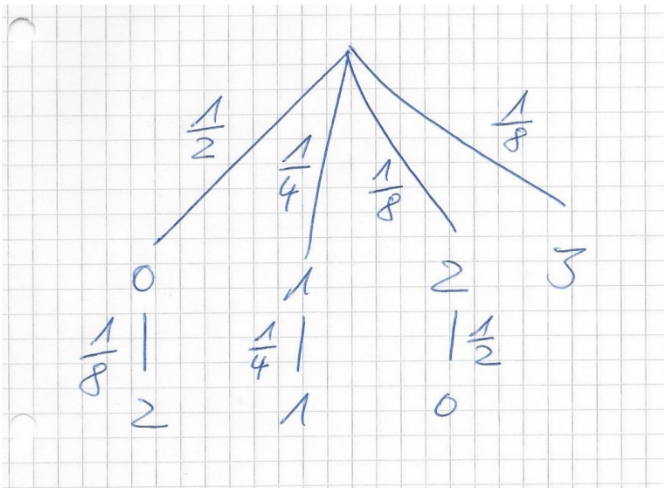
Manuela, eine äußerst fleißige Schülerin, ist wenige Wochen vor dem Abitur geradezu am Verzweifeln: „Frau Krauth, ich verstehe das nicht! Diese Stochastik, können Sie mir bitte nochmal helfen?“

Ein Blick auf das Problem bringt „Erstaunliches“ zutage: Im konkreten Fall geht es um den Lösungsweg zur Erstellung einer Wahrscheinlichkeitsverteilung bei einem zweistufigen Zufallsexperiment. Eine andere Schülerin hatte zwei Wochen zuvor ihren Lösungsweg dazu ausführlich an der Tafel vorgestellt. Dabei hat sie die Wahrscheinlichkeit für „die Summe 2“ anhand eines Baumdiagramms mithilfe des Terms $\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}+2\cdot\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{16}$ berechnet. Manuela in voller Verzweiflung: „Das kann doch nicht sein! Wir müssen doch die Wahrscheinlichkeiten von den zwei Pfaden addieren, also $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8}+\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{2}$. Wo kommt da bei Sandra nur diese 2 her?“

Die Aufgabe:

Das abgebildete Glücksrad wird zweimal gedreht, die Summe der Zahlen wird protokolliert. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung.





Richtige Ergebnisse – alles gut! Alles gut?

Ein Blick in meine 5. Klasse: Alle Kinder dieser Klasse sind für das Gymnasium empfohlen. Bis auf drei Kinder hatten alle in Mathematik die Note 2. Feline, Sebastian und Jakob gehen alle in diese Klasse und sind das, was man so allgemeinhin als „mittelprächtige Schüler“ bezeichnet. „Man“ geht davon aus, dass sie es schon packen werden. Während Jakob sehr daran interessiert ist, dem Unterricht folgen zu können, haben Feline und Sebastian einige Schwierigkeiten mit der Umstellung von der Grundschule. Dies insbesondere deshalb, weil ich darauf bestehe, dass Lösungsstrategien aufgeschrieben, sowie Rechnungen teilweise veranschaulicht werden müssen und ich häufig Übungen mache, in denen schriftliches Rechnen „verboten“ ist. Schülerlösungen aus dem Unterricht nehme ich häufig mit nach Hause, um sie zu sichten und mit kurzen Kommentaren zu versehen (siehe Kasten 1). Bewusst habe ich hier Beispiele ausgesucht, bei denen alles in Ordnung zu sein scheint.

Bei Jakob und Sebastian fällt auf, dass sie das multiplikative Denken noch nicht wirklich verinnerlicht haben: Jakobs‘ Darstellung kann man gut entnehmen, dass er alle Kästchen im Rechteck einzeln gezählt hat, obwohl er deren Anzahl viel schneller durch Multiplizieren hätte bestimmen können. Die sieben gefärbten Felder hat er sogar noch einmal extra abgezählt. Und das, obwohl er in seiner Begründung zeigt, dass er prinzipiell (zumindest im kleinen 1x1) multiplizieren und dividieren kann. Aufgrund meiner Anmerkungen kommen beide zu mir und fragen, wie sie es denn anders hätten machen „sollen“. Die Lösung ist doch richtig. Oder?

Und wie ist das bei Feline? Sie hat doch eine richtige schriftliche Rechnung abgeliefert!

Was haben meine Beobachtungen bei Manuela, Feline, Sebastian und Jakob miteinander zu tun? Wenn ich solche Beobachtungen mit meinen Mathematik-Kolleginnen und –kollegen kommuniziere, stoße ich im Wesentlichen auf zwei typische Reaktionen. Die einen meinen: Ja, ihre Schülerinnen und Schüler schrieben auch immer solch ellenlange Additionen anstatt zu multiplizieren, obwohl sie es ihnen doch immer wieder sagten. Und Manuela, die habe halt auch mal wieder „auf dem Schlauch gestanden.“ Die anderen fragen, ob es denn nicht egal sei, wie Jakob und Sebastian zum Ziel kommen, solange es richtig ist. Und im Übrigen: Feline kann doch prima schriftlich rechnen, da ist doch alles in Ordnung, oder?

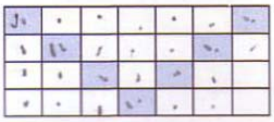
Ich muss gestehen, vor noch nicht allzu langer Zeit hätte ich ähnlich argumentiert.

Kasten 1: Exemplarische Schülerlösungen

Feline:

$20 \cdot 500$
100
00
00
10000

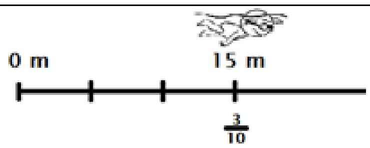
Jakob:

Aussage		Sorgfältige Begründung
. . .		
 Hier wurden $\frac{4}{7}$ der Figur gefärbt.	☐ wahr ☒ falsch	Es sind insgesamt 28 Kästchen und $28:7=4$ $4 \cdot 4=16$ aber es sind nur 7 gefärbt.

* musst du die Felder alle einzeln zählen?

Sebastian:

Aufgabe: Bearbeite die fehlenden Felder **in deinem Heft.**

	Geschichte mit Frage	Bild	Rechnung mit Antwort
b			

Supermann ist 15m getaucht, das war $\frac{3}{10}$. Wie viel muss er noch?

$5+5+5=15$
$5+5+5+5+5+5+5=35$
Er muss noch 35m tauchen.

* Könntest du das noch mit einer anderen Rechnung darstellen?

Lernentwicklungsprozesse verstehen

Seit einigen Jahren beschäftige ich mich mit dem in Neuseeland entwickelten und seit etlichen Jahren auf breiter Basis erprobten Diagnostischen Interview (weitere Informationen zum neuseeländischen Projekt unter: **www.nzmaths.co.nz**), dessen fachdidaktische Grundlage ein neunstufiges Lernentwicklungsmodell ist. Es ist stufenübergreifende, beginnend mit dem Zahlerwerb (Niveau 0) und reicht bis multiplikativem und proportionalem Denken (Niveau 8). „In Studien zeigte sich, dass die Niveaus in dieser Reihenfolge Stationen auf den Lernentwicklungswegen der meisten Schülerinnen und Schüler beschreiben. In den ersten Niveaus gibt es viele Übereinstimmungen mit hier bekannten Modellen für den Anfangsunterricht.“ (Katzenbach/Bicker/Knobel/Krauth/Leufer 2014, S. 87) (siehe Kasten 2).

Die zentrale Feststellung dazu ist, dass Lernschritte (also Niveaustufen) in der Regel nicht übersprungen werden können, ohne dass im weiteren Mathematikverständnis größere Schwierigkeiten auftauchen.

Kasten 2: Auszug aus dem Lernentwicklungsmodell Multiplikation und Division

Anmerkung: Die Lernenden formulieren die in den Beispielen gezeigten Strategien mündlich, nicht in der hier dargestellten abstrakten Form! Die Formulierungen sind angelehnt an Numeracy Professional Development Projects 2008.

Niveaustufen / Übergänge	**Erläuterung der genutzten Strategien**	**Beispiele**
4	Lösen Multiplikationsaufgaben über rhythmisches Zählen in gleich großen Teilabschnitten	$4 \cdot 5$: 5; 10; 15; 20
5	Benutzen Kenntnisse über „einfache“ Grundaufgaben wie Verdoppelungen, „Kraft der 5“, „Nachbaraufgaben“.	$6 \cdot 4$: $4 + 4 = 8$; $8 + 4 = 12$; $12 + 12 = 24$ $5 \cdot 8 = 2 \cdot (2 \cdot 8) + 8$ oder $5 \cdot 8 = 5 \cdot 5 + 3 \cdot 5$ oder …
6	Lösen von Aufgaben wie $6 \cdot 24$ oder $72 : 4$ jeweils anhand **einer** geeigneten Zerlegungsstrategie.	z. B.: $6 \cdot 24 = 6 \cdot 20 + 6 \cdot 4$ oder $6 \cdot 24 = 2 \cdot (3 \cdot 24)$
7	Flexibler Umgang mit Zerlegungsstrategien, Erweiterung auf andere Zahlbereiche	

Die ins deutsche übersetzte Version habe ich in meiner 5. Klasse eingesetzt und alle Kinder befragt. Die Lernenden müssen dabei alle gestellten Aufgaben im Kopf bewältigen, sie können allenfalls auf Materialien wie z. B. Steckwürfel oder einen 100er-Rechenrahmen zurückgreifen, um ihre Ideen zu veranschaulichen. Und immer ist die Frage: **Wie bist du zu deinem Ergebnis gekommen?** In erster Linie geht es bei dem Interview darum, zu erfahren welchen Weg die Schülerin beziehungsweise der Schüler zu dem Ergebnis genommen hat. **Von nachgeordnetem Interesse ist das Ergebnis.** Dabei habe ich festgestellt, dass ein erheblicher Anteil der Kinder in meiner Klasse – für das Gymnasium empfohlen – auch im Bereich der Addition und Subtraktion noch nicht über gefestigte Zerlegungsprinzipien verfügt. Im Bereich der Multiplikation und Division ist dieser Anteil noch größer.

Lernentwicklungsstände erfragen und beobachten

Kinder, die auf das schriftliche Rechnen angewiesen sind, haben häufig keine Zerlegungsprinzipien zur Hand, die schriftlichen Rechenarten lassen sich alle zählend bewältigen (erst bei der Division durch mehrstellige Zahlen wird das schwierig). Auch einzelne Kinder, die anscheinend das kleine Einmaleins beherrschen, zeigen bei näherer Befragung, dass sie dieses wie ein auswendig gelerntes Gedicht aufsagen müssen, um zum gewünschten Resultat zu kommen.

Im Interview mit Feline bestätigt sich, was ich aufgrund der im Heft gefundenen schriftlichen Rechnung vermute. Schon bei den Fragen bezüglich der Addition widerstrebt es ihr, dass sie nur im Kopf rechnen soll und die Rechnung nicht aufschreiben darf. Mehrfach äußert sie sinngemäß, dass in der Grundschule „nie auf Rechenwege geachtet“ wurde. Viele Rechnungen zu den im Interview gestellten Aufgaben stellt sie sich „untereinandergeschrieben“ vor. Bezüglich der Multiplikation ist es ihr beispielsweise nicht möglich, aus der Aufgabe 5 · 8 = 40 das Ergebnis zu 5 · 16 abzuleiten. Und wenn man weiß, dass 3 · 20 = 60 ist (auch hier rechnet sie rein schematisch), dann glaubt sie, dass 3 · 18 durchaus 74 sein könnte. In der weiteren Unterrichtsarbeit sollte Feline Gelegenheit erhalten, grundlegendes Verständnis aufzubauen.

Sebastian zeigt im Interview im Bereich der Addition bereits etwas Flexibilität, beim Multiplizieren fängt er allerdings bei der Aufgabe 5 · 8 an zu zählen, was ich an seinem Kopfnicken erkenne.

Jakob ist im Bereich der Addition und Subtraktion in Bezug auf mögliche Rechenvorteile überhaupt nicht flexibel. So rechnet er beispielsweise die Aufgabe 394 + 79 „stur“ mithilfe von Stellenwerten (300 + 90 + 70 + 4 + 9). Auf meine Frage nach möglichen Alternativen sagt er, dass er in der Grundschule nur „so“ rechnen durfte. Für die Aufgabe 5 · 8 braucht er sehr lange und findet nach reiflicher Überlegung die Zerlegung in $5 \cdot 5 + 3 \cdot 5$, während er sich das Ergebnis von $3 \cdot 18$ nicht aus dem Ergebnis von $3 \cdot 20$ ableiten kann. Nach den Kriterien des Lernentwicklungsmodells (Kasten 2) stufe ich ihn deshalb im Bereich des Multiplizierens und Dividierens auf Niveaustufe 5 ein.

Die Realität: Lernentwicklungsstationen werden häufig übersprungen

Wenn man all diese Tatsachen bei näherem Licht betrachtet, wird klar, warum Schülerinnen und Schüler in späteren Jahrgängen größere Schwierigkeiten im Mathematiklernen haben. Wenn schon bei den Grundschülerinnen und Grundschülern übersehen wird, dass sie noch keine adäquaten Fertigkeiten entwickelt haben, dann wird dies erst Recht in den weiterführenden Schulen übersehen. Ursachen gibt es hierfür viele. Meines Erachtens sind es nicht so sehr die engagierten Kolleginnen der Grundschule, sondern viel mehr „Elemente des Systems". Beispielsweise eine „mangelhafte" Ausbildung in Bezug auf die Fragen: „Wie lernen Kinder eigentlich rechnen?" oder „Woran erkenne ich als Lehrkraft, wo ein Kind jetzt gerade steht und welches ein hilfreicher nächster Schritt wäre?". Dies wäre allerdings ein ganz anderer Artikel.

Schaut man sich die offiziellen Forderung in den Lehrplänen nach Erarbeitung von Rechengesetzen in Jahrgangsstufe 5/6 sowie typische Aufgabenstellungen in Schulbüchern an, so wird schnell klar, dass Kinder, die beispielsweise auf Niveaustufe 4 oder auch 5 stehen, solche Anforderungen oft nur durch „Unverstandenes Auswendiglernen" bewältigen können, weil wesentliche Stationen auf dem Lernentwicklungsweg übersprungen werden. Die Ergebnisse aus dem Interview machen klar, warum ohne weitere Intervention und Lernangebote auf den entsprechenden Niveaustufen Schülerinnen und Schüler wie Feline, Sebastian und Jakob mit großer Wahrscheinlichkeit mit ähnlichen Schwierigkeiten in höheren Klassenstufen wie Manuela kämpfen müssen. Und in der Oberstufe ist das kein Einzelfall, sondern eher das – von vielen Kolleginnen und Kollegen tolerierte – Übliche.

Gerster (2007, S. 12) stellt fest: „Wenn Kinder in mittleren Schuljahren Fakten immer noch nicht auswendig wissen, verzichten sie ganz auf Merkversuche und verlassen sich voll auf prozedurale Nutzung von Zählhilfen, vor allem der Finger." In diesem Zusammenhang merkt er (Gerster 2007, S. 13) an: „Zählmethoden (die auf den unteren Niveaustufen unabdingbar sind, Anmerkung der Verfasserin) als einzige Lösungsstrategie über das erste Schuljahr hinaus zu tolerieren, ist unterlassene Hilfeleistung und bewirkt, dass sich Unterschiede zwischen schwachen und befähigten Schülern ständig vergrößern." Das gleiche, das Gerster für den Bereich der Addition und Subtraktion fordert, gilt für die Multiplikation entsprechend zeitversetzt.

Somit ist klar, dass Schülerinnen und Schüler, die über einen langen Zeitraum Zählstrategien verwendet haben, (oft sogar „sehr erfolgreich“, wie die Beispiele von Sebastian und Jakob zeigen) nur noch sehr schwer dazu zu bewegen sind, alternative und damit weiterführende Strategien zu erlernen. Das ist für solche Schülerinnen und Schüler eine sehr anstrengende Tätigkeit – weit anstrengender als das eingeübte Zählen – und führt oft zu Widerständen.

Was helfen könnte

Wir können nun lamentieren über die „Zustände“, über „das System“ oder auch „die Kollegen“. All dies hilft den Schülerinnen und Schülern wenig. Ein erster Schritt ist, überhaupt zu verstehen, warum Schülerinnen und Schüler bestimmte Dinge nicht lernen (können). Ganz oft liegt es eben nicht am mangelnden Fleiß oder der Motivation. Die von den Lernenden gemachten Fehler entspringen heftigstem Nachdenken und sind in der Regel nicht „zufällig“. Mehr Üben ist also für viele Schüler – wenn auch nicht für alle – meist nicht der passende Ratschlag.

Ein zweiter hilfreicher Schritt ist, frühzeitig danach zu fragen und sich zeigen zu lassen, wie die Schülerinnen und Schüler zu ihrem Ergebnis gekommen sind, um sich Lernentwicklungsschritte bewusst zu machen. Bei Manuela hilft realistischer Weise nur noch: „Augen zu und durch.“

Des Weiteren lässt sich das „Vierphasenmodells“ nach Wartha, wie es im Artikel von Doris Ayaita (siehe Seite 23) beschrieben wird, auch im Klassenverband (weitgehend als Partnerübung) gut nutzen, um Grundvorstellungen zu den Grundrechenarten aufzubauen.

Praktisch immer einsetzbar, wenn es um Rechenstrategien geht, sind Aufgabenformate, durch die Lernende angeregt werden, über authentische Schülerlösungen aus der Klasse nachzudenken. Damit lassen sich die in einem heterogenen Klassenverband immer vorhandenen „vorteilhaften“ Ideen weiter verbreiten (siehe Kasten 3).

Wichtig ist dabei, dass die Arbeitsaufträge auf möglichst unterschiedlichen Niveaustufen bearbeitet werden können, damit möglichst alle Schülerinnen und Schüler der Klasse die Chance haben, etwas Neues zu lernen und dass die Lernenden je nach ihrem Könnensstand mit oder ohne Material arbeiten dürfen. Für diejenigen Kinder, die zunächst mit Material arbeiten, greift auch hier das bei Doris Ayaita beschriebene Modell der Handlungsorientierung nach Wartha. Mein Eindruck ist, dass ich mit solchen authentischen Aufgabenformaten aus der Klasse auf deutlich mehr Akzeptanz bei den Lernenden stoße, als wenn ich solche „Forderungen“ nach Reflexion zu Aufgaben aus dem Buch stelle.

Kasten 3: Beispiele für einen Arbeitsauftrag zu verschiedenen Lösungsstrategien

Du siehst hier, wie einige Kinder aus der Klasse 5b die rechts stehende Interview-Aufgabe gelöst haben.

Clara

$3 \cdot 24 = 72$

$72 \cdot 2 = 144$

Jenny

12 ist die Hälfte von 24. Dann bräuchte ich mehr Körbe, also 12 Körbe,

$12 \cdot 12 = 144$.

Peter

$24 \cdot 6$, also $24 \cdot 2 = 48$

$48 \cdot 2 = 96$

$96 + 48 = 144$

Ömer

25 pro Korb,

$25 \cdot 6 = 150$,

$150 – 6 = 144$

Lars

$24 \cdot 6$, also
$24 \cdot 10 = 240$,

dann ist $24 \cdot 5 = 120$

$120 + 24 = 144$

Pia

$6 \cdot 20 = 120$

$6 \cdot 4 = 24$

$120 + 24 = 144$

Arbeitsauftrag

a) Wie hättest du die Aufgabe gelöst?

b) Erklärt euch gegenseitig möglichst viele der von den Kindern benutzten Strategien. Welche versteht ihr gut? Welche sind neu für euch?
Zeigt sie euch auch mithilfe der Punktefelder.

c) Suche dir eine Strategie aus, die für dich neu ist, die du aber gut verstanden hast. Rechne einige der folgenden Aufgaben mit dieser Strategie. Überlege, warum die ausgewählte Strategie besonders gut zu den von dir ausgewählten Aufgaben passt. Du kannst, mit den Punktefeldern arbeiten oder deinem Nachbarn erklären, wie er mit dem Punktefeld arbeiten müsste, um die Aufgabe zu lösen.

(I) $8 \cdot 15$ (II) $5 \cdot 18$ (III) $11 \cdot 17$ (IV) $19 \cdot 13$

(V) $22 \cdot 9$ (VI) $15 \cdot 18$ (VII) $13 \cdot 7$ (VIII) $6 \cdot 28$

d) Verfahre ebenso mit einer weiteren Strategie.

e) Schreibe einen Brief an eine Freundin oder einen Freund, der heute leider in der Schule gefehlt hat. Beschreibe für sie oder ihn eine besonders tolle Strategie zum Multiplizieren, die du heute neu gelernt hast. Erkläre ihr oder ihm an einigen Beispielen, wie sie funktioniert!

Literatur

Gerster, Hans-Dieter (2007): Wissenswertes zum Thema Rechenschwäche/Dyskalkulie. Verfügbar unter: http://www.zahlbegriff.de/PDF/Gerster.pdf (27.03.2014)

Katzenbach, Michael / Bicker, Ursula / Knobel, Hans / Krauth, Barbara / Leufer, Nikola (2014): „Wie hast Du das gerechnet?“ Erste Erfahrungen mit einem neuseeländischen Diagnoseverfahren. In: Friedrich – Jahresheft XXXII 2014: Fördern, S. 86-90.

[Siehe auch: http://mediathek.bildung.hessen.de/material/themen/dia_foe/mathematik/index.html]

Numeracy Professional Development Projects 2008, Book 6, Teaching Multiplication and Division, Revised Edition 2007 Published by the Ministry of Education, Wellington, New Zealand. Verfügbar unter: http://nzmaths.co.nz/sites/default/files/Numeracy/2008numPDFs/NumBk6.pdf (28.03.2014).

Barbara Krauth
Lehrerin für Mathematik am Gymnasium
Mitarbeiterin des Projekts " Kompetenzorientiert unterrichten in Mathematik und Naturwissenschaften" (bezüglich des Konzeptes Mathematik und als Fortbildnerin)
Mitarbeiterin an der Didaktischen Werkstatt Frankfurt (Arbeitsstelle für Diversität und Unterrichtsentwicklung)
Mitarbeit im bundesweiten Projekt "Transfer von Konzepten und Materialien aus dem neuseeländischen Numeracy Professional Development Project"
Schulbuchautorin

Kontakt:
barbara.krauth@gmx.de

Ursula Bicker, Judith Hafner

Der „Zahlenjongleur" – ein Förderkonzept für rechenschwache Schülerinnen und Schüler in der Orientierungsstufe

Am Alfred-Grosser-Schulzentrum in Bad Bergzabern sind alle Schularten in einer gemeinsamen neunzügigen Orientierungsstufe (Jahrgangsstufe 5 und 6) unter einem Dach vereint. Im Schuljahr 2013/14 wird dort erstmals der Förderkurs *Zahlenjongleur* durchgeführt, der von zwei Kolleginnen geleitet wird. Um ein positives Selbstbild der teilnehmenden Schülerinnen und Schüler aufzubauen, wird in der Schulgemeinschaft statt der negativ besetzten Begriffe „Förderkurs" oder „Förderunterricht" von einem Training beziehungsweise Trainingsstunden gesprochen. Pro betreuender Lehrkraft („Trainerin") können ca. 12 Schülerinnen und Schüler aufgenommen werden. Durch individuelle Förderung erwerben Lernende fehlende zentrale Grundvorstellungen aus der Grundschule. Ohne das Schließen dieser Lücken ist ein systematischer Wissensaufbau nicht möglich.

Der Förderkurs basiert auf dem Konzept und den Materialien des neuseeländischen *Numeracy Professional Development Project. Numeracy* umfasst ein neunstufiges Lernentwicklungsmodell und ein darauf aufbauendes diagnostisches Interview sowie passende Fördermaterialien.

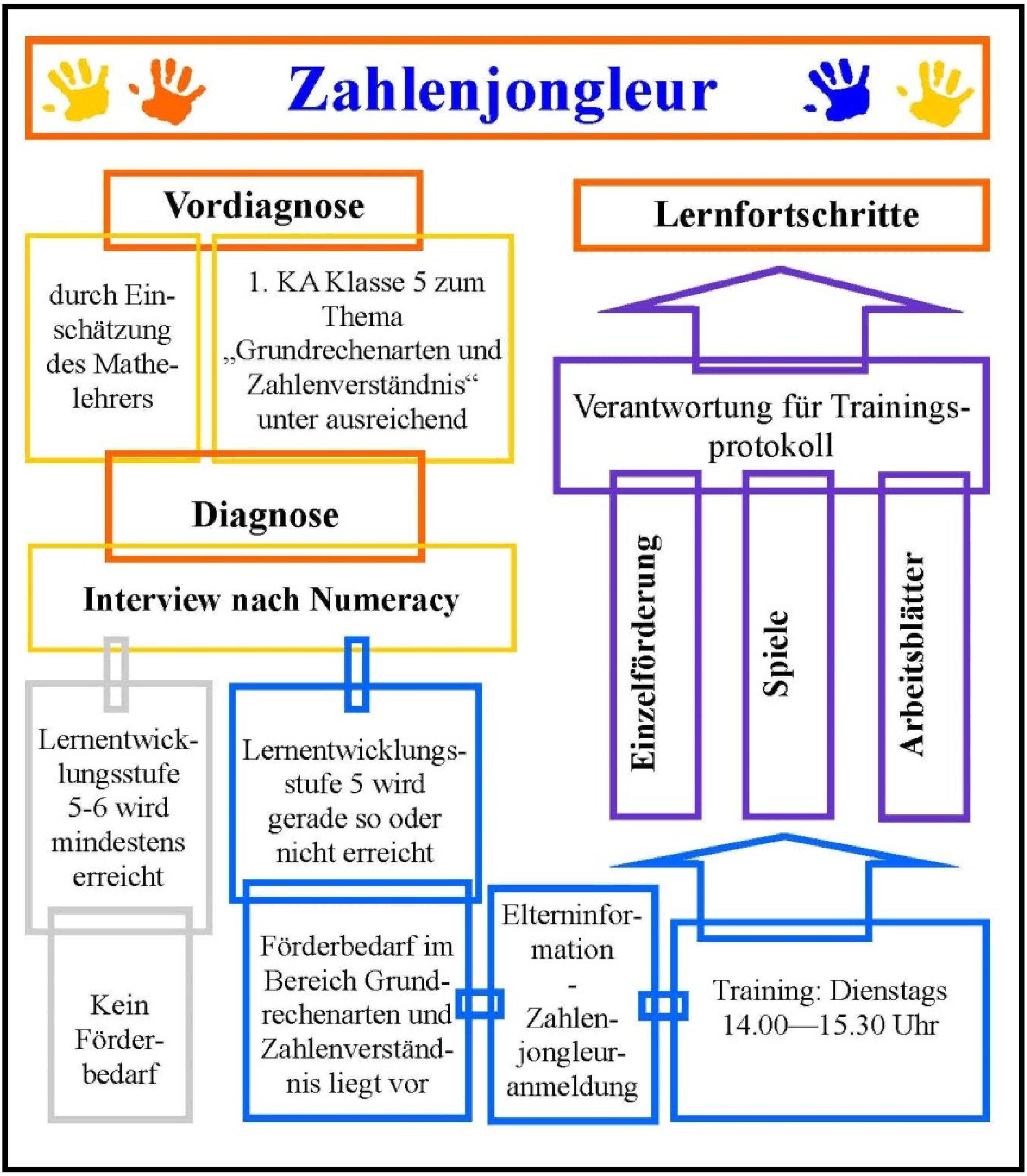
1. Das Konzept des Zahlenjongleurs

Das erste diagnostische Element des Förderkonzepts *Zahlenjongleur* (Abb. 1) ist eine gemeinsame Parallelarbeit aller 5. Klassen zu den Themen Grundrechenarten und Zahlenaufbau im Stellenwertsystem. Mit der Klassenarbeit werden allgemeine Verständnisse bezüglich des Zahlenraums sowie dem Umgang mit den Grundrechenarten (+ ; –) überprüft. Neben traditionellen Aufgaben zu diesem Themengebiet gibt es eine Aufgabe mit diagnostischem Potential, bei der die Schülerinnen und Schüler ihre Rechenwege erläutern müssen, z. B.:

> „Die Aufgabe lautet 36 + 18. Beschreibe, wie du diese Aufgabe im Kopf rechnest, und nenne das Ergebnis."
>
> „Rechne 53 – 16 im Kopf. Beschreibe, wie du die Aufgabe im Kopf gerechnet hast und nenne das Ergebnis."

Die Lernenden, die in dieser Arbeit schlechter als ausreichend abschneiden oder im Vorfeld schon von den einzelnen Mathematiklehrkräften als auffällig gemeldet wurden, werden von den beiden Trainerinnen mit dem diagnostischen Interview von Numeracy (siehe Katzenbach et al., 2014) interviewt. Je nach Interviewergebnis werden sie als förderbedürftig oder nicht förderbedürftig eingestuft.

Abb. 1: Struktur des Trainingskonzepts „Zahlenjongleur“



Das diagnostische Interview startet zunächst mit einfachen, dann in der Schwierigkeit aufsteigenden Fragen zu Strategien beim Zählen und bei der Addition und Subtraktion. Die anschließenden Aufgaben überprüfen auf mehreren Stufen zunächst das Grundverständnis von Multiplikation/Division, dann mehrfache Strategien zur Lösung von Rechen- und Sachaufgaben. Ein Interviewleitfaden enthält Abbruchkriterien und Hinweise zur Einstufung im Lernentwicklungsmodell. Das Interview wird an der

Leistungsgrenze abgebrochen, um Misserfolgserlebnisse der Lernenden zu vermeiden.

Bei den Schülerinnen und Schülern mit Förderbedarf wird vom Förderteam Kontakt mit den Eltern aufgenommen und in einem Gespräch (Schüler, Eltern, Trainerin) das Konzept *Zahlenjongleur* vorgestellt. Ziel dieses Gespräches ist Transparenz bei allen Beteiligten herzustellen. Insbesondere sollen die Eltern erkennen, dass ihre Hilfe und Unterstützung zu Hause wichtig ist, damit sie ihre Kinder zum selbständigen oder gemeinsamen Trainieren ermutigen und ihr Engagement wahrnehmen. Durch diese sichtbare Wertschätzung werden die Kinder zum Durchhalten motiviert.

Eltern äußern häufiger Bedenken wegen der Verpflichtung zum häuslichen Üben, da sie hier eine Beaufsichtigung beim Lösen von Übungsblättern und damit einen zeitlichen Mehraufwand erwarten. Erwartet wird von den Eltern, dass sie mit ihrem Kind täglich mindestens 20 Minuten spielend üben, die häuslichen Tätigkeiten in einem Protokollbogen (Abb. 3) festhalten und ihr Kind ermutigen an den Förderstunden teilzunehmen. Da Selbstorganisation auch ein zu vermittelndes Ziel ist, welches die Trainerinnen mit den Kindern anstreben, sollten die Kinder – wenn nicht schon von Anfang an, dann zunehmend im Laufe der Zeit – ihre häuslichen Übungs-/Spiel-Phasen eigenständig im Bogen eintragen und die Eltern diese durch Unterschrift bestätigen. Nach einer Bedenkzeit sind die Eltern in den allermeisten Fällen bereit sich auf den Prozess einzulassen.

Am Ende des Gesprächs dokumentieren alle ihre Bereitschaft zur Zusammenarbeit und die Einhaltung ihrer Verpflichtungen durch eine Unterschrift in einer gemeinsamen Vereinbarung (Abb. 2).

Die Schülerinnen und Schüler erhalten dann jeweils ein Deckblatt mit einem Zahlenjongleur, die Vereinbarung mit den Unterschriften aller Beteiligten und den ersten Protokollbogen. Damit beginnen sie ihren persönlichen Zahlenjongleur-Ordner, der mit den wöchentlich folgenden Protokollbögen und den in den Zahlenjongleur-Treffen bearbeiteten Arbeitsblättern fortlaufend ergänzt wird.

Die Vereinbarung wird ebenfalls in die Schülerakte aufgenommen.

Entscheiden sich Eltern und die Schülerin bzw. der Schüler mit ihrer Unterschrift für die Teilnahme am *Zahlenjongleur,* beginnt einmal wöchentlich am Nachmittag die Förderung mit gezielt ausgewählten Übungen, die dem Lernstand des interviewten Schülers entsprechen (Niveau entsprechend dem Lernentwicklungsmodell). Die von den Lernenden durchgeführten Übungen und Spiele werden vom Förderteam in einem Zeitraster („Förderplan") dokumentiert. Der *Zahlenjongleur* ist eine zeitlich begrenzte Förderung, die individuell an den Lernstand des Schülers angepasst ist. Sobald die grundlegenden Lücken geschlossen sind, verlassen die Kinder den Förderkurs.

Abb. 2: Zahlenjongleur-Vereinbarung

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

Du hast Dich vielleicht auch schon einmal gewundert, dass einige Kinder mit Zahlen sehr geschickt und schnell umgehen können. Das kannst Du auch lernen. Es ist wie beim Sport, wenn man mit Freude und Spaß trainiert, wird man schneller, springt man weiter und hat mehr Erfolg.

Wichtig ist, dass Du täglich übst, am besten mit Deiner Familie zusammen. Mit folgendem Heft erhältst Du nach und nach die Übungen, die Dir beim Training helfen. Hast Du Fragen, wende Dich an Deinen Zahlentrainer.

Viel Spaß und Erfolg beim Spielen, Üben und Trainieren.

***Ja**, ich möchte im Umgang mit Zahlen sicherer werden und entsprechend zu Hause üben und regelmäßig konzentriert an den Trainingsstunden teilnehmen.*

____

Ort, Datum Unterschrift der Schülerin / des Schülers

Liebe Eltern, liebe Erziehungsberechtigte,

wählen Sie für das gemeinsame Üben und Spielen eine entspannte Phase Ihres Tages, bspw. nach dem Abendessen, wenn die alltäglichen Pflichten erledigt sind. Sie können Ihr Kind bspw. mit einer abendlichen gemeinsamen Spielphase belohnen, nachdem es seine anderen Aufgaben möglichst selbstständig erledigt hat.

Protokollieren Sie täglich, wie viel und welche spielerischen Übungen Sie mit Ihrem Kind durchgeführt haben. Verwenden Sie die Protokollbögen bitte auch, um Ihre Eindrücke, Fragen und Wünsche zu notieren. Sie können auch Geschwister in die tägliche Spiel- und Übungsphase mit einbeziehen – Sie werden merken, auch diese werden davon profitieren. Stellen Sie dabei das Spielen und den gemeinsamen Spaß in den Vordergrund.

Haben Sie oder Ihr Kind eigene Übungs-, Trainings- und Spielideen, lassen Sie uns das bitte wissen.

***Ja,** ich nehme mir täglich mindestens 20 Minuten Zeit, um mit meinem Kind in entspannter Atmosphäre spielend zu üben und halte das im Protokollbogen fest. Ich sorge dafür, dass mein Kind regelmäßig an den Trainingsstunden teilnimmt.*

____

Ort, Datum Unterschriften der Eltern bzw. Erziehungsberechtigten

Seitens der Schule wird im Rahmen des Förderprogramms „Zahlenjongleur“ angelehnt an den neuseeländischen Ansatz „Numeracy“ anhand geeigneter Anregungen im Rahmen von Trainingsstunden eine spezielle Förderung angeboten.

____

Ort, Datum Unterschrift der GOS-Leitung und der Lehrkraft (Zahlentrainerin)

Abb. 3: Protokollbogen

Hinweis: Dieser Protokollbogen wird während des „Zahlenjongleurs“ wie auch zu Hause vom Schüler ausgefüllt und ist bei der nächsten Förderstunde vorzuzeigen. Die Eltern bestätigen die häuslichen spielerischen Übungen durch Unterschrift.

Datum	Heute habe ich in der Stunde	Unterschrift des Schülers/der Schülerin
Anregungen der Lehrer		
Datum	Spiele, Übungen und Dauer	Unterschrift der Eltern
Rückmeldung, Fragen und Anliegen der Eltern		

2. Die Förderstunde: Spielend rechnen lernen

In einem Kurs werden etwa 12 Schülerinnen und Schüler von einer Lehrkraft betreut. Zunächst werden gemeinsam Übungsspiele gemacht. Danach wird der Kurs in Kleingruppen gleicher Lernstufe aufgeteilt. Eine Gruppe bearbeitet geeignete Arbeitsblätter – die Kinder entscheiden selbst, ob sie alleine oder zu zweit arbeiten –, eine andere Gruppe übt selbständig mit Spielen für 2 bis 4 Personen. So bleibt der Lehrkraft Zeit für individuelle Zuwendung und Förderung in Gruppen von zwei bis drei Kindern. Dies hat sich als besonders effektiv und wirksamer als Einzelförderung erwiesen, weil so die leistungsschwachen Schülerinnen und Schüler miteinander und voneinander lernen können.

Die schriftliche Bearbeitung von Arbeitsblättern ist auf maximal eine halbe Stunde (ein Drittel der Trainingszeit) beschränkt. So sollen ablehnende Haltungen der Lernenden weitgehend vermieden werden.

Das Fingerspiel

Ablauf:	Zeigen Sie der Schülerin / dem Schüler mit beiden Händen eine bestimmte Anzahl an Fingern. Die Schülerin / der Schüler sagt so schnell wie möglich die gezeigte Fingeranzahl sowie die Anzahl der Finger, die noch bis zur zehn fehlen.
Beispiel:	Es werden sieben Finger gezeigt. Die Schülerin / der Schüler nennt die Zahl sieben und die Zahl drei.
Ergänzung:	Die Schülerin / der Schüler benennt zusätzlich noch die Partnerzahlen, in welche die Fingeranzahl zerlegt werden kann. (Bei der Zahl sieben sind die Partnerzahlen eins und sechs, zwei und fünf, drei und vier).

In der ersten Förderstunde lernen die Schülerinnen und Schüler das Fingerspiel kennen, mit dem die Zehnerstruktur visualisiert und geübt wird. Dies wird dann auch in den Übungszeiten zu Hause gespielt. Weitere Spiele für zu Hause sind z. B. die folgenden „Mensch-ärgere-dich-nicht"-Varianten:

> Mit zwei Zehner-Würfeln (von 0 bis 9) spielen – nur die Augensumme darf gerückt werden; um das „Haus" zu verlassen genügt eine 6.
>
> Oder mit zwei Zwanziger-Würfeln (von 1 bis 20) spielen – nur die Augendifferenz darf gerückt werden; um das „Haus" zu verlassen genügt eine 6.

Die nächste Lernstufe ist das Automatisieren des Einspluseins, das gelingt spielend mit dem Kartenspiel „Salute". Dieses Spiel lässt sich später genauso gut zum Einüben des kleinen Einmaleins nutzen. Sowohl die Grundaufgaben (Kommandogeber) als auch die Umkehraufgaben werden hier geübt (Salutierende), d. h. automatisch mit der Addition wird auch die Subtraktion gelernt.

Fliegenklatschen, das **Lieblingsspiel** der kleinen **Zahlenjongleure** ist auf der letzten Seite (Seite 60) zu finden.

Salute

Material:

Die Karten As (gilt als Zahl 1) und 2 bis 10 eines Rommé-Spiels.

Spielanleitung:

Es spielen drei Personen, ein Kommandogeber und zwei Salutierende.

Der Kommandogeber gibt an, mit welcher Operation gerechnet werden soll (addiert oder multipliziert). Er mischt die Karten, gibt jedem Salutierenden eine verdeckte Karte und erteilt das Kommando „Salute".

Die zwei Salutierenden stehen sich gegenüber und halten auf das Kommando ihre Karte mit der Zahlenseite nach vorne an die Stirn, so dass jeder die Zahl des anderen sehen kann.

Nun wird gerechnet: Der Kommandant nennt (wie vorher abgemacht) die Summe oder das Produkt der beiden Karten und die beiden Salutierenden müssen schnell ihre eigene Zahl herausbekommen. Der Schnellste erhält einen Punkt.

Das Team sollte mehrere Runden spielen und die Funktionen untereinander auch tauschen, so dass jeder einmal Kommandogeber sein darf.

Fast noch wichtiger als die Übungen zum Automatisieren der Grundrechenarten sind für die Kinder im *Zahlenjongleur* Übungen zum Aufbau von Grundvorstellungen für die Addition und Multiplikation. Hier wird mit dem Vierphasenmodell (Wartha/Schulz 2011, siehe Abb. 4, vgl. auch Seite 23) gearbeitet. Zunächst bearbeiten die Schülerinnen und Schüler eine Aufgabe handelnd mit geeignetem Anschauungsmaterial, dann beschreibend, während der Partner die Handlungen durchführt. Der dritte Schritt ist von zentraler Bedeutung für den Aufbau von Grundvorstellungen: Hier beschreibt der Lernende die für die Rechenoperation erforderliche Handlung, aber ohne das Material zu sehen! Wenn ihm das gelingt, hat er eine mentale Vorstellung (z. B. den „inneren Zahlenstrahl" bei der Addition) ausgebildet. Jetzt kann er Übungsaufgaben schriftlich bearbeiten.

Abb. 4: Beispiel für das Arbeiten nach dem Vierphasenmodell

1. Lehrkraft: „Lege/Schiebe 16 + 7. Erkläre, was du machst und nenne das Ergebnis.“

   Schülerin / Schüler arbeitet handelnd, z. B. mit dem Rechenrahmen, und beschreibt sein Vorgehen.

2. Lehrkraft: „Die Aufgabe heißt: 13 + 8. Erkläre mir, was ich mit dem Rechenrahmen machen muss.“

   Schülerin / Schüler erklärt, die Lehrkraft handelt für den Lernenden sichtbar am Rechenrahmen.

3. Zwischen Schülerin / Schüler und der Lehrkraft wird ein Sichtschutz aufgestellt, oder der Lernende dreht sich mit dem Rücken zur Lehrkraft.

   Lehrkraft: „Die Aufgabe heißt: 34 + 9. Erkläre genau, wie du in Gedanken vorgehst.“ Hinter dem Sichtschutz schiebt die Lehrkraft zu den Erklärungen die Perlen am Rechenrahmen. Am Ende wird der Sichtschutz weggenommen und das Ergebnis reflektiert.

4. Lehrkraft: „Die Aufgabe heißt: 17 + 7. Rechne die Aufgabe.

   In der Einzelförderung rechnen die Kinder jetzt mehrere Additions- und Subtraktionsaufgaben im Kopf.

   In der spielerischen Übungsphase würfeln sie sich Additions- und Subtraktionsaufgaben, rechnen diese im Kopf und notieren die Aufgabe und Lösung im Heft. Zum Würfeln gibt es einen Einerwürfel mit den Zahlen 0 bis 9, einen Zehnerwürfel mit den Zahlen 10, 20, ... 100 und einen (+/-)-Würfel. Mit diesem spielerischen Üben halten die Schülerinnen und Schüler deutlich länger durch als mit einem „Übungspäckchen“ auf einem Arbeitsblatt. Manche holen sich auch freiwillig einen Hunderter- oder sogar Tausenderwürfel.

   Statt der Additionsaufgaben können auch Subtraktionsaufgaben gestellt werden.

Jede Woche wird protokolliert, welche Übungen die Schülerinnen und Schüler bearbeiten. So kann man auf einen Blick gut erkennen, welche Fortschritte die Lernenden machen.

Im Abstand von mehreren Wochen werden Fördergespräche (Einzelgespräche) durchgeführt, indem die Kinder mit der Lehrkraft gemeinsam einen Lernentwicklungsbogen (Abb. 5) ausfüllen und so ihre Lernentwicklung festhalten bzw. neue Förderziele festlegen.

Wenn die fehlenden Grundkenntnisse behoben sind, werden die Schülerinnen und Schüler aus dem Zahlenjongleur entlassen.

Abb. 5: Auszug aus einem Lernentwicklungsbogen

Zahlenjongleur

Name: ____________________ Ich besuche den Zahlenjongleur seit: _______________

Meine Fortschritte:

Addition und Subtraktion		✓	Datum:	Lehrer-bestäti-gung
Ich kann zu einer zweistelligen Zahlen eine einstellige Zahl addieren (z. B. 37 + 8)				
indem ich bis zur nächsten Zehn ergänze und dann den Rest ergänze, z. B. 37 + 3 + 5 = 45				
Ich kann zweistellige Zahlen addieren (z. B. 35 + 29)				
indem ich sie in Einer und Zehner zerlege und schrittweise vorgehe	z. B. 35 + 20 = 55 55 + 5 + 4 = 64			
indem ich die Zehner und die Einer separat addiere (! Nicht übertragbar für Subtraktion)	z. B. 30 + 20 = 50 5 + 9 = 14 50 + 14 = 64			
Ich kann dreistellige Zahlen addieren (z. B. 375 + 247)				
indem ich sie in Einer und Zehner und Hunderter zerlege und schrittweise vorgehe	z. B. 375 + 7 = 382 382 + 40 = 422 422 + 200 = 622			
Ich kann Dezimalzahlen addieren (z. B. 7,5 + 4,37)				
indem ich die einzelnen Stellenwerte schrittweise addiere	7,5 + 0,07 = 7,57 7,57 + 0,3 = 7,87 7,87 + 4 = 11,87			
Ich kann von einer zweistelligen Zahlen eine einstellige Zahl subtrahieren, z. B. 33 - 8				
indem ich bis zur nächsten Zehn vermindere und dann den Rest subtrahiere: 33 - 3 - 5 = 25				
Ich kann zweistellige Zahlen subtrahieren (z. B. 35 - 29)				
indem ich sie in Einer und Zehner zerlege und schrittweise vorgehe	z. B. 35 - 20 = 15 15 - 5 - 4 = 6			
Ich kann dreistellige Zahlen subtrahieren (z. B. 345 - 179)				
indem ich sie in Einer und Zehner und Hunderter zerlege und schrittweise vorgehe	z. B. 345 - 9 = 336 336 - 70 = 266 266 - 100 = 166			
Ich kann Dezimalzahlen subtrahieren (z. B. 7,5 - 4,37)				
indem ich die einzelnen Stellenwerte schrittweise subtrahiere	7,50 - 0,07 = 7,43 7,43 - 0,3 = 7,13 ,13 - 4 = 3,13			

3. Erfahrungen der Lehrkraft nach 3 Monaten „Zahlenjongleur"

Die ersten Lernfortschritte im *Zahlenjongleur* wirken sich noch nicht in den Noten der Schülerinnen und Schüler aus. Dies ist nicht überraschend, da an Inhalten der Grundschule gearbeitet wird und diese im laufenden Unterricht nicht thematisiert werden. Umso erfreulicher ist, dass sich die Einstellung der Schülerinnen und Schüler zur Mathematik sehr zum Positiven verändert, zumindest bei den Kindern, die einen deutlichen Lernzuwachs im *Zahlenjongleur* verzeichnen. Eltern berichten, dass das Familienleben entspannter wurde, ihr Kind nun ohne Ängste in den Matheunterricht geht und richtig Spaß an mathematischen Spielen zeigt.

Die meisten sehr schwachen Lerner, die im Oktober auf Niveau 2 oder 3 (Abb. 6) angefangen haben, können im Februar problemlos im 100er-Raum kopfrechnend addieren sowie subtrahieren und wenden geschickte Zerlegungsstrategien an. Einige arbeiten, neben den 1x1-Spielen, bereits an multiplikativen Strategien.

Abb. 6: Erklärung zu den Niveaus 2 und 3

Niveau 2: Zählen beginnend mit 1:

Die Lösung einer Aufgabe, in der Mengen zusammengefasst oder zerlegt werden müssen, gelingt nur durch Zählen von Gegenständen (z. B. mit Hilfe der Finger). Kinder auf diesem Niveau zählen alle Gegenstände in den vorgegebenen Mengen.

Niveau 3: Mentales Zählen, beginnend mit 1:

Ein Kind auf diesem Niveau zählt alle Gegenstände bei Aufgaben, die das Zusammenfassen oder Zerlegen erfordern. Es kann sich jedoch zu gegebenen Zahlen Mengen von Gegenständen vorstellen und im Kopf (ohne Materialunterstützung) zusammenzählen.

Deutliche Lernfortschritte sind bei den Teilnehmern des *Zahlenjongleurs* erkennbar, die ihr Protokollheft regelmäßig führen. In diesem dokumentieren die Schülerinnen und Schüler selbständig ihr häusliches Training durch Spiele sowie die Übungen in den Förderstunden. Den im *Zahlenjongleur* erfolgreichen Kindern gelingt es, sich selbst zu motivieren und ihren Lernweg in die Hand zu nehmen. Diese Kinder freuen sich über ihre eigenen Lernerfolge, die stetig zunehmen, und erzählen, dass ihnen Mathematik nun viel leichter fällt. Sie setzen sich selbst herausfordernde Ziele, etwa beim immer schnelleren Aufsagen der Einmaleins-Reihen. Bei diesen erfolgreichen Kindern lag immer auch eine positive Bestärkung durch das Elternhaus vor.

Im Gegensatz dazu ist festzustellen, dass Lernende, die ihre Protokollmappe nicht gut führen, bei den Übungen in der Einzelförderung nur kleine Fortschritte machen, die teilweise auch nicht stabil sind. So verbuchen diese oft auch von der ein auf die andere Woche starke Rückschläge und zeigen in den Teamspielen weniger Konzentration.

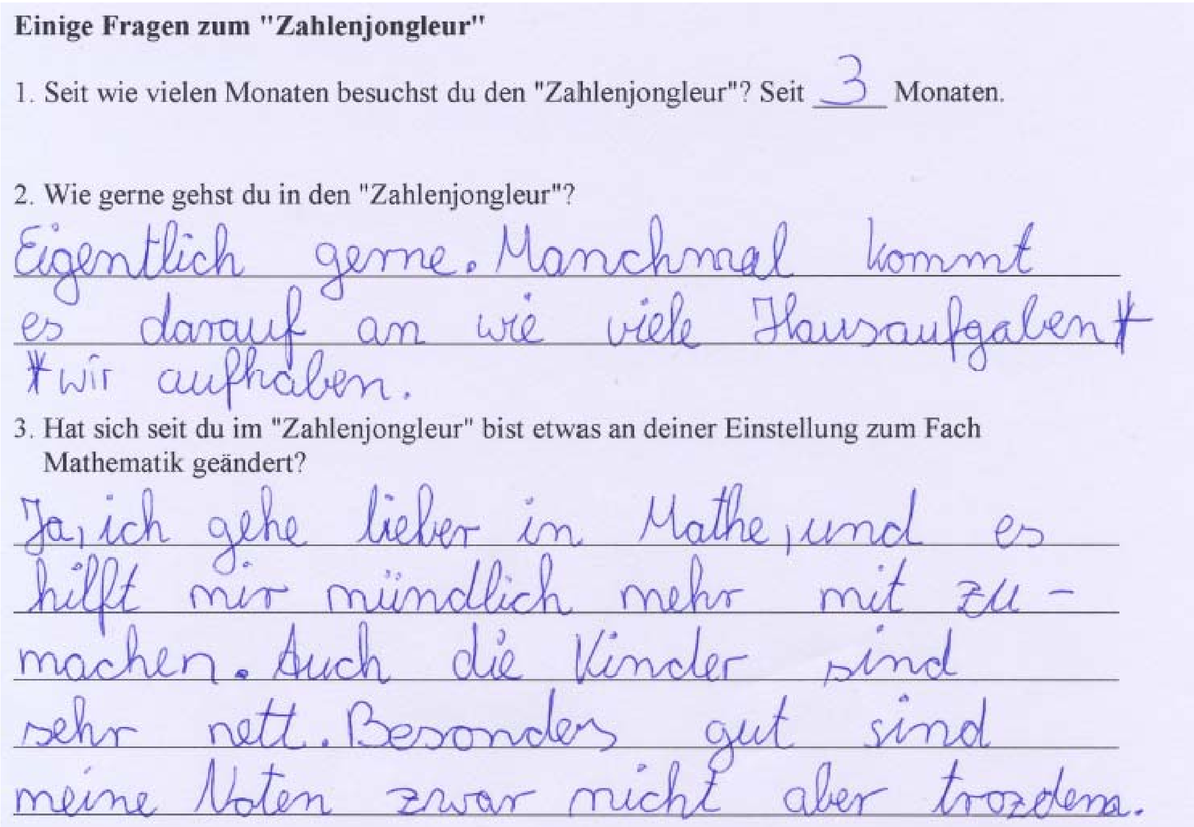
Trotz der unterschriebenen Vereinbarung erfüllen nicht alle Eltern die Verpflichtung zum regelmäßigen häuslichen Üben. In diesen Fällen sind nur geringe Lernzuwächse zu verzeichnen, die oft auch nicht nachhaltig sind. Die schnellsten Fortschritte machen Schülerinnen und Schüler, die nur im

Rechnen singuläre Schwächen haben. Bei Lernenden, die in allen Fächern große Probleme haben, sind Erfolge bisher ausgeblieben.

4. Fazit

Bei den diagnostischen Interviews in Klasse 5 ist deutlich geworden, dass eine große Anzahl an Schülerinnen und Schülern den Zehnerübergang bei Addition und Subtraktion nicht beherrscht. Diese Lernenden haben in der Regel keine Chance, algebraische Themen jemals erfassen zu können. Ein langfristiges Versagen im Fach Mathematik scheint hier vorprogrammiert zu sein. Umso wichtiger ist es, diesen Kindern in Förderkursen – wie dem *Zahlenjongleur* – eine Chance zu geben.

Nach drei Monaten wurde eine erste Zwischenbilanz in Form einer Befragung bei den teilnehmenden Schülerinnen und Schülern durchgeführt. Exemplarisch ist hier in Auszügen die Rückmeldung einer Schülerin wiedergegeben:



Einige Fragen zum "Zahlenjongleur"

1. Seit wie vielen Monaten besuchst du den "Zahlenjongleur"? Seit 3 Monaten.

2. Wie gerne gehst du in den "Zahlenjongleur"?

Eigentlich gerne. Manchmal kommt es darauf an wie viele Hausaufgaben* *wir aufhaben.

3. Hat sich seit du im "Zahlenjongleur" bist etwas an deiner Einstellung zum Fach Mathematik geändert?

Ja, ich gehe lieber in Mathe, und es hilft mir mündlich mehr mit zu-machen. Auch die Kinder sind sehr nett. Besonders gut sind meine Noten zwar nicht aber trozdem.

5. Literatur

Numeracy: (http://www.nzmaths.co.nz)

Bicker, Ursula: Verstehen, wie Schüler denken. In: Pädagogik – Leben, 2013, Heft 2, 14 - 16.

Katzenbach, Michael / Bicker, Ursula / Knobel, Hans / Krauth, Barbara / Leufer, Nikola (2014): „Wie hast Du das gerechnet?“ Erste Erfahrungen mit einem neuseeländischen Diagnoseverfahren. In: Friedrich – Jahresheft XXXII 2014: Fördern, S. 86-90.

Katzenbach, Michael: Vom Interview zur Förderung – Beispielmaterialien aus dem neuseeländischen Numeracy Project. In: Mathematik 5 bis 10, Heft 17, Friedrich-Verlag, 2011. S. 12 – 15.

Vierphasenmodell:

Wartha, Sebastian / Schulz, Axel (2011): Aufbau von Grundvorstellungen (nicht nur) bei besonderen Schwierigkeiten beim Rechnen. IPN, Kiel. Verfügbar unter: http://www.sinus-an-grundschulen.de/fileadmin/uploads/Material_aus_SGS/Handreichung_WarthaSchulz.pdf#page=1&zoom=auto,0,369 (28.03.2014)

Förderkurs: Arbeitsblätter

Schinhärl, Andrea: „Der innovative Rechentrainer", Kohl-Verlag, 2009; (ISBN 3-86632-870-2)

Förderkurs: Spiele

„Lobo 77". AMIGO-Spiele

„Mathe-SNÄP Grundrechenarten!" Kartenspiel; www.moses-verlag.de (derzeit vergriffen)

„Heckmeck am Bratwurmeck", Zoch-Verlag

„Elfer raus". Ravensburger Kartenspiele

Ursula Bicker
Referentin für Mathematik für weiterführende Schulen am Pädagogischen Landesinstitut in Rheinland-Pfalz, Bad Kreuznach
Mitarbeit im bundesweiten Projekt "Transfer von Konzepten und Materialien aus dem neuseeländischen Numeracy Professional Development Project"

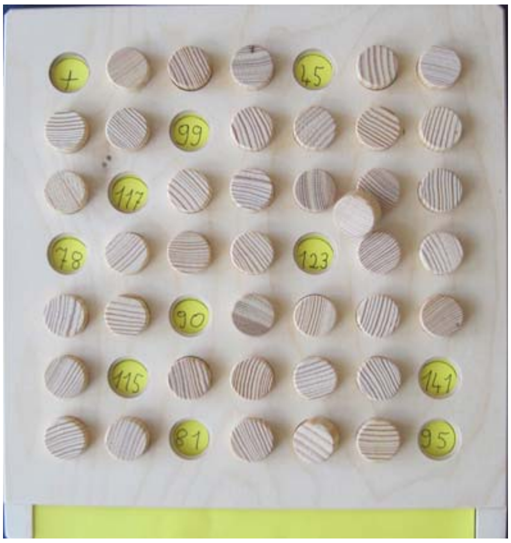
Kontakt:
Ursula.Bicker@pl.rlp.de

Judith Hafner
Lehrerin für die Fächer Mathematik, Musik und Erdkunde am Alfred-Grosser-Schulzentrum Bad Bergzabern
Beraterin für Unterrichtsentwicklung Mathematik; entwickelt das Förderkonzept „Zahlenjongleur" und praktiziert dieses seit dem Schuljahr 2013/14 im Förderteam mit Schülern

Kontakt:
judith.hafner@beratung.bildung-rp.de

Michael Katzenbach

Üben und Lernen mit dem 7x7–Feld nicht nur zu Beginn des fünften Schuljahres



Die Abbildung zeigt eine Verknüpfungstafel, die ein Schüler für ein 7x7-Feld erstellt hat. Auch alle anderen Lernenden im 5. Schuljahr haben je eine Verknüpfungstafel für das 7x7–Feld erstellt und so dazu beigetragen, dass im neuen Klassenraum viel Material zum Üben und Spielen für Wochenplan und Übungsphasen vorhanden ist. Das nun fertige Produkt entstand in mehreren Schritten, in denen auch die Tischgruppe Verantwortung für das Ergebnis übernahm. Aber nun im Einzelnen:

Ziel war es, allen Lernenden Gelegenheit zu geben, ein eigenes Produkt zu erstellen, dabei zu üben und in einem arbeitsteiligen Verfahren unterschiedliches Übungsmaterial zu den verschiedenen Grundrechenarten bereit zu stellen. Da das Auswählen geeigneter Zahlen für eine Verknüpfungstafel zur Division deutlich schwieriger ist, habe ich zunächst darauf verzichtet, Verknüpfungstafeln zur Division erstellen zu lassen. Bestimmte Spielformen verlangen Divisionen auch bei multiplikativen Tafeln.

Einzelarbeit

Alle Schülerinnen und Schüler der 6 Tischgruppen erstellten ein Aufgabenblatt (+, - oder ·) auf einer Papiervorlage, die Kinder einer Tischgruppe jeweils zur selben Operation und zur selben Vorgabe für die Auswahl der Zahlen in der oberen Zeile und der linken Spalte. Dabei waren die Vorgaben:

Tisch-gruppe	Operation	Zahlen in der oberen Zeile	Zahlen in der linken Spalte
1	+	zwischen 50 und 100	zwischen 50 und 100
2	+	zwischen 50 und 100	größer als 100
3 und 4	-	zwischen 50 und 100	zwischen 50 und 100
5	·	Einstellig	Zweistellig
6	·	Zwischen 10 und 20	Zweistellig

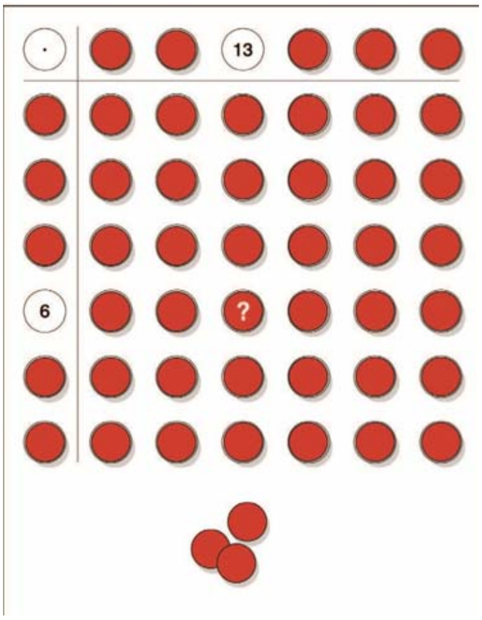
Kontrolle durch Partner und Tischgruppe

Eine erste Kontrolle geschah durch Austausch der Blätter mit den Tischnachbarn, die alle Aufgaben nachrechneten. Bedingt durch eine starke Streuung der Rechenfertigkeiten enthielten einige Blätter nach dieser Phase noch viele Fehler. Deshalb sollte die Tischgruppe die Verantwortung dafür übernehmen, dass zu der jeweiligen Vorgabe ein Satz richtiger Verknüpfungstafeln entsteht. Dies entsprach auch dem in der Schule eingeführten Helfersystem, bei dem zunächst Tischnachbarn, dann die Tischgruppe Ansprechpartner sind.

Zur Kontrolle spielten die Tischgruppen mit den Verknüpfungstafeln der einzelnen Gruppenmitglieder „Felder ausrechnen".

Felder ausrechnen

Zu Beginn des Spiels sind alle Felder außer dem Feld mit dem Verknüpfungszeichen durch Spielsteine abgedeckt. Partei 1 zieht einen Stein aus der ersten Spalte und einen Stein aus der ersten Zeile und legt damit die Aufgabe fest, die Partei 2 zu berechnen hat. Bei richtigem Ergebnis erhält Partei 2 den Stein. Andernfalls bleibt der Stein liegen. Dabei wird gemeinsam kontrolliert, ob das im Feld eingetragene Ergebnis richtig ist. Nun legt Partei 2 eine Aufgabe für Partei 1 fest. …

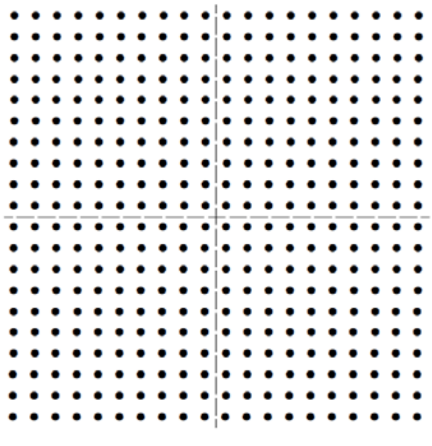


Das Spiel ist zu Ende, wenn alle Aufgaben richtig gelöst und ggf. korrigiert wurden.

Die Auswahl der Aufgaben kann auch mit zwei Würfeln erfolgen. Ein Würfel gibt die Zeile, der andere die Spalte an.

2 Spieler oder 2 Parteien, Material: 7x7-Feld, 49 Holzscheiben.

Vierhunderterfeld



Nach Abgabe an mich zeigte sich, dass auch nach dieser Phase nicht alle Vorlagen fehlerfrei waren. Auffällig war z. B. in einem Durchgang in Tischgruppe 6, dass nur ziffernweise multipliziert wurde, d. h. zur Aufgabe 11 mal 12 wurde 102 in das Ergebnisfeld eingetragen. Das lässt vermuten, dass die Kontrolle in der Gruppe nicht ernst genommen wurde. Aber auch beim Ausfüllen der Vorlagen sind die Lernenden wohl eher mechanisch vorgegangen.

Dass 102 kein plausibles Ergebnis sein kann, weil 10 mal 12 bereits 120 ist, war offensichtlich nicht im Blick. Zur verständnisorientierten Bearbeitung kam in einer späteren Phase ein Vierhunderterfeld zum Einsatz.

Organisation des Übungsmaterials

Nach der Rückgabe an die Lernenden, schrieben diese ihre ggf. korrigierten Zahlen deutlich und groß mit einem schwarzen Stift auf eine neue Vorlage und die Aufgaben wurden auf einen bunten Karton kopiert.

Alle Aufgabenblätter kamen in eine Prospekthülle (Mathematikamt) und waren so in einem Ordner im Klassenraum für die Schülerinnen und Schüler zugänglich. In dem Ordner befinden sich auch Kopiervorlagen für die Erstellung weiterer Aufgabenblätter, die Lernende jederzeit freiwillig selbst erstellen können.

Weitere Verknüpfungstafeln erstellten alle Schülerinnen und Schüler in den Folgejahren zur Dezimalrechnung, zur Bruchrechnung, zum Rechnen mit ganzen Zahlen und zur Prozentrechnung. Auch in der Grundschule lässt sich das Material einsetzen.

Strukturierte Verknüpfungstafeln

Das 7x7–Feld bietet weitere Lernmöglichkeiten (Muster entdecken, argumentieren, kommunizieren), wenn die Spielvorlagen strukturiert sind. Die beiden folgenden Spielformen eignen sich hierzu. Jokerfelder erhöhen den Anreiz des Spiels.

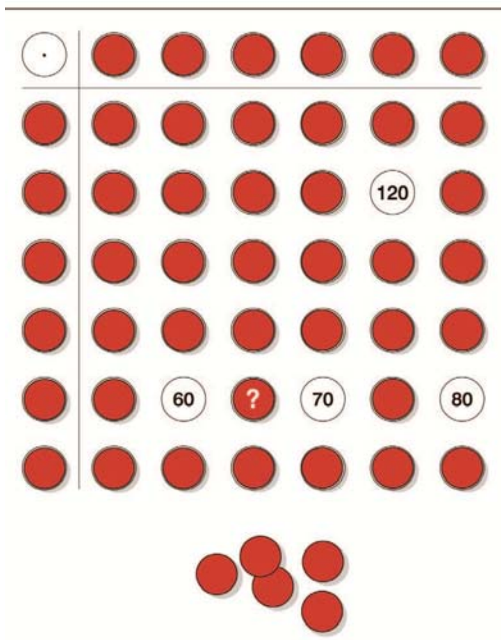
Anlässe zum Beschreiben wahrgenommener Muster und Argumentationsanlässe ergeben sich, wenn die Fortsetzung der Verknüpfungstafeln nach rechts und unten zum Thema gemacht wird.

·	11	12	13	14	15	16
9	99	108	117	126	135	144
8	88	96	104	112	120	128
7	77	84	91	98	105	112
6	66	72	78	84	90	96
5	55	60	65	70	75	80
4	44	48	52	56	60	64

Zur Begründung von Vermutungen können Materialien wie Legeplättchen oder Punktmuster verwendet werden, die vielen Schülerinnen und Schülern aus der Grundschule bekannt sind.

Die Erstellung solcher strukturierter Vorlagen können auch Schülerinnen und Schüler übernehmen. Eine solche Aufgabe ist selbstdifferenzierend.

Felder erraten



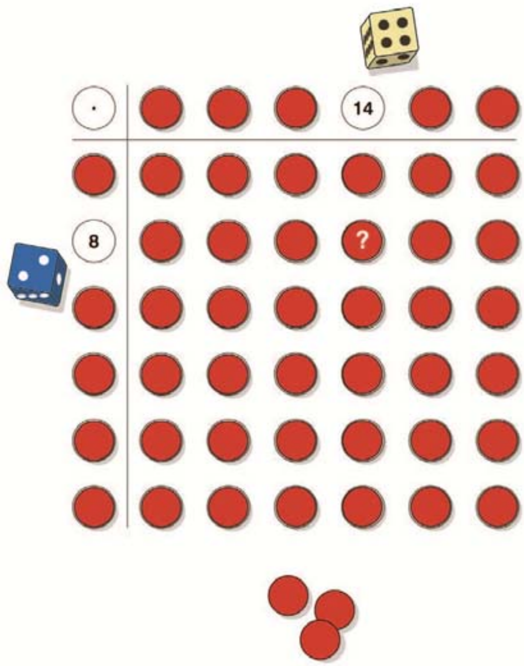
Zu Beginn des Spiels sind 2-4 Felder offen, alle anderen Felder sind durch Spielsteine abgedeckt. Die Parteien raten abwechselnd Felder eigener Wahl und erhalten für richtig erratene Felder oder für Jokerfelder den zugehörigen Spielstein. Wurde ein Feld nicht erraten, wird der Spielstein wieder zurückgesetzt. Die nachfolgende Partei darf dann im nächsten Zug nicht dasselbe Feld wählen. Das Spiel ist zu Ende, wenn alle Felder erraten wurden.

Variation 1: Eine Figur (z. B. ein Dreieck) innerhalb des 7x7-Feldes ist zu erraten. Die Spielsteine, die zu der Figur gehören, zählen am Ende doppelt.

Variation 2: Spielfeld ist keine Verknüpfungstafel, sondern z. B. ein Ausschnitt aus einem Hunderterfeld oder es hat eine andere entdeckbare Struktur.

2 Spieler oder 2 Parteien, Material: 7x7-Feld, 49 Holzscheiben.

Würfelspiel



Regeln zunächst wie Spielregel „Felder ausrechnen“ als Würfelspiel. Änderungen: Nach jedem Wurf darf noch ein weiteres Feld eigener Wahl erraten werden. Wird eine Aufgabe erwürfelt, die bereits richtig gelöst wurde, darf ebenfalls ein weiteres Feld eigener Wahl erraten werden. Das Spiel ist zu Ende, wenn alle Felder frei sind.

2 Spieler oder 2 Parteien

Material: 7x7-Feld, 49 Holzscheiben, zwei verschiedenfarbige Würfel.

Im Zentrum dieser Beispiele steht die Verbindung von Üben und Lernen. Mit der Erstellung der Verknüpfungstafeln, der Kontrolle und durch die Spiele werden zahlreiche Rechenanlässe in einem größeren Zusammenhang geschaffen. Insbesondere bei strukturierten Verknüpfungstafeln wird das Entdecken von Mustern nahegelegt, die u. a. auch zu Kontrollzwecken genutzt werden können. Lernende können hier auf unterschiedlichen Niveaus arbeiten, eigenständige Produkte erstellen und mit Partnern und Gruppen kooperieren. Dies sind wichtige Elemente insbesondere für Einstiegssituationen nach Übergängen.

Weitere Erfahrungen aus dem Unterricht

In meiner fünften Klasse habe ich das 7x7-Feld zur Wiederholung des großen Einmaleins angeboten. Vier Schüler entschieden sich für dieses Angebot. Sie kannten das Feld bisher noch nicht und waren aufgrund meiner Ankündigung als Spiel neugierig. Die Regeln waren schnell erklärt (Würfelspiel, Seite 53) und dann konnte es losgehen. Ich beobachtete einige Minuten die beiden Gruppen. Beide waren mit Eifer bei der Sache, jeder einzelne wollte möglichst viele Steine gewinnen. Auch eins meiner „Sorgenkinder“, das sich oft nur wenige Minuten konzentrieren kann und viele Formen von Übungen ablehnt, arbeitete intensiv mit. Er war offenbar durch das Auswürfeln der Aufgaben besonders angesprochen. Beim Spielen zeigte sich, dass seine Rechenfertigkeiten in diesem Bereich nicht so schwach waren wie bisher angenommen.

Die Fünftklässler ließen sich allerdings nicht auf meine Zusatzregel ein: Sie können in einer Runde einen weiteren Stein gewinnen, wenn sie das Ergebnis des Nachbarfeldes richtig angeben können. Die Schüler haben sich auch nach nochmaliger Aufforderung jedoch nicht mit der Struktur der Ausgangszahlen auf dem 7x7-Feld befasst.

Ganz anders war das in der zehnten Klasse. Bei der Wiederholung der Wahrscheinlichkeitsrechnung zeigten sich Unsicherheiten bei der Addition von Brüchen. Ein willkommener Anlass, um das 7x7-Feld auszuprobieren. Die Arbeitsweise war einigen Schülerinnen und Schülern bereits aus den unteren Klassenstufen bekannt. Aber auch die anderen nahmen die Übungsform schnell an.

Eigentlich sollte es jeweils zu zweit gespielt werden, vier Schüler spielten jedoch in zwei Mannschaften gegeneinander. Das Üben war zwar der Anlass gewesen, aber für die Schülerinnen und Schüler bestand der besondere Reiz des Spiels darin, Zusatzpunkte zu gewinnen. Das Erkennen von Mustern stand hier im Vordergrund.

Auch bei den Rechnungen waren die Lernenden gefordert, halfen sich dabei gegenseitig. Insgesamt war es für alle vier eine gute Übung: „War ganz gut zum Trainieren, hat Bock gemacht.“

Rüdiger Vernay

Zum Material

Die hier vorgestellten Lernformen können auch ohne Verwendung des abgebildeten Rahmens aus Holz realisiert werden. Erfahrungsgemäß erfordert die Arbeit mit Papier- oder Karton-Vorlagen und Legeplättchen eine große Vorsicht beim Hantieren. Und wenn Legeplättchen versehentlich verschoben werden, kann dies zu Lasten der Motivation gehen.

7x7-Felder und Kopiervorlagen für Verknüpfungstafeln sind bei der MUED erhältlich.

Ein Programm zu Erstellung von Verknüpfungstafeln liegt hier:

http://www.friedrichonline.de/ftp.pub/100-3803_7x7_feld.swf

Literatur

Katzenbach, Michael / Vernay, Rüdiger (2008): Üben und Lernen mit dem 7x7–Feld. In: Mathematik 5 – 10, 4, S. 10 – 15.

Die Abbildungen zu den Spielregeln und Textauszüge wurden mit freundlicher Genehmigung des Friedrich-Verlags aus dem oben genannten Artikel entnommen.

Michael Katzenbach
Lehrer an Gesamtschulen und Gymnasien,
Koordinator Mathematik Sekundarstufe I, Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen an der Humboldt-Universität zu Berlin
Koordination eines bundesweiten Projekts "Transfer von Konzepten und Materialien aus dem neuseeländischen Numeracy Professional Development Project"

Kontakt:
katzenbach@arcor.de

Christoph Maitzen

„Mathe macht stark“ – Eine zweite Chance, Grundvorstellungen zu entwickeln

Polytechnik-Preis
für die Didaktik der Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften und Technik

Im November 2011 hat die Stiftung Polytechnische Gesellschaft Frankfurt am Main (SPTG) zum ersten Mal den Polytechnik-Preis für die Didaktik der Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften und Technik verliehen. Professor Aiso Heinze (Direktor der Abteilung Didaktik der Mathematik am Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik (IPN) in Kiel) erhielt dabei für das Konzept „Mathe macht stark“ einen zweiten Preis.

[Siehe auch: http://www.sptg.de/ptp_preistr%C3%A4ger_2011.aspx]

Kernziel des Projekts ist die Förderung der mathematischen Kompetenzen von leistungsschwachen Schülerinnen und Schülern. Als wichtiges Element der Projektarbeit erstellte das IPN in Kooperation mit dem Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein (IQSH) die vorliegende Materialiensammlung „Mathe macht stark“, die im Unterricht zur Entwicklung von Basiskompetenzen eingesetzt werden kann. Die Initiative „Mathe macht stark“ ist in Schleswig-Holstein Bestandteil des Programms „**Niemanden zurücklassen**“, zu dem auch das Projekt „**Lesen macht stark**“ gehört, das lernschwache Schülerinnen und Schüler sowohl in der Grundschule als auch in der Sekundarstufe I fördert. [Nähere Informationen siehe: http://nzl.lernnetz.de]

„Mathe macht stark“ wendet sich an Schülerinnen und Schüler, die im Fach Mathematik den Anschluss verloren haben und ermutigt sie, den Rückstand wieder aufzuholen. Das Programm wurde für die Jahrgangsstufen 5 bis 8 konzipiert. Die auf Diagnose- und Lernmaterialien gestützte individuelle Förderung soll dazu beitragen, Lernende Schritt für Schritt wieder an das Niveau des Regelunterrichts heranzuführen.

Das Material besteht aus einem **Schülerordner**, einem **Lehrerordner** und einer **Materialkiste**.

Jede Schülerin und jeder Schüler erhält einen eigenen **Schülerordner**. Das erste Kapitel „Meine Erfolge“ dient der Dokumentation der individuellen Lernwege. Die nächsten Kapitel befassen sich jeweils mit einem mathematischen Themengebiet (Brüche, Ganze Zahlen, Flächen/Körper, Messen, Daten/Zufall, Zuordnungen, Prozente). Sie beginnen mit Arbeitsblättern zur individuellen Standortbestimmung („S“). Es folgen Arbeitsblätter zum Üben auf den aufsteigenden Niveaus E-Einstieg, A-Aufstieg und G-Gipfel. Die letzten zwei Kapitel (Rechentraining, Rechnen im Alltag) stellen eine gestufte Sammlung von Aufgabenformaten dar.

Der **Lehrerordner** enthält zu jedem Kapitel Kommentierungen, Lösungen der Arbeitsblätter sowie einen Abschlusstest.

Um die handlungsorientierten Zugänge und Übungen zu unterstützen, enthält die **Materialkiste** Objekte, die sich themenbezogen an den jeweiligen Modellen orientieren oder die das Modell (z. B. Geobretter, Steckwürfel und Winkelscheiben) selbst darstellen. Die Materialkiste enthält alle Materialien, die für die Bearbeitung der Arbeitsblätter notwendig sind.

Inhalt der Materialkiste

- 10-er Würfel
- Beweglicher Winkel
- EZHT-Bausteine
- Geobrett
- Holzwürfel
- Prozent-Gummiband
- Kreisel
- Spielwürfel
- Steckwürfel
- Thermometer
- Winkelscheibe
- Karton-Blätter (100er-Tafel, 100er-Punktefeld, Einmaleins-Winkel)
- Wendeplättchen und 10er-Streifen
- Ziffernkarten

Auf regionaler Ebene hat die Stiftung Polytechnische Gesellschaft unter Federführung von Dr. Wolfgang Eimer (Bereichsleiter Wissenschaft und Technik bei der SPTG) in Kooperation mit dem Landesschulamt und Lehrkräfteakademie und mit Unterstützung durch das Staatliche Schulamt Frankfurt ein **Pilotprojekt „Mathe macht stark“** eingerichtet. Sieben Schulen aus Frankfurt und Umgebung werden in den Schuljahren 2012/13 und 2013/14 dabei unterstützt, unter Berücksichtigung ihrer schulspezifischen Rahmenbedingungen „Mathe macht stark“ in den Unterricht zu integrieren (siehe Tabelle). Durch die unterschiedlichen am Pilotprojekt teilnehmenden Schularten (Haupt-, Realschule, IGS, KGS, Gymnasium) und deren Erprobungsschwerpunkte (u. a. Förderkurse in Lernzeiten oder am Nachmittag, Förderung im Rahmen des Regelunterrichts) entwickelt das Projekt „Mathe macht stark“ seinen einzigartigen Charme.

Erste Erfahrungen nach 1½-Jahren Projektlaufzeit

- Wegen der notwendigen fachdidaktischen Kenntnisse im Rahmen der Diagnostik und der Entwicklung von mathematischen Grundvorstellungen bei den Schülerinnen und Schülern ist es erforderlich, dass ausgebildete Mathematiklehrkräfte den Förderkurs durchführen.

- Die Betreuung der lernschwachen Schülerinnen und Schüler erfolgt am Besten in kleinen Gruppen von vier bis sechs Lernenden, betreut durch eine Mathematiklehrkraft.
- Für eine Implementierung des Förderangebotes sind langfristig abzusichern: **personelle Ressourcen** für die Durchführung des Förderkurses (z. B. nicht als Vertretungsreserve heranziehbar); **finanzielle Mittel** für die Ausstattung aller Schülerinnen und Schüler mit je einem personalisierten Ordner; **geeignete Räume** für die Durchführung des Förderkurses in dem die Schülerordner und haptisches Material greifbar vorhanden sind.
- Durch die spielerische Begegnung mit Mathematik und dem sehr differenzierten Lernmaterial stellen sich bei den Schülerinnen und Schüler relativ schnell Lernerfolge ein. Sie scheinen die Selbstwirksamkeitserfahrung der Schülerinnen und Schüler positiv zu verändern, so dass die Motivation wächst, sich mit Mathematik zu beschäftigen. Erfolge in Form besserer Mathematiknoten stellen sich erst langfristig ein.
- Die Lehrkräfte begegnen ihren Schülerinnen und Schülern aufgrund der Lernsituation im Förderkurs in einer anderen Rolle. Dies führt zum Teil zu einer anderen Wahrnehmung im Umgang miteinander, sowohl auf Seiten der Schülerinnen und Schüler als auch auf Seiten der Lehrkräfte.

Mitte Oktober 2014 werden die in dem Pilotprojekt „Mathe macht stark“ gemachten Erfahrungen einer breiten Öffentlichkeit und interessierten Schulen vorgestellt. Die Erfahrungen aus dem Pilotprojekt zeigen, dass „Mathe macht stark“ ein guter Ansatz ist, schwache Schülerinnen und Schüler zu ermutigen, eine zweite Chance wahrzunehmen, ihre mathematischen Grundvorstellungen zu entwickeln und zu stärken. Das Konzept bietet Lehrkräften die Gelegenheit, zukünftig noch mehr Potenziale differenziert wahrzunehmen und zu fördern, wenn die notwendigen Randbedingungen (u. a. finanzielle, personelle Absicherung) an der Schule erfüllt werden können.

Weitere Informationen erhalten Sie bei:

Dr. Wolfgang Eimer (Koordinator des Polytechnik-Preises Stiftung Polytechnische Gesellschaft)
Tel.: 069 / 789 889 – 27, E-Mail: eimer@sptg.de
Christoph Maitzen (Koordinator der Pilotprojekt „Mathe macht stark“, Landesschulamt und Lehrkräfteakademie)
Tel.: 069 / 38989 – 382, E-Mail: christoph.maitzen@lsa.hessen.de

Tabelle: Pilotschulen und deren Erprobungsschwerpunkte

Beteiligte Schulen	**Schultyp**	**Erprobungsschwerpunkte**
Hostatoschule Höchst in Frankfurt	Grund- und Hauptschule	Ca. 10 Schülerinnen und Schüler aus den Jahrgängen 5-8 nehmen in kleinen Gruppen einmal in der Woche am Förderkurs während der Wochenplanzeit teil.
Friedrich-Ebert-Schule in Frankfurt	Integrierte Gesamtschule	Ca. 10 Schülerinnen und Schüler aus Klassen 6 bis 8 nehmen an der Förderung in zwei Lernzeitstunden (6./7. Klasse) pro Woche bzw. eine Lernzeitstunde (8. Klasse) pro Woche teil. Die Förderung findet in der Lernwerkstatt statt.
IGS Herder in Frankfurt	Integrierte Gesamtschule	Ca. 15 Schülerinnen und Schüler der Jahrgangsstufe 8 und 9 haben im Lernzeitband integriert einen wöchentlichen Förderkurs.
Wöhlerschule in Frankfurt	Gymnasium	Ca. 18 Schülerinnen und Schüler der Klassen 6, 7 und 8 nehmen in kleinen Gruppen einmal pro Woche in der 7. Schulstunde im „Matheraum“ am Förderkurs teil.
Anne-Frank-Schule in Frankfurt	Realschule	Eine ganze 8. Klasse hat pro Woche eine Förderstunde im Rahmen des Regelunterrichts.
Kaiserin-Friedrich-Gymnasium in Bad Homburg	Gymnasium	Ca. 8 Schülerinnen und Schüler aus der 8. Jahrgangsstufe treffen sich in der 7./8. Stunde zum Förderkurs, der parallel zu anderen AG-Angeboten stattfindet.
Heinrich-von-Kleist-Schule in Eschborn	Kooperative Gesamtschule	Ein wöchentlicher Förderkurs für ca. 16 Schülerinnen und Schüler aus 4 Gymnasialklassen 7 findet am Freitagnachmittag statt. Ein Förderkurs für ca. 12 Schülerinnen und Schüler aus zwei Realschulklassen 6 findet einmal pro Woche parallel zum Regelunterricht statt.

Das **Lieblingsspiel** der kleinen **Zahlenjongleure**

Fliegenklatschen (Einmaleins-Training)

Material:

„1 x 1“ – Karten mit Aufgaben und Lösungskarten (10 Karten mit den Multiplikationsaufgaben, z. B. 1 x 7 bis 10 x 7 und 10 Karten mit den Lösungen, also 7, 14, ... 70); pro Spielset zwei Fliegenklatschen

Spielanleitung:

Es spielen zwei Schüler gegeneinander. Jeder Schüler bekommt eine Fliegenklatsche. Die Lösungskarten einer „1 x 1“ – Reihe werden offen auf dem Tisch verteilt. Die Aufgaben-Karten liegen als Stapel verdeckt auf dem Tisch. Jeweils im Wechsel dreht ein Schüler die oberste Karte vom Stapel um (dies kann auch eine dritte Person übernehmen). Wer zuerst mit der Fliegenklatsche die Lösungskarte auf dem Tisch abgeklatscht hat, erhält einen Punkt. Die gespielte „1 x 1“ – Karte wird unter den Stapel gelegt.

Es sollten mindestens alle „1 x 1“ – Karten vom Stapel einmal gespielt werden.

Varianten:

- Die Aufgaben-Karten werden auf dem Tisch verteilt und die Lösungskarten gestapelt.
- Es können mehrere „1 x 1“ – Reihen (z. B. die 4er und die 7er …) zu Beginn des Spiels festlegt und auf den Tisch gelegt werden.