

Rundbrief 180

2/2011

Wirtschaftsthemen für den
Mathematikunterricht



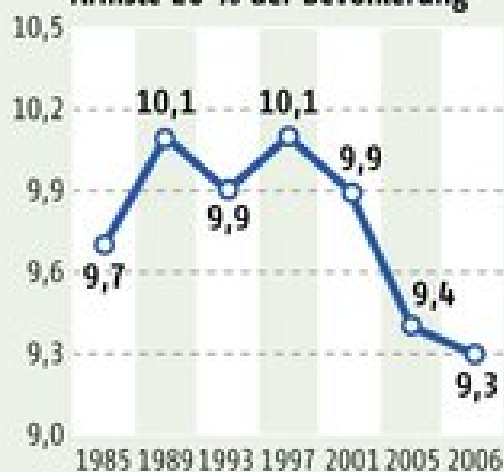
Umverteilung

Gesamtes Volkseinkommen in
Deutschland, Anteil in %

Reichste 20 % der Bevölkerung



Ärmste 20 % der Bevölkerung



*) 1985 bis 1989 nur Westdeutschland

Quelle: Destatis

FR/Budziak

Inhaltsverzeichnis

Wirtschaftsthemen für den Mathematikunterricht	3
1. Änderung von Anteilen – Prozente oder prozentual?	4
Bio-Boom vorbei?	4
Arbeitnehmer melden sich öfter krank	5
2. Lohnabschlüsse – wie ist die Laufzeit zu bewerten?	6
3. Statistikvereinbarungen – wie ist zu vergleichen?	8
Ostern eiert und der Automarkt stottert	8
Bruttoinlandsprodukteinbruch – vielfach verrechnet	9
4. Armut – wer gilt als arm?	13
Armut wächst in Deutschland	13
Armutsquoten	14
5. China und Amerika	15
Wachstumsdaten	15
Schulden und Reserven	16
Das Inflationsrisiko	17
6. Löhne- und Kostenentwicklung	18
Einkommen, Jobs, Wachstum	18
Lohnplus	20
Mehr Jobs je Einheit Wachstum?	21
Mehr Umsatz, weniger Jobs	23
Verdienst und Arbeitsstunden	24
7. Das "neue, deutsche Wirtschaftswunder"	26
Teilzeitbeschäftigte	26
Das Minijobwunder	28
Erwerbspersonenzahl	30
8. Interessegeleitete Datenreihenauswertung	32
9. Wachstum oder Wohlstand	34

Impressum

Der MUED-Rundbrief erscheint vier Mal im Jahr in Appelhülsen.

MUED e.V., Bahnhofstr.72, 48301 Appelhülsen
Tel. 02509 / 606, Fax 02509 / 996516
e-mail: mued.ev@mued.de, <http://www.mued.de>

Redaktion dieses Rundbriefs: Heinz Böer
Redaktion des nächsten Rundbriefs: Volker Eisen

Wirtschaftsthemen für den Mathematikunterricht

Hand aufs Herz: Blätterst du beim Wirtschaftsteil der Zeitung schnell weiter? – Zu langweilig? Zu unverständlich? Aber gerne wüsstest du doch, welche "Bereinigungen" das statistische Bundesamt vornimmt, bevor die Zeitung seine Daten zitiert; wie ein 16-monatiger Tarifabschluss auf die normalen 12 Monate umgerechnet wird; wie die Einkommensschere sich entwickelt; wie mit Prozentpunkten und Prozentsätzen umgegangen wird... Und das alles sollten zudem Schülerinnen und Schüler im allgemeinbildenden Unterricht der Sekundarstufe I kennengelernt und verstanden haben, denn diese Wirtschaftsstatistiken begegnen und betreffen jeden und jede. – Eine zentrale Aufgabe des Mathematikunterrichts! Wenn solche Themen nicht im Mathematikunterricht behandelt werden, dann nirgendwo.

Das geht nicht immer im normalen Mathematikunterricht, aber immer öfter. Suche nicht nach Hinderungsgründen für die Behandlung entsprechender Fragestellungen. Da säuft man im Sumpf der ungünstigen Bedingungen ab. Suche nach den Stellen, die eine Bearbeitung solcher Themen möglich machen, und nutze diese.

Mit den Beispielen ziele ich auf die Klassen 7 bis 10, also auf den Unterricht, an dem jede Schülerin und jeder Schüler noch teilnimmt. Es geht zentral immer um Prozentrechnung "auf höherem Niveau". Die meisten Themen können vom mathematikfachsystematischen Hintergrund her bereits in der Klasse 7/8 bearbeitet werden. Sie passen als Training der Argumentationskompetenz und als verständige Auseinandersetzung mit der Problematik häufig erst später. Als aufklärende Behandlung eines Themas passt die Auseinandersetzung immer dann, wenn das Thema aktuell ist und sich in der Klasse einsichtig vermittelt lässt.

Ich habe nur Beispiele aufgenommen, die ich selber in der Zeitung gelesen habe – durch Zitate in den Kästen belegt. Die Fragestellungen und Bearbeitungen sind als Anregungen gedacht – häufig nicht unmittelbar für Schülerinnen und Schüler geeignet. Aber sie sind hoffentlich zumindest als Unterrichtsleitfaden zu nutzen.

Einige Materialien habe ich ausführlicher bearbeitet. Alle stehen in der MUED-Datenbank zur Verfügung. Die UE-Nummer steht jeweils dabei.



1. Änderung von Anteilen – Prozente oder prozentual?

• Bio-Boom vorbei?

(7/8-01-17)

Der Bio-Boom ist vorbei, tönt es hämisch – aber ist das wirklich so? Die Tatsachen lassen einen ganz anderen Schluss zu. Zwar sind die zweistelligen Zuwächse Geschichte, der Umsatz von Bio-Lebensmitteln ist im vergangenen Jahr erstmals zurückgegangen, und zwar um ein Prozent.

Aber das Minuszeichen verstellt den Blick auf die Gesamtlage. Der Lebensmittelmarkt ist mehr als doppelt so stark eingebrochen, was zu der simplen Erkenntnis führt: Bio hat seinen Anteil am Kuchen noch einmal ein Stückchen vergrößern können.

Frankfurter Rundschau, 22.02.2010

Fragestellung: Zeige an Beispieldaten den Sachverhalt, erlautere ihn.

Bearbeitung:

Beispieldaten

Gesamtausgaben für Lebensmittel: 50 (Geldeinheiten, z. B. Mio. € oder Mrd. €)

Ausgaben für Bio-Lebensmittel: 20

Anteil der Bio-Lebensmittel an allen Lebensmitteln: $20 : 50 = 40 \%$

Änderungen gegenüber dem Vorjahr: -2,5 % insgesamt, -1 % Bio wegen "mehr als doppelt so stark"

Gesamt-Ausgaben im nächsten Jahr: $50 \cdot 0,975 \approx 48,75$

Bio-Lebensmittel: $20 \cdot 0,99 \approx 19,8$

Anteil der Bio-Lebensmittel an allen Lebensmitteln: $19,8 : 48,75 \approx 40,6 \%$

Erläuterung

Trotz absoluter Abnahme von 20 auf 19,8 Geldeinheiten (oder -1 %) hat der Anteil der Bio-Lebensmittel von 40 % um 0,6 % auf 40,6 % zugelegt, denn die Gesamtausgaben für Lebensmittel sind stärker gefallen (von 50 auf 48,75 Geldeinheiten oder -2,5 %).

- **Arbeitnehmer melden sich öfter krank**

(08-04-09)

Der Krankenstand bei den Arbeitnehmern ist im ersten Halbjahr dieses Jahres auf den höchsten Stand seit fünf Jahren gestiegen. Insgesamt waren 3,58 Prozent der Beschäftigten krankgeschrieben, im Vergleichszeitraum des Vorjahres waren es 3,24 Prozent. Dies entspricht einer Steigerung um 10,5 Prozent, sagte gestern ein Sprecher des Bundesgesundheitsministeriums. Arbeitsmarktexperten zufolge sind dafür neben saisonalen Einflüssen vor allem die verbesserte konjunkturelle Situation der vergangenen Monate verantwortlich. Dagegen gehen die Krankenstände in Krisenzeiten meist zurück, weil die Arbeitnehmer fürchten, durch Krankschreibungen den Job zu gefährden.

Westfälische Nachrichten, 20.07.2010

Fragestellung: "Der Prozentsatz steigt um $3,58\% - 3,24\% = 0,34\%$ und nicht um 10,5%." Nimm Stellung.

Bearbeitung

Der Krankschreibungsanteil steigt tatsächlich nur um 0,34 Prozentpunkte. Man kann aber auch die Steigerung der Prozentpunkte von 3,24 auf 3,58 prozentual berechnen:

$$\frac{3,58}{3,24} \approx 1,1049 \text{ bzw. } + 10,5\%$$

Beide Aussagen stimmen: Der Prozentsatz ist um 0,34 % gestiegen. Die Prozentpunkte sind um 10,5 % gestiegen. Je nachdem, was man betonen will, wählt man den kleineren oder den größeren Wert; also Vorsicht mit solchen Zahlen und den investierten Interessen in die Zahlveröffentlichung.

2. Lohnabschlüsse – wie ist die Laufzeit zu bewerten?

Neuer Tarifvertrag bei VW: 3,2 Prozent mehr Geld bei VW
Volkswagen und IG Metall haben sich fast geräuschlos auf eine klare Lohnsteigerung geeinigt: Die 100 000 Beschäftigten in den sechs westdeutschen Werken und der Finanzsparte bekommen ab Mai 3,2 Prozent mehr Geld sowie eine Einmalzahlung von einem Prozent eines Jahresentgelts. Die Einmalzahlung soll mindestens 500 Euro betragen.

Westfälische Nachrichten, 09.02.2011

Hinweise: Der Tarifvertrag läuft über 16 Monate, d. h. erst nach 16 Monaten wird über die nächste Lohnerhöhung verhandelt. Nimm für die Rechnungen und Überprüfungen an, dass alle VW-Beschäftigten mit Weihnachts- und Urlaubsgeld insgesamt 13 Monatslöhne erhalten.

(9/10-03-04)

Fragestellungen und Bearbeitungen

Schüler/innen berechnen mit den Daten aus dem Kasten oben etwa den Verdienst über die gesamte Laufzeit ohne und mit Lohnerhöhung und bestimmen die Lohnerhöhung im Durchschnitt pro Monat absolut und relativ für einen mittleren Verdienst von 3500 Euro.

Sie ermitteln an Beispielen Unterschiede in der Einmalzahlung und berechnen dann das Einkommen, ab dem die Einmalzahlung 500 Euro überschreitet.

Sie berechnen und erläutern die absolute und relative Lohnerhöhung über die Gesamtlaufzeit für ein geringes Einkommen (2000 €) und ein hohes Einkommen (20 000€).

Insgesamt läuft der Tarifvertrag über 16 Monate. Das ist wichtig, denn ein Lohnabschluss ist umso weniger wert, je länger die Laufzeit des Tarifvertrags ist. Bekämen Beschäftigte im Januar 2011 vier Prozent mehr Geld und der Tarifvertrag lief zwei Jahre, würde das bedeuten, dass die Leute 2012 gar keine Lohnerhöhung erhalten. ... Die Volkswirte der Commerzbank ... haben sich für jeden einzelnen Monat angeschaut, wie viel mehr Geld die VW-Beschäftigten im Vergleich zum Vorjahresmonat erhalten. Daraus haben sie dann das durchschnittliche Plus berechnet. Das Ergebnis: Im Schnitt erhalten die Arbeitnehmer 2,6 Prozent mehr Gehalt. Der so errechnete Zuschlag ist also deutlich niedriger als die 3,2 Prozent, weil der Tarifvertrag länger als ein Jahr läuft.

Frankfurter Rundschau, 09.02.2011

Fragestellungen

- a) Nimm an, die VW-Beschäftigten hätten den Tarifvertrag über 12 Monate abgeschlossen, dann neu verhandelt und wieder denselben Aufschlag von p % auf den Lohn ausgehandelt (allerdings ohne erneute Einmalzahlung).

Rechne für einen Monatsverdienst von 2000 € aus, welches p zum gleichen Ergebnis von 35 588 € in 16 Monaten (wie oben berechnet) geführt hätte.

Tipp: Vereinfache die Gleichung, indem du z für den Zunahmefaktor $1 + p/100$ einsetzt.

- b) Wiederhole die Rechnung für ein Einkommen von 20 000 € im Monat, bei dem sich (wie oben berechnet) in 16 Monaten 353 480 € ergab.
 c) Verallgemeinere die Rechnung, indem du mit einem Monatseinkommen M und der Einmalzahlung E rechnest.

Bearbeitungen

$$\text{a) } \underbrace{2000 \cdot z \cdot 13}_{\text{erhöhtes Jahreseinkommen}} + \underbrace{500}_{\text{Einmalzahlung}} + \underbrace{2000 \cdot z^2 \cdot 4}_{\text{Einkommen für 4 Monate, 2 x erhöht}} = 35\,588$$

$$8000z^2 + 26\,000z - 35088 = 0$$

$$z^2 + 3,25z - 4,368 = 0$$

$$z = -1,625 + \sqrt{1,625^2 + 4,368}$$

$$z \approx 1,0258 \approx 1,026$$

$$p \% \approx 2,6 \%$$

Der Lohnabschluss bei VW entspricht einem Zuschlag von 2,6 % bei 12-monatiger Laufzeit – für ein Einkommen von 2000 € monatlich.

Die Einmalzahlung wird auf beiden Seiten der Gleichung nur einmalig für den gesamten Zeitraum von 16 Monaten gerechnet; auch in den folgenden Rechnungen.

$$\text{b) } 20\,000 \cdot z \cdot 13 + 20\,000 \cdot 13 \cdot 0,01 + 20\,000 \cdot z^2 \cdot 4 = 353\,480$$

$$80\,000z^2 + 260\,000z - 350\,880 = 0$$

$$z^2 + 3,25z - 4,368 = 0$$

$$z \approx 1,026$$

$$p \% \approx 2,6 \%$$

Für ein Monatseinkommen von 20 000 € gilt dieselbe prozentuale Zunahme.

$$\text{c) } M \cdot z \cdot 13 + E + M \cdot z^2 \cdot 4 = M \cdot 17 \cdot 1,032 + E \quad | -E -17,544 M$$

$$4M \cdot z^2 + 13M \cdot z - 17,544M = 0 \quad | : M$$

$$4z^2 + 13z - 17,544 = 0 \quad | : 4$$

$$z^2 + 3,25z - 4,368 = 0$$

Es ergibt sich – unabhängig vom Monatseinkommen und von der Einmalzahlung – immer $p \% = 2,6 \%$. Die Berechnung der Commerzbank stimmt.

3. Statistikbereinigungen – wie ist zu vergleichen?

- **Ostern eiert und der Automarkt stottert**

(08-04-09)

Lebenszeichen am deutschen Automarkt? Als der Verband der Automobilindustrie (VDA) die Neuzulassungen für April meldete, schien es, als zöge der Konsum nun endlich an. (...) Zunächst die nackten Zahlen: Die Zulassungen stiegen gegenüber dem Vorjahresmonat um ein Fünftel auf 318 000 Fahrzeuge an. (...) Die Crux dabei ist die fehlende Saisonbereinigung. Da Ostern im Gegensatz zum vergangenen Jahr schon im März gefeiert wurde, hatte der April drei Arbeitstage mehr. Allein das erklärt fast den gesamten Zuwachs. Nimmt man den aussagekräftigeren Zweimonatsvergleich März/April schrumpft das Plus...

Frankfurter Rundschau, 06.05.2008

Fragestellungen und Bearbeitungen

Allein die Anzahl der Arbeitstage macht von den 20 % Erhöhung ("... stiegen gegenüber dem Vorjahresmonat um ein Fünftel ... an.") schon 15,8 % aus. Im April 08 gab es nämlich 22 Arbeitstage, im April 07 nur 19 und $\frac{22}{19} = 1,158$ bzw. + 15,8 %.

Die Behauptung "Allein das erklärt fast den gesamten Zuwachs." ist aber deutlich zu hoch gegriffen.

Übrigens: Die Arbeitstage im März 08 lagen 13,6 % niedriger als März 07, denn $\frac{19}{22} \approx 0,864$ bzw. -13,6 %.

• Bruttoinlandsprodukteinbruch – vielfach verrechnet

(9/10-03-06)

Größter Konjunkturunbruch der Nachkriegszeit: -5 %. Die deutsche Wirtschaftsleistung ist 2009 im Jahresdurchschnitt um fünf Prozent geschrumpft. Das ist erschreckend. Der starke Rückgang des BIP im Krisenjahr 2009 ist vor allem die Folge des drastischen Einbruchs zu Jahresbeginn. Dieser drückt den Jahresdurchschnitt ins Minus. Im zweiten und dritten Quartal wuchs das BIP wieder und im vierten dürfte es nach Schätzung des Statistischen Bundesamts gegenüber dem Vorquartal stagniert haben.

Frankfurter Rundschau, 14.01.2010

Fragestellungen

Alle Infos stammen vom Statistischen Bundesamt.

I: Info: Die realen Werte des Bruttoinlandsproduktes

Quartal	I/08	II/08	III/08	IV/08	I/09	II/09	III/09	IV/09
BIP in Mrd. €	609,7	625,8	634,4	626,1	579,5	589,5	616,0	619,3

Prüfe den behaupteten Konjunkturunbruch.

II: Info: Die saison- und kalenderbereinigten BIP-Quartalswerte

Es gibt saisonale Schwankungen und verschiedene Arbeitstagezahl in den Quartalen. Diese Effekte wurden "herausgemittelt" (siehe auch 3.1)

Quartal	I/08	II/08	III/08	IV/08	I/09	II/09	III/09	IV/09
BIP in Mrd. €	626,4	626,3	625,3	614,4	593,4	598,1	606,8	603,8

Prüfe den behaupteten Konjunkturunbruch erneut.

III: Info: Der Preisindex (Bezug 2000 → 100): 2008 - 109,75; 2009 - 111,4
Gleiche bzw. gleichwertige Waren werden in späteren Jahren i. d. R. teurer, stellen aber denselben Wert dar. Der angegebene Preisindex muss, um vergleichen zu können, auf einen gemeinsamen Anfangswert (hier auf das Jahr 2000) rückgerechnet werden.

- Verändere die Jahresdaten aus II zu preisbereinigten Werten.
- Prüfe die Überschrift für die saison-, kalender- und preisbereinigten Werte.

IV. Statistischer Überhang für das Folgejahr

Info: Preis-, kalender-, saisonbereinigte BIP-Quartalswerte

Quartal	I/08	II/08	III/08	IV/08	I/09	II/09	III/09	IV/09
BIP in Mrd. €	574,5	571,2	569,4	555,5	535,9	538,2	542,2	543,2

Will jemand, sobald das letzte Quartal von 2008 bekannt ist (weitere noch nicht), eine Prognose für 2009 erstellen, so nimmt er häufig an: "Es bleibt alles so, wie es am Ende war." Er rechnet damit, dass das BIP alle 4 Folgequartale wie IV/08 bleibt. Unter der Voraussetzung würde das BIP für 2009 auf $4 \cdot 555,5 \text{ Mrd. €} = 2222 \text{ Mrd. €}$ kommen. Gegenüber dem BIP von

2008 mit 2270,6 Mrd. € wäre es um 2,1 % gefallen – und das, obwohl sich das BIP gegenüber dem letzten Quartal von 2008 überhaupt nicht geändert hätte. Das nennt man den statistischen Unterhang. Ist der Prozentsatz positiv, so wird er statistischer Überhang genannt.

Die Experten der Behörde in Wiesbaden taxieren den Überhang mit aller Vorsicht auf etwa 0,5 Prozent. Stimmt ihre Schätzung, dann wird es im laufenden Jahr ein "Wirtschaftswachstum" im Jahresdurchschnitt von diesen 0,5 Prozent selbst dann geben, wenn das Bruttoinlandsprodukt 2010 in allen Quartalen unverändert bleiben sollte. Würde die deutsche Wirtschaft nicht stärker zulegen, dann wäre das Plus also nicht das Ergebnis des konjunkturellen Verlaufs in diesem Jahr, sondern ein rechnerischer Aufschlag aus dem Vorjahr oder eine Art Startkapital. Und daher nicht überzubewerten. So gesehen hat das historische Krisenjahr 2009 auch sein Gutes. Denn noch im vergangenen Jahr hatte es einen "statistischen Unterhang" aus 2008 von rund zwei Prozent gegeben. Ein Unterhang, das rechnerische Gegenstück zum Überhang, wirkt wie ein Abschlag auf das Wirtschaftswachstum im folgenden Jahr oder wie eine Art Hypothek.

Frankfurter Rundschau, 14.01.2010

- a) Erläutere mit deinen Worten die Bedeutung des statistischen Unter- bzw. Überhangs.
- b) Passt die Angabe zum statistischen Unterhang aus 2008 im Artikel?
- c) Berechne den Überhang/Unterhang des Quartals IV/09. Beurteile die Schätzung, von der im Artikel die Rede ist.
- d) Erläutere, was die Zahl aus c) bedeutet.

V. Statistischer Über- bzw. Unterhang für jedes Quartal

Ist nur der Wert des ersten bis dritten Quartals eines Jahres bekannt, so geht es um eine Prognose für dasselbe Jahr. Sind alle 4 Quartalswerte bekannt, soll das nächste Jahr abgeschätzt werden.

- ★ Ist das 1. Quartal eines Jahres bekannt, so wird es für die Prognose mit 4 multipliziert. Der Wert wird wieder mit dem Vorjahreswert (Summe der 4 Jahresquartale) verglichen.
- ★ Sind Quartal 1 und 2 bekannt, so wird der 2. Wert für die beiden folgenden Quartale angenommen.
- ★ Sind drei Quartale bekannt, so wird nur noch das dritte dupliziert, um den Jahreswert mit dem Vorjahr zu vergleichen.
- ★ Sind alle 4 Quartale bekannt, so wird der statistische Überhang (als Prognose für das nächste Jahr) berechnet, wie in IV erläutert.
- Berechne für die Quartale I/09, II/09, III/09 jeweils den statistischen Über- bzw. Unterhang.

VI. Erläutere die folgenden Zitate:

a) Die Berechnungen des statistischen Bundesamtes

Der so genannte Überhang ist eine hochgerechnete Jahreszuwachsrate für das laufende Kalenderjahr unter der Annahme, dass das erreichte saisonbereinigte Vierteljahresniveau auch für den Rest des Jahres gilt. Der Überhang im vierten Quartal trifft dieselbe Aussage für das nachfolgende Kalenderjahr. Gerechnet wurde wie folgt:

1. Vj: $[SP. 3 (1 Vj) \times 4 / SP. 3 (Summe \text{ des Vorjahres}) - 1] \times 100$
2. Vj: $\{[Sp.3(1.Vj) + Sp. 3 (2.Vj) \times 3] / Sp.3 (Summe \text{ des Vorjahres}) - 1\} \times 100$
3. Vj: $\{[Sp. 3 (1. Vj) + Sp. 3 (2. Vj) + Sp. 3 (3. Vj) \times 2] / Sp. 3 (Summe \text{ des Vorjahres}) - 1\} \times 100$
4. Vj: $[Sp. 3 (4. Vj) \times 4 / Sp. 3 (Summe \text{ des Vorjahres}) - 1] \times 100$

Statistisches Bundesamt, Methodische Erläuterungen zur Fachserie 18, Reihe 1.3

(1 Bruttoinlandsprodukt, preisbereinigt; 1.2 Kompetenzzerlegung nach Census X-12-ARIMA

Vj. steht für Vierteljahr. In Spalte 3 stehen die saison-, kalender- und preisbereinigten Quartalswerte.

b) Die prozentuale Differenz

Die prozentuale Differenz zwischen dem absoluten Wert der im vierten Quartal hergestellten Güter und dem absoluten Durchschnittswert des gesamten Jahres 2009 wird als der statistische oder auch rechnerische Überhang bezeichnet.

Frankfurter Rundschau, 14.01.2010

- c) Schüler/innen-Kommentar: "Die Statistiker spinnen ja wohl. Da bleibt das BIP auf konstantem Niveau und doch steigt es?"

Bearbeitungen

- I. BIP 2008: $(609,7 + 625,8 + 634,4 + 626,1)$ Mrd. € = 2496 Mrd. €;
BIP 2009: 2404,4 Mrd. €

$$\frac{2404,4 \text{ Mrd. €}}{2496,0 \text{ Mrd. €}} \approx 0,963; \text{ also } -3,7 \%$$

Die Überschrift behauptet eine größere Abnahme.

- II. Saison- und kalenderbereinigtes BIP 2008: 2492,4 Mrd. €
2009: 2402,1 Mrd. €

$$\frac{2402,1 \text{ Mrd. €}}{2492,4 \text{ Mrd. €}} \approx 0,964; \text{ also } -3,6 \%$$

Auch die saison- und kalenderbereinigten BIP-Werte passen nicht zur Überschrift.

- III a) Saison-, kalender-, preisbereinigtes BIP

Jahr	2008	2009
BIP in Mrd. €	2271,0*	2156,3

$$* 2008: 2492,4 \text{ Mrd. €} : 1,0975 \approx 2270,979 \text{ Mrd. €} \approx 2271,0 \text{ Mrd. €}$$

b) $\frac{2156,3 \text{ Mrd. €}}{2271,0 \text{ Mrd. €}} \approx 0,94969 \approx -5,05 \%$

Mit den saison-, kalender- und preisbereinigten BIP-Werten passt die Überschrift. Auf die bezieht sich vermutlich der Artikel.

IV a) Der statistische Unter- bzw. Überhang gibt an, um wie viel Prozent das letzte Quartal eines Jahres über oder unter dem Quartalsdurchschnitt des Jahres liegt.

b) In dem vorgerechneten statistischen Unterhang des 4. Quartals 2008 ergab sich -2,1 %. Das deckt sich in etwa mit der Angabe des Zeitungsartikels: "Denn noch im vergangenen Jahr hatte es einen "statistischen Unterhang" aus 2008 von rund zwei Prozent gegeben."

c) $\frac{4 \cdot 543,2}{535,9 + 538,2 + 542,2 + 543,2} \approx 1,00616 \text{ bzw. } +0,6 \%$

Die Schätzung im Artikel liegt mit "etwa 0,5 Prozent" nah am tatsächlichen Wert.

d) Wenn das BIP vollkommen stagniert, heißt: sich gegenüber IV/09 in den nächsten Quartalen nichts ändert, dann nimmt das BIP 2010 trotzdem gegenüber 2009 um 0,6 % zu (weil das 4. Quartal 2009 nämlich 0,6 % über dem Quartals-Durchschnitt des Jahres 2009 liegt).

V. I/09: $\frac{4 \cdot 535,9}{574,5 + 571,2 + 569,4 + 555,5} \approx 0,944 \text{ bzw. } -5,6 \%$

II/09: $\frac{535,9 + 3 \cdot 538,2}{2270,6} \approx 0,9467 \text{ bzw. } -5,3 \%$

III/09: $\frac{535,9 + 538,2 + 2 \cdot 542,2}{2270,6} \approx 0,9506 \text{ bzw. } -4,9 \%$

IV/09: s. o. IVc): +0,6 %.

VI a) Das genau ist in Info IV bzw. V beschrieben.

"-1" und "x 100" ordnet dem Faktor jeweils den Prozentsatz zu samt Vorzeichen.

b) $\frac{4 \cdot Qu\ 4}{Qu\ 1 + Qu\ 2 + Qu\ 3 + Qu\ 4} = \frac{Qu\ 4}{\frac{Qu\ 1 + Qu\ 2 + Qu\ 3 + Qu\ 4}{4}}$, da nur durch 4 gekürzt wurde. Der erste Bruch ist in Info IV beschrieben, der zweite im Artikel.

c) Als konstant wird in der Prognose (nur) der letzte bekannte Quartalswert angenommen. Liegt der höher als der Durchschnitt aller bekannten Quartalswerte des Jahres, so wird auch ein höherer Jahreswert prognostiziert. Also: konstant ist richtig, steigend auch – aber nicht dieselbe Größe!

4. Armut – wer gilt als arm?

- Armut wächst in Deutschland

(9/10-03-04)

Armutsrisikoschwelle ausgewählter Haushaltstypen im Jahr 2008

	Bedarfssatz nach neuer OECD-Skala	Armutsschwelle: ¹ Nominal in Euro je Monat
1 Personen-Haushalt	1,0	925
Ehe-/Paar ohne Kinder	1,5	1 388
Ehe-/Paar mit 1 Kind	1,8	1 665
Ehe-/Paar mit 2 Kindern	2,1	1 943
Ehe-/Paar mit 3 Kindern	2,4	2 220
Alleinerziehende mit 1 Kind	1,3	1 203
Alleinerziehende mit 2 Kindern	1,6	1 480

¹ Der Median der nominalen bedarfsgewichteten Haushalts-Nettoeinkommen des Vorjahres betrug 18 500 Euro oder 1 542 Euro pro Monat.

Quelle: SOEP.

DIW Berlin 2010

Nach der Vereinigung 1990 lag der "Anteil der von relativer Einkommensarmut Betroffenen" (DIW) bei rund zwölf Prozent. Im Gefolge des wirtschaftlichen Aufschwungs in den 90er Jahren sank diese Quote auf 10,3 Prozent. In den vergangenen zehn Jahren kletterte der Anteil der Armen an der Gesamtbevölkerung allerdings wieder auf einen Stand von 14 Prozent 2008. In absoluten Zahlen bedeutet dies, dass 11,5 Millionen Bundesbürger – das sind rund ein Drittel mehr als noch 1999 – als arm gelten.

Dabei sind Kinder und junge Erwachsene besonders betroffen, so das Ergebnis der DIW-Studie. Weit überdurchschnittlich sei jedoch das Risiko abzurutschen bei den Alleinerziehenden.

Als arm gilt jemand, dessen Haushaltseinkommen weniger als 60 Prozent des Mittelwerts beträgt. Das DIW erhebt dazu alljährlich eigene Daten im Rahmen des Sozioökonomischen Panels (SOEP: Befragung von 10 000 Haushalten).

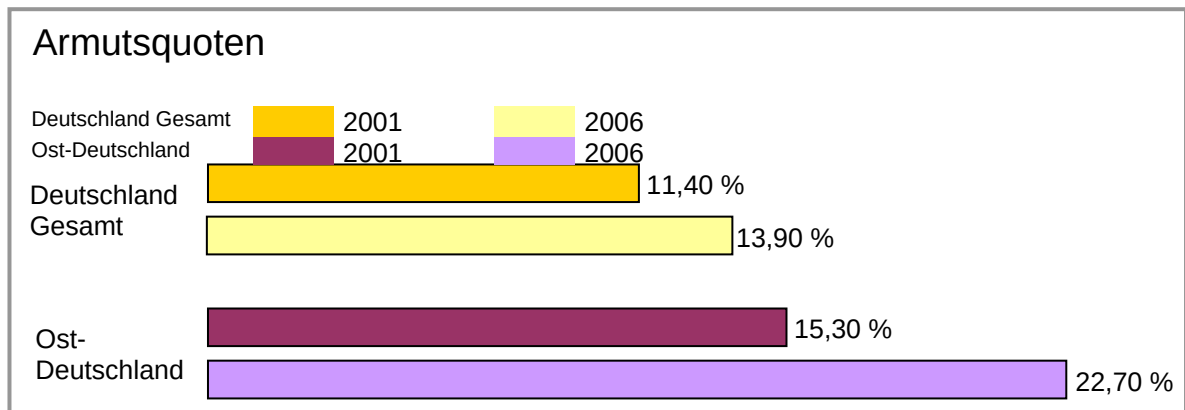
Frankfurter Rundschau, 18.02.2010

Fragestellungen und Bearbeitungen

Es liegt nahe, "11,5 Millionen" und "rund ein Drittel mehr" zu prüfen und die Definition von Armut zu entnehmen. Für die ausgewählten Haushaltstypen der Grafik lässt sich dann die Armutsschwelle berechnen und mit der Tabelle und vergleichen. Interessant ist noch, wie der Bedarf für einen weiteren Erwachsenen, wie der für ein (weiteres) Kind gewählt ist.

• Armutsquoten

(9/10-03-04)



Frankfurter Rundschau, 15.09.2009

Info: In Ost-Deutschland leben 2001 und 2006 rund 18 Mio., in Deutschland gesamt rund 82 Mio. Menschen.

Fragestellungen

- a) Welche Werte erwartest du für die Armutsquote im Westen, über oder unter der Gesamtquote für Deutschland?
Begründe deine Meinung.
- b) Begründe, bei welchem Wert du die Quote schätzen würdest.
- 2 Berechne die Armutsquote für den Westen im Jahr 2001 und 2006.
- 3 a) Beschreibe die Entwicklungen der Quote im Osten und Westen.
b) Vergleiche sie miteinander.

Bearbeitungen

- a) Da die Gesamtquote der Mittelwert aus Ost- und West-Daten ist und Ost-Deutschland über der Gesamtquote liegt, muss Westdeutschland darunter liegen.
- b) Die Quote wird knapp unter der Gesamtquote liegen, da Westdeutschland eine viel größere Bevölkerung hat als Ostdeutschland. Die Armutsquoten werden mit dem Bevölkerungsanteil gewichtet.
- 2 x: Armutsquote in Westdeutschland
 - 2001: $15,3 \% \cdot \frac{18}{82} + x \cdot \frac{64}{82} = 11,4 \%$
 $x \approx 10,9 \%$
 - 2006: $22,7 \% \cdot \frac{18}{82} + x \cdot \frac{64}{82} \approx 13,3 \%$
 $x \approx 11,4 \%$
- 3 a), b) Die Armutsquote in Ostdeutschland nimmt um 7,4 Prozentpunkte stark zu von 15,3 % auf 22,7 %. Die Quote in Westdeutschland steigt mit 1,1 Prozentpunkten deutlich weniger von 10,3 % auf 11,4 %. Liegt die ostdeutsche Quote 2001 bei rund dem 1,5-fachen der Westquote, so ist sie 2006 auf etwa das Doppelte gestiegen.

5. China und Amerika

• Wachstumsdaten

(10-05-04)

Das chinesische Wirtschaftswachstum ist zwar erheblich niedriger als vor der Krise, liegt aber weiterhin deutlich über dem der Vereinigten Staaten: Der Unterschied beträgt 7 Prozent pro Jahr (2009 lag die Differenz bei etwa 10 Prozent).

Bei diesem Wachstumstempo halbiert sich der Abstand zum BIP der USA alle zehn Jahre. Außerdem wird China innerhalb der nächsten 25 Jahre wahrscheinlich die stärkste Volkswirtschaft Asiens werden, und die Wirtschaftsleistung Asiens wird vermutlich die der Vereinigten Staaten übertreffen.

aus: Josef Stiglitz, Im freien Fall, München 2010, Seite 290

Fragestellungen

1. Zeige an einem Beispiel, dass die Behauptung über die Halbierung des Abstands nicht immer stimmt.
2. Info: BIP (USA 2009) $\approx$ 14,3 Bio. \$; BIP (China 2009) $\approx$ 4,9 Bio. \$
(wikipedia 18.11.2010)
Prüfe, ob die Behauptung für die aktuellen Daten von USA und China zutreffen.

Bearbeitungen

1. "Bei diesem Wachstumstempo halbiert sich der Abstand zum BIP der USA alle zehn Jahre." – Die Behauptung ist falsch.
Gegenbeispiel:
BIP 1 = 10; BIP 2 = 1000; Wachstum $p_1 = 9\%$; $p_2 = 2\%$ (7 % Differenz)
Abstand zu Beginn: $1000 - 10 = 990$
Nach 10 Jahren:
 $\text{BIP 1} \cdot 1,09^{10} \approx 10 \cdot 2,37 = 23,7$
 $\text{BIP 2} \cdot 1,02^{10} \approx 1000 \cdot 1,22 = 1220$
Abstand nach 10 Jahren: $1220 - 23,7 = 1196,3$
Der Abstand ist nicht geringer geworden, sondern hat sogar zugenommen.
2. BIP-Abstand USA/China 2009: $(14,3 - 4,9) \text{ Bio. \$} = 9,4 \text{ Bio. \$}$
Für $p_U = 2\%$ (USA) bzw. $p_C = 9\%$ (China) ergibt sich in 10 Jahren der Abstand:
 $14,3 \cdot 1,02^{10} - 4,9 \cdot 1,09^{10} \approx 5,8 \text{ Bio. \$}$
Für $p_U = 1\%$, $p_C = 8\%$ ergibt sich 5,2 Mio. \$.
Für $p_U = 3\%$, $p_C = 10\%$ ergibt sich 6,5 Mio. \$.
Die drei Wachstumspaare (mit 7 % Unterschied) bewirken alle keine Halbierung des BIP-Abstandes, der nur noch 4,7 Bio. \$ betragen dürfte. Aber klar wird, dass mit kleineren p-Werten die Differenz kleiner wird. Probieren ergibt, dass die Differenz bei $p_U = 0,1\%$ und $p_C = 7,1\%$ die Differenz von 2009 halbiert: $14,3 \cdot 1,001^{10} - 4,9 \cdot 1,971^{10} \approx 4,7$.

Nehmen wir die Vereinigten Staaten, deren Bundesverschuldung sich bald 70 Prozent des Bruttoinlandsprodukts (BIP) nähern wird; selbst bei einer maßvollen Verzinsung von 5 Prozent wird die Bedienung dieser Schulden 3,5 Prozent des BIP beanspruchen, etwa 20 Prozent der Steuereinnahmen des Bundes. Das bedeutet, dass die Steuern erhöht und/oder die Ausgaben gekürzt werden müssen. In einer solchen Situation bleiben in der Regel die Investitionen auf der Strecke – mit der Folge, dass die gesamtwirtschaftliche Produktion in der Zukunft zurückgeht. Andererseits nützen hohe Zinsen Ländern mit hohen Ersparnissen. Nehmen wir China, dessen Devisenreserven sich mittlerweile auf über zwei Billionen Dollar belaufen. Bei einer Verzinsung von 5 Prozent wirft diese Summe 100 Milliarden Dollar an Kapitalerträgen ab. Konzentriert man sich auf die Zahlungen der Vereinigten Staaten an China, so überweisen die USA bei einem Zins von 1 Prozent lediglich 15 Milliarden Dollar pro Jahr an China. Bei 5 Prozent Zinsen müssen die USA alljährlich auf die US-Anleihen im Wert von 1,5 Billionen Dollar, die China hält, 75 Milliarden Dollar Zinsen an China zahlen.

aus: Josef Stiglitz, Im freien Fall, München 2010, Seite 247/248

Fragestellungen

- 1 a) Erläutere den Aufwand "für die Bedienung d(ies)er Schulden."
- b) Welchen Anteil haben die Steuereinnahmen des Bundes am BIP?
- 2 a) Wie hoch liegen die genannten Devisenreserven Chinas? Wie hoch die US-Anleihen, die China besitzt?
- b) Prüfe die Angabe zu den Zinserträgen auf Chinas gesamte Devisenreserven.
- c) Rechne die Angaben zu den Zinserträgen auf die US-Anleihen Chinas nach.

Bearbeitung

- 1 a) Verschuldung: $\text{BIP} \cdot 0,7$; Zinsen dafür: $\text{BIP} \cdot 0,7 \cdot 0,05 = \text{BIP} \cdot 0,035$
Allein für die Zinsen (kein Abbau der Schulden!) sind 3,5 % des BIP nötig bei einem Zinssatz von 5 %.
- b) $3,5 \% \cdot \text{BIP} = 20 \% \text{ Steuereinnahmen}$
 $\text{Steuereinnahmen} = 17,5 \% \cdot \text{BIP}$
Die Steuereinnahmen machen 17,5 % des BIP aus.
- 2 a) China hat "über zwei Billionen Dollar" Devisenreserven, davon sind 1,5 Billionen Dollar US-Anleihen.
- b) $5 \% \cdot 2 \text{ Bio. \$} = 0,05 \cdot 2 \cdot 10^{12} \$ = 1 \cdot 10^{11} \$ = 100 \cdot 10^9 \$ = 100 \text{ Mrd. \$}$
- c) $1 \% \cdot 1,5 \text{ Bio. \$} = 15 \cdot 10^9 \$ = 15 \text{ Mrd. \$}$; $5 \% \cdot 1,5 \text{ Bio. \$} = 75 \text{ Mrd. \$}$

Der chinesische Ministerpräsident hat offen seine Sorge um den Wert der etwa 1,5 Billionen Dollar, die sein Land den Vereinigten Staaten geliehen hat, zum Ausdruck gebracht. Er und seine Bürger wollten nicht, dass diese schwer verdienten Vermögenswerte an Wert verlieren. Es ist verlockend, durch Inflation den realen Wert von Schulden abzuschmelzen, nicht unbedingt in einer dramatischen Episode mit einer sehr hohen Inflationsrate, sondern schleichender, über zehn Jahre, mit einer mäßigen Inflationsrate von beispielsweise 6 Prozent jährlich. Das würde den Wert der Schulden um zwei Drittel verringern.

aus: Josef Stiglitz, Im freien Fall, München 2010, Seite 188

Fragestellungen

1. Zeige: Die Angabe über den Wertverlust stimmt nicht.
2. Korrigiere die angegebene Zahl der Jahre passend.
3. Korrigiere die angegebene Zahl der Inflationsrate passend.

Bearbeitung

1. Für Waren im Wert von 100 € muss ich bei einer Inflationsrate von 6 % ein Jahr später 106 € bezahlen. Für 100 € bekomme ich also nur noch einen Gegenwart von $\frac{100 \text{ €}}{1,06} \approx 94,34 \text{ €}$. Nach 10 Jahren mit 6 % Inflationsrate ist für die Waren

100 € · 1,06¹⁰ ≈ 179,1 € zu zahlen. Für die 100 € erhält man nur noch Waren im (ursprünglichen) Wert von $\frac{100}{1,791} \text{ €} \approx 55,8 \text{ €}$.

Der Wert von 100 € Schulden ist auf 55,8 € gefallen, nicht auf 33,3 €, was einem Wertverlust um zwei Drittel auf ein Drittel entspräche.

2. $\frac{1}{1,06^n} = \frac{1}{3}$; $1,06^n = 3$; $n \cdot \log 1,06 = \log 3$; $n \approx 18,9$

Nach rund 19 Jahren wäre der Wert der Schulden auf rund ein Drittel seines Ausgangswertes gefallen. Es ist ein fast doppelt so langer Zeitraum nötig wie angegeben.

[Das kann man auch gut ohne log durch Probieren ermitteln.]

3. $\frac{1}{(1+\frac{p}{100})^{10}} = \frac{1}{3}$; $(1+\frac{p}{100})^{10} = 3$; $1 + \frac{p}{100} = \sqrt[10]{3}$; $\frac{p}{100} = \sqrt[10]{3} - 1 \approx 11,6 \%$

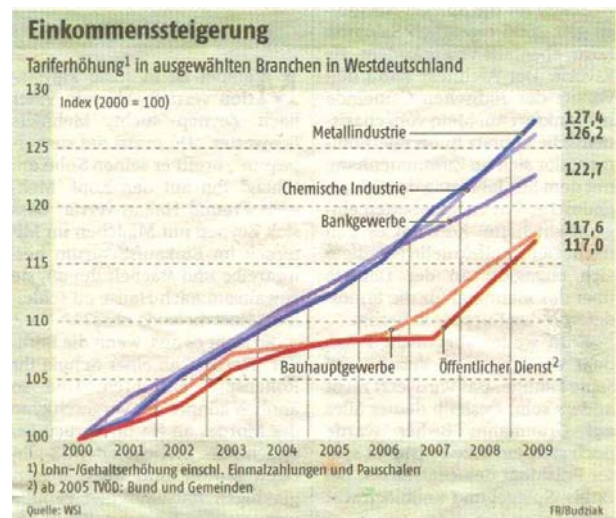
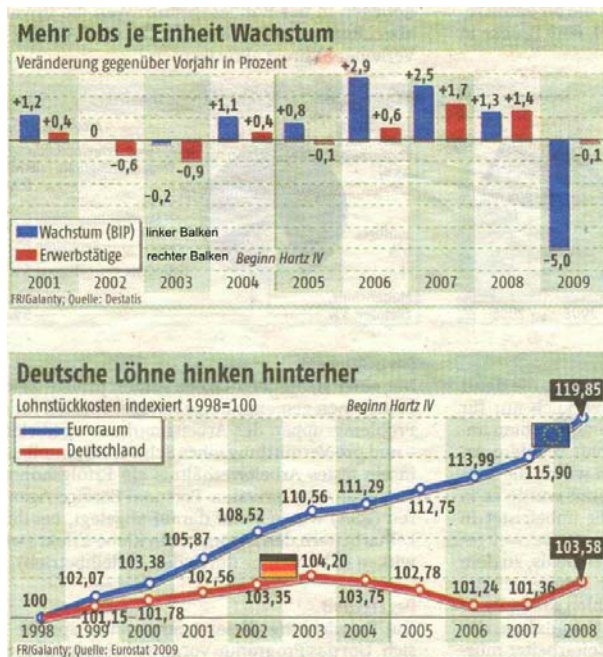
Bei einer Inflationsrate von rund 11,6 % bleibt nach 10 Jahren von den Schulden nur noch ein Drittel des Ausgangswertes. Der Wert der Inflationsrate liegt fast doppelt so hoch wie angegeben.

[Das kann man auch gut ohne 10. Wurzel durch Probieren ermitteln.]

6. Löhne- und Kostenentwicklung

• Einkommen, Jobs, Wachstum

(9/10-03-04)



Bruttoinlandsprodukt: BIP

Frankfurter Rundschau, 06.02.2010

Fragestellungen

A) Zu "Mehr Jobs je Einheit Wachstum" (siehe auch S. 21)

1. Berechne die Zunahme des BIP von 2001 auf 2009.
2. Ebenso die Zunahme der Erwerbstätigkeit.
3. Bewerte die Überschrift. Formuliere selber eine passende.

B) Zu "Deutsche Löhne hinken hinterher"

1. Berechne prozentual die Zunahme der Lohnstückkosten von 1998 auf 2008 a) in Deutschland, b) im Euroraum.
2. Wie groß ist die durchschnittliche Zunahme pro Jahr in a) und b)? Vergleiche.

C) Zu "Einkommenssteigerung"

Gib die prozentuale Tarifierhöhung für die aufgeführten 5 Bereiche an

1. für den Zeitraum von 2000 bis 2009.
2. als durchschnittliche Zunahme pro Jahr.

D) Recherchiere den Unterschied zwischen Lohnkosten und Lohnstückkosten. Zeige am Beispiel der Daten, dass die Unterscheidung wichtig ist.

Bearbeitung

A) Man kann als offenen Auftrag auch nur A3 geben.

1. $1,012 \cdot 1 \cdot 0,998 \cdot 1,011 \cdot 1,008 \cdot 1,029 \cdot 1,025 \cdot 1,013 \cdot 0,95 \approx 1,0447 \approx 1,045$

Das Bruttoinlandsprodukt nimmt von 2001 bis 2009 um 4,5 % zu.

2. $1,004 \cdot 0,994 \cdot 0,991 \cdot 1,004 \cdot 0,999 \cdot 1,006 \cdot 1,017 \cdot 1,014 \cdot 0,999 \approx 1,02805 \approx 1,028$

Die Zahl der Erwerbstätigen nimmt von 2001 bis 2009 um 2,8 % zu.

3. Das BIP hat stärker zugenommen als die Erwerbstätigenzahl. Die Überschrift müsste umgekehrt lauten: Mehr Wachstum pro Erwerbstätigen; richtiger: BIP wächst stärker als Beschäftigtenzahl; oder: Mehr Wertschöpfung pro Beschäftigtem.

B1. Die Lohnstückkosten sind von 1998 bis 2008

a) in Deutschland um rund 3,6 %,

b) im Euroraum um rund 19,9 % gestiegen.

2. $\sqrt[10]{\frac{103,58}{100}} \approx 1,0035$

Die Lohnstückkosten haben in Deutschland von 1998 bis 2008 um rund 0,35 % durchschnittlich pro Jahr zugelegt.

$\sqrt[10]{\frac{119,85}{100}} \approx 1,0183 \approx 1,018$

Die Lohnstückkosten haben im Euroraum von 1998 bis 2008 um rund 1,8 % durchschnittlich pro Jahr zugelegt; etwa 5-mal so stark wie in Deutschland.

C)

Zunahme	Metallindustrie	Chem. Industrie	Bankgewerbe	Baugewerbe	Öff. Dienst
2000 - 2009	27,4 %	26,2 %	22,7 %	17,6 %	17,0 %
Ø pro Jahr	2,73 %* ≈ 2,7 %	2,62 % ≈ 2,6 %	2,299 % ≈ 2,3 %	1,82 % ≈ 1,8 %	1,7598 ≈ 1,8 %

* $\sqrt[10]{127,4 \%} = \sqrt[10]{1,274} \approx 1,0273$; also + 2,73 %

D) Mit Lohnkosten ist in der Tabelle zu C) der tarifliche Bruttolohn (als Durchschnittswert) gemeint. Hinzu kommen für den Betrieb noch die Arbeitgeberanteile an den Sozialversicherungen. Mit Lohnstückkosten sind die Lohnkosten pro produzierter Einheit (z. B. Auto oder Rasenmäher oder Tupperdose, ...) bezeichnet.

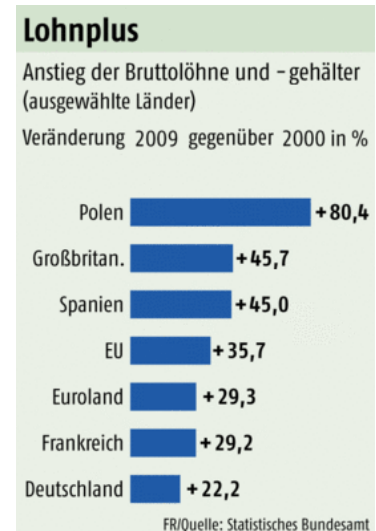
Ein Arbeitnehmer produziert z. B. 2008 etwa 25 % mehr als 2000, verdient auch 25 % mehr. Dann haben sich die Kosten pro Stück nicht erhöht. Die erhöhten Einkommen (Tabelle zu C) werden fast ganz durch eine erhöhte Produktion aufgefangen, da die Lohnstückkosten nur minimal steigen. Deutschland ist von 1998 bis 2008 deutlich konkurrenzfähiger geworden im Euroraum, weil die Lohnstückkosten in Deutschland klar weniger zugenommen haben.

• Lohnplus

(9/10-03-04)

Fragestellung

1. Erläutere den Unterschied zwischen EU und Euroland.
2. Berechne den durchschnittlichen Anstieg pro Jahr der Bruttolöhne und -gehälter in den angegebenen Ländern bzw. Ländergruppen.
3. Wenn die Löhne und Gehälter in Deutschland im Jahr 2010 um durchschnittlich 3 % steigen, wie hoch liegt dann der Vergleich mit dem Jahr 2000?
4. Wie müsste der Anstieg im Jahr 2010 in Deutschland lauten, damit die BRD zumindest den Euroland-Durchschnitt von 2009 erreicht?



Frankfurter Rundschau, 04.01.2010

Bearbeitung

1. Mit "Euroland" sind die Länder der EU gemeint, die den Euro eingeführt haben.
- 2.

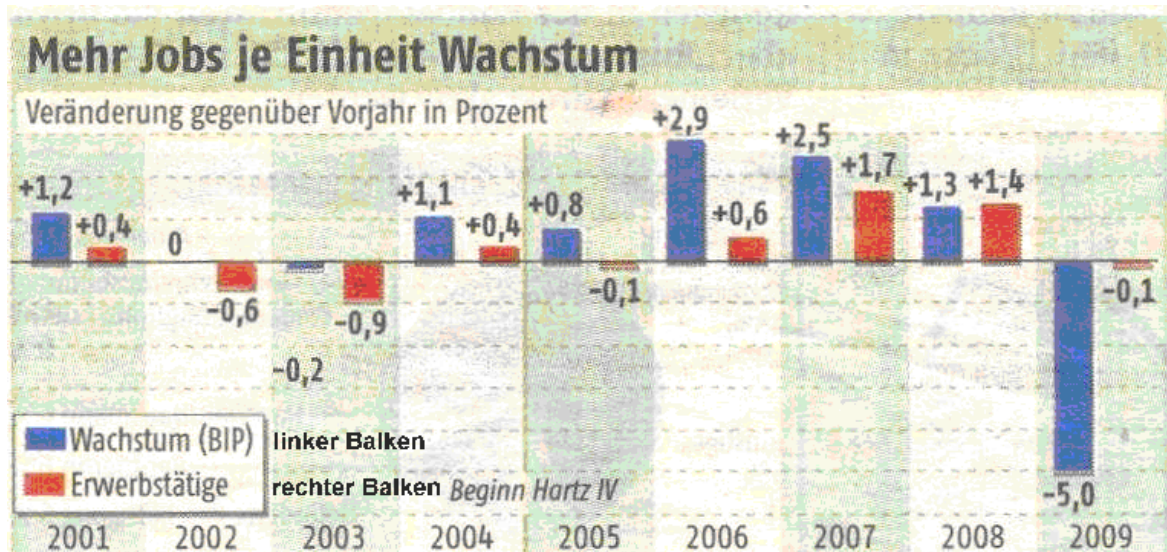
Land	Polen	Groß-britannien	Spanien	EU	Euroland	Frankreich	BRD
Anstieg pro Jahr	6,8 %	4,3 %	4,2 %	3,5 %	2,9 %	2,9 %	2,3 %

Beispielrechnung BRD: $\sqrt[3]{1,222} \approx 1,02253 \approx 1,023$ bzw. + 2,3 %

3. $1,222 \cdot 1,03 \approx 1,259$
Die Löhne und Gehälter lägen im Vergleich zum Jahr 2009 um 25,9 % höher.
4. $1,222 \cdot a = 1,293 \Rightarrow a \approx 1,058$ bzw. + 5,8 %.
Die Löhne und Gehälter müssten 2010 um durchschnittlich 5,8 % steigen in der BRD, um den Eurolandwert 2009 zu erreichen.

• Mehr Jobs je Einheit Wachstum?

(9/10-03-04)



Frankfurter Rundschau, 06.02.2010

Fragestellungen

- Der Gesamtzeitraum 2001 bis 2009
 - Um welchen Prozentsatz nimmt das Bruttoinlandsprodukt BIP zu?
 - Um welchen Prozentsatz steigt die Zahl der Erwerbstätigen?
 - Kommentiere die Überschrift.
- Die Überschrift könnte sich beziehen auf die Zeiträume "vor Hartz IV" (2001 bis 2004) und "seit Hartz IV" (2005 bis 2009).
 - Wiederhole die Berechnungen in 1. a), b) für die beiden Zeiträume.
 - Vergleiche und kommentiere.
- Das Jahr 2009 ist allerdings ein grober Ausreißer, der eine Beurteilung leicht verzerrt. Vergleiche statt der Zeiträume in 2. besser 2001/2004 mit 2005/2008.
- Üblicherweise wird die Produktivität $= \frac{\text{BIP}}{\text{Job}}$ berechnet bzw. dessen Zu- bzw. Abnahme.
 - Berechne die Produktivität für die Zeiträume 2001/2004 und 2005/2009, bewerte die Entwicklung, vergleiche sie mit 2. b).
 - Berechne die Produktivität für 2005/2008, vergleiche mit 2001/2004 und bewerte die Entwicklung, vergleiche mit 2. b).

Bearbeitung

- $1,012 \cdot 1 \cdot 0,998 \cdot 1,011 \cdot 1,008 \cdot 1,029 \cdot 1,025 \cdot 1,013 \cdot 0,95 \approx 1,0447 \approx 1,045$
 Das Bruttoinlandsprodukt nimmt von 2001 bis 2009 insgesamt um 4,5 % zu.

- b) $1,004 \cdot 0,994 \cdot 0,991 \cdot 1,004 \cdot 0,999 \cdot 1,006 \cdot 1,017 \cdot 1,014 \cdot 0,999 \approx 1,02805 \approx 1,028$
 Die Zahl der Erwerbstätigen nimmt von 2001 bis 2009 insgesamt um 2,8 % zu.
- c) Das BIP hat stärker zugenommen als die Erwerbstätigenzahl. Die Überschrift müsste umgekehrt lauten: Mehr Wachstum pro Erwerbstätigen; richtiger: BIP wächst stärker als Beschäftigtenzahl; oder: Mehr Wertschöpfung pro Beschäftigtem.
- 2 a) BIP (2001/2004): 1,021 bzw. +2,1 %
 Erwerbstätige (2001/2004): 0,993 bzw. -0,7 %
 BIP (2005/2009): 1,023 bzw. +2,3 %
 Erwerbstätige (2005/2009): 1,035 bzw. +3,5 %
- b) $\frac{\text{Jobs}}{\text{BIP}}$ (2001/2004): $\frac{0,993}{1,021} \approx 0,973$ bzw. -2,7 %
 $\frac{\text{Jobs}}{\text{BIP}}$ (2005/2009): $\frac{1,035}{1,023} \approx 1,012$ bzw. +1,2 %
- Seit Einführung der Hartz IV-Reform hat die Zahl der Jobs pro BIP von einer Abnahme von -2,7 % auf +1,2 % zugelegt, insofern stimmt die Überschrift.
- 3 a) BIP (2005/2008): 1,077 bzw. +7,7 %
 Jobs (2005/2008): 1,036 bzw. +3,6 %
- b) $\frac{\text{Jobs}}{\text{BIP}}$ (2005/2008): $\frac{1,036}{1,077} \approx 0,962$ bzw. -3,8 %
 $\frac{\text{Jobs}}{\text{BIP}}$ (2001/2004): 0,973 bzw. -2,7 % (s. o. 2. b)
- Vergleicht man die Daten in den "normalen" Zeiträumen 2001/2004 bzw. 2005/2008, so wird deutlich, dass die Überschrift nicht zutrifft. Mit Hartz IV haben die Job pro BIP mit -3,8 % stärker abgenommen als vor Hartz IV (-2,7 %).
- 4 a) $\frac{\text{BIP}}{\text{Job}}$ (2001/2004): $\frac{1,021}{0,993} \approx 1,028$ bzw. +2,8 %
 $\frac{\text{BIP}}{\text{Job}}$ (2005/2009): $\frac{1,023}{1,035} \approx 0,998$ bzw. -0,2 %
- Die Produktivitätszunahme hat mit Hartz IV abgenommen von +2,8 % (2001/2004) auf -0,2 % (2005/2009).
- b) $\frac{\text{BIP}}{\text{Job}}$ (2005/2008): $\frac{1,077}{1,036} \approx 1,040$ bzw. +4,0 %
- Die Produktivitätszunahme hat sich seit Hartz IV von +2,8 % auf +4,0 % vergrößert.

• Mehr Umsatz, weniger Jobs

(9/10-03-04)

Hessens Großhandel baut weiter Stellen ab. Zwar zog der Umsatz der Unternehmen in den ersten fünf Monaten des Jahres leicht an. Dennoch sank die Zahl der Beschäftigten um sechs Prozent. Das teilt das statistische Landesamt jetzt mit.

Zugelegt habe vor allem der Handel mit Nahrungs- und Genussmitteln sowie der Verkauf von Artikeln des täglichen Bedarfs. Computer und Maschinen wurden dagegen deutlich weniger abgesetzt.

Die Händler erhöhten ihre Umsätze nominal um fast zwei Prozent; unter Berücksichtigung der Preisveränderungen lag allerdings real eine geringfügige Abnahme um 0,1 Prozent vor.

Frankfurter Rundschau, 21.07.2010

Fragestellungen

Um wie viel Prozent hat sich die Produktivität der Mitarbeiter (Umsatz pro Mitarbeiter) in den ersten fünf Monaten des Jahres 2010 geändert

a) nominal, b) real?

Bearbeitung

Zahl der Mitarbeiter zu Jahresanfang: z ; Umsatz zu Jahresanfang: u

Produktivität zu Jahresanfang: $\frac{u}{z}$; Zahl der Mitarbeiter Ende Mai: $0,94 \cdot z$

a) Umsatz Ende Mai nominal: $1,02 \cdot u$

Produktivität Ende Mai: $\frac{1,02 \cdot u}{0,94 \cdot z} \approx 1,085 \cdot \frac{u}{z}$

Nominal stieg die Produktivität der Mitarbeiter in den ersten fünf Monaten um rund 8,5 %.

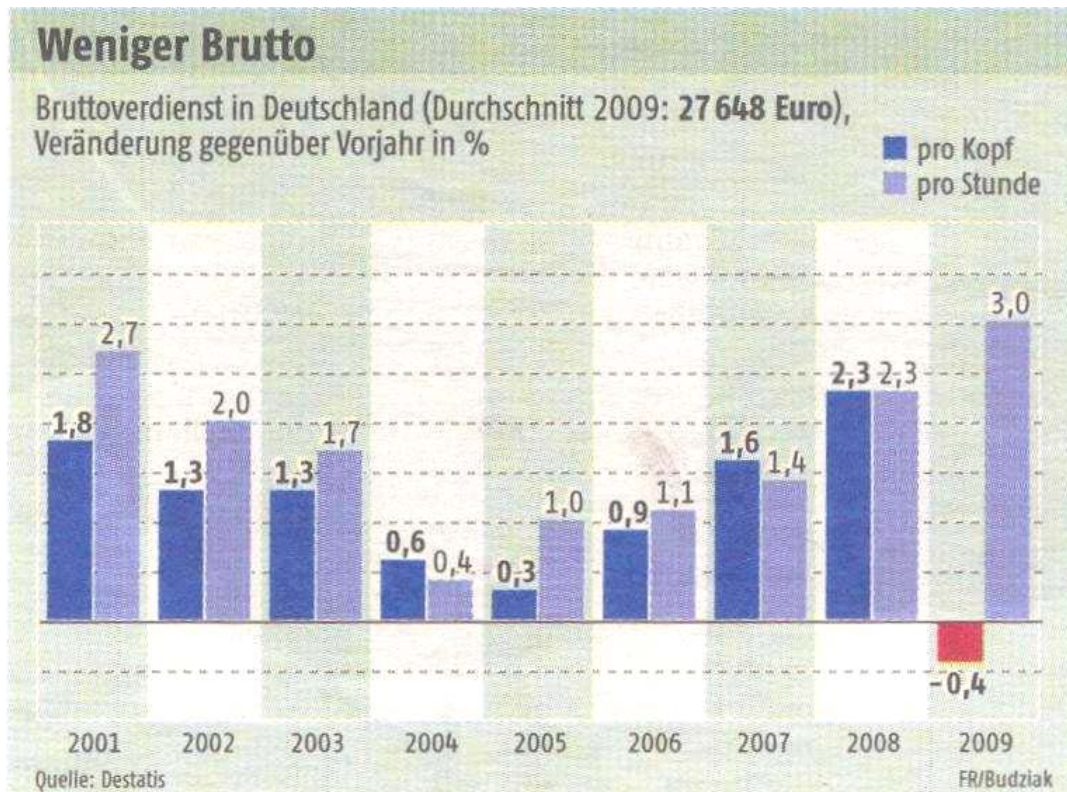
b) Umsatz Ende Mai real: $0,999 \cdot u$

Produktivität Ende Mai: $\frac{0,999 \cdot u}{0,94 \cdot z} \approx 1,063 \cdot \frac{u}{z}$

Real stieg die Produktivität der Mitarbeiter in den ersten fünf Monaten um rund 6,3 %.

• Verdienst und Arbeitsstunden

(9/10-03-04)



Frankfurter Rundschau, 04.03.2010

Aufgabenstellungen

1. Wie hat sich die Zahl der gearbeiteten Stunden pro Kopf von 2000 bis 2009 verändert (prozentual)?
Schätze zunächst, rechne dann.
2. Wie hoch war 2000 der durchschnittliche Bruttoverdienst?
3. Kommentiert die Behauptungen:
 - a) Die Verdienstzunahme pro Kopf von 2000 bis 2009 ist einfach zu berechnen: Addiere die Prozentsätze!
Also: $1,8 \% + 1,3 \% + \dots + 2,3 \% - 0,4 \% = 8,7 \%$
 - b) Von 2007 auf 2008 sind Stundenverdienst und Jahresbruttoverdienst pro Kopf um denselben Prozentsatz gestiegen. Also ist die Arbeitszeit gleich geblieben.

Bearbeitung

1. a) Qualitativ:
Der Verdienst pro Stunde hat fast immer stärker zugenommen als der Gesamtverdienst eines Arbeitnehmers. Das kann nur bedeuten: die durchschnittliche Zahl der Arbeitsstunden hat abgenommen. Wäre sie gleich geblieben, dann müsste sich der Bruttoverdienst genauso entwickeln wie der Stundenverdienst.

b) Berechnung:

	Jahr	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Indexzahl des Brutto- verdienstes	pro Kopf	101,8	103,1	104,5 ¹	105,1	105,4	106,4	108,1	110,5	110,1
	pro Stunde	102,7	104,8	106,5	107,0	108,0	109,2 ²	110,7	113,3	116,7
Indexzahlen der Arbeitsstunden		99,1	98,4 ³	98,1	98,2	97,6	97,4	97,7	97,5	94,3
		1: (Wert für 2002)·1,017			2: (Wert für 2005)·1,011			3: 103,1:104,8		

Die Zahl der Arbeitsstunden pro Kopf ist von 2000 bis 2009 um 5,7% gefallen (von 100 % auf 94,3 %).

2. 2009: 110,1 % – 27 648 €
 $100 \% - \frac{27\,648 \cdot 100}{110,1} \text{ €} \approx 25\,112 \text{ €}$

Im Jahr 2000 lag der Jahresdurchschnitts-Bruttoverdienst bei 25 112 €.

3. a) So kann man nicht vorgehen, da sich die Prozentsätze jeweils auf andere Grundwerte beziehen. Man muss vielmehr die Änderungsfaktoren miteinander multiplizieren, wie in 1. b).
 b) Das stimmt nicht, denn der Zunahme-Prozentsatz des Stundenverdienstes (+2,3 %) wird von dem hohen erreichten Grundwert berechnet, die 2,3 % des Pro-Kopf-Jahresverdienstes werden von dem geringeren Grundwert berechnet. Damit steigt der Verdienst pro Stunde stärker als der pro Kopf. Die Zahl der Arbeitsstunden fällt also (s. 1. a bzw. 1. b).

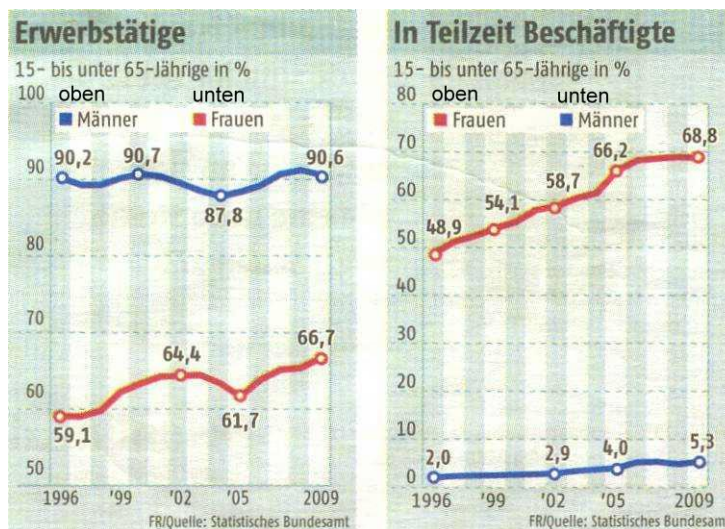
7. Das "neue, deutsche Wirtschaftswunder"

(7/8-01-17)

• Teilzeitbeschäftigte

Fragestellungen

- Beschreibe die Entwicklung der Erwerbstätigenprozentsätze
 - für Männer,
 - für Frauen.
- Beschreibe die Entwicklung des Anteils der Teilzeitbeschäftigten
 - für Frauen,
 - für Männer.
- Berechne den Anteil der Teilzeitbeschäftigten unter allen Personen (von 15 bis 65) für 1996, 2005, 2009
 - für Männer (lies die fehlende Zahl aus der Grafik ab).
 - für Frauen.
- Beschreibe die Entwicklung in beiden Fällen.
- Der Anteil der erwerbstätigen Frauen nimmt (tendenziell) zu, der Anteil der Teilzeitbeschäftigten unter ihnen auch. Wie entwickelt sich dann der Anteil der in Vollzeit beschäftigten Frauen?
 - Schätze erst und begründe die Schätzung.
 - Berechne die Werte für 1996, 2002, 2005, 2009.
Kannst du deine Schätzung bestätigen?



Frankfurter Rundschau, 25.11.2010

Bearbeitung

- Die Erwerbstätigenquote bei den Männern ist mit kleinen Schwankungen konstant bei etwa 90 %.
 - Für Frauen nimmt die Erwerbstätigenquote mit Schwankungen insgesamt zu von rund 59 % auf 67 %.
- Die Teilzeitbeschäftigungsquote nimmt bei den Frauen von 1996 bis 2009 zu von rund 49 % auf 69 %.
 - Die Teilzeitbeschäftigungsquote nimmt auch bei Männern zu, im Vergleich zu den Frauen ist sie sehr gering und wenig steigend: von 2 % auf rund 5 %.
- Teilzeitbeschäftigungsquote unter allen 15- bis 65-Jährigen

Jahr	1996	2005	2009
Männer	1,8 %	3,5 %*	4,8 %
Frauen	28,9 %	40,8 %	45,9 %

* Erwerbstätigenquote abgelesen: 88 %; Rechnung: $0,88 \cdot 0,04 = 0,0352 \approx 3,5 \%$

4. a) Der Anteil der teilzeitbeschäftigten Männer unter allen 15- bis 65-Jährigen steigt, allerdings mit geringer Zunahme – ähnlich wie der Anteil unter den Erwerbstätigen.
- b) Der Anteil teilzeitbeschäftigter Frauen unter allen 15- bis 65-Jährigen nimmt stark zu, weil die Werte in beiden Grafiken steigen: von rund 29 % auf 46 %.
5. a) Der Anteil der in Teilzeit Beschäftigten nimmt unter den erwerbstätigen Frauen stark zu: um knapp 20 Prozentpunkte oder gut 40 %, denn $\frac{68,8}{48,9} \approx 1,407$ bzw. + 40,7 %.

Der Anteil der Erwerbstätigen unter den Frauen nimmt auch zu, aber geringer – um 7,6 Prozentpunkte oder knapp 13 %, denn $\frac{66,7}{59,1} \approx 1,29$ bzw. + 12,9 %.

Dann nimmt der Anteil vollzeitbeschäftigter Frauen ab.

b)

Jahr	1996	2002	2005	2009
Anteil erwerbstätiger Frauen	59,1 %*	64,4 %	61,7 %	66,7 %
Anteil Vollzeitbeschäftigter	1 - 48,9 %** = 51,1 %	1 - 58,7 % = 41,3 %	1 - 66,2 % = 33,8 %	1 - 68,8 % = 31,2 %
Anteil vollzeitbeschäftigter unter allen Frauen	30,2 %***	26,6 %	20,9 %	20,8 %

* linke Tabelle unterer Graf

** rechte Tabelle oberer Graf

*** $59,1 \% \cdot 51,1 \% \approx 0,302$

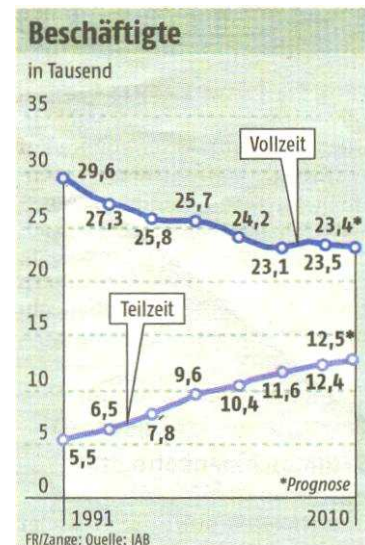
Der Anteil der Vollzeitbeschäftigten unter den Frauen hat tatsächlich abgenommen, von 1996 bis 2005 stark, ab dann kaum noch.

• Das Minijobwunder

(7/8-01-17)

Die Zahl der Erwerbstätigen seit 1991 ist um 2,4 Millionen gestiegen. Dabei ist die Zahl der Vollzeitjobs stark gesunken. Die Zahl der Teilzeitstellen hat sich dagegen mehr als verdoppelt. Heute arbeitet jeder dritte abhängig Beschäftigte in Teilzeit. Insbesondere Minijobs haben sich rasant verbreitet: Inzwischen gibt es mehr als sieben Millionen solcher Tätigkeiten, bei denen die Beschäftigten maximal 400 Euro im Monat verdienen. Bleibt festzuhalten: Der Beschäftigungsrekord ist nur möglich, weil sich Millionen Menschen – vor allem Frauen – mit einer kleinen Stelle begnügen.

aus: Frankfurter Rundschau, 01.12.2010



Fragestellungen

1. Kläre zunächst die falschen Einheiten in beiden Grafiken auf.
2. a) Von 1991 bis 2010 ist "die Zahl der Vollzeitjobs stark gesunken". Wie stark prozentual?
b) Rechne entsprechend für die Zahl der Arbeitsstunden.
3. a) Passt die Angabe zur Entwicklung der Teilzeitjobs?
b) Gib die Zunahme genauer an – prozentual.
c) Passt der Satz: "Heute arbeitet jeder dritte Beschäftigte in Teilzeit."?
4. Erläutere den Zusammenhang der drei abgebildeten Kurven.

Bearbeitung

1. Es gibt mehr als sieben Millionen Tätigkeiten, die mit maximal 400 € entlohnt werden. Die Zahl der Beschäftigten ist also in Millionen, nicht in Tausend anzugeben.
Selbst wenn alle Beschäftigten (2010: 35,9 Mio.) nur 10 Stunden in der Woche arbeiten würden, kämen schon rund 18,7 Mrd. Arbeitsstunden pro Jahr heraus. Die Zahl der Arbeitsstunden muss in Milliarden angegeben werden.
2. a) $\frac{23,4}{29,6} \approx 0,791$ bzw. -20,9 %
Die Zahl der Vollzeitjobs hat seit 1991 um rund ein Fünftel (20,9 %) abgenommen.
b) $\frac{48,0}{51,9} \approx 0,925$ bzw. -7,5 %. Die Arbeitsstundenzahl fiel um 7,5 %.
3. a) Die Zahl der Teilzeitjobs hat sich von 5,5 Mio. auf 12,5 Mio. mehr als verdoppelt. Das stimmt.
b) $\frac{12,5}{5,5} \approx 2,27$ bzw. +127 %
Die Zahl der Teilzeitjobs hat um rund 127 % zugelegt.
c) $\frac{12,5}{23,4 + 12,5} \approx 33,4 \% \approx \frac{1}{3}$
Die Behauptung "jeder dritte ..." passt gut zum Prozentsatz 33,4 %.
4. Die Zahl der Arbeitsstunden nimmt deutlich ab.
Die Zahl der Beschäftigten ist fast konstant (1991: 35,1 Mio.; 2010: 35,9 Mio.). Dann werden im Durchschnitt weniger Stunden gearbeitet. Da die Arbeitszeit von Vollzeitbeschäftigten seit 1991 nicht abgenommen hat, kann es nur weniger Vollzeitbeschäftigte, dafür aber mehr Teilzeitbeschäftigte geben.
Oder: Die Vollzeitstellen haben um 20,9 % (s. 2. a) abgenommen, die Zahl der Arbeitsstunden aber nur um 7,5 % (s. 2. b). Die Differenz wird immer mehr durch Teilzeitkräfte aufgefangen.

• Erwerbspersonenzahl

(07-02-10)

Fragestellungen

1. a) Berechne aus den Daten der Grafik die Zahl der Erwerbspersonen für Oktober 2009 und 2010.
b) Wie ändert sich die Zahl?
c) Kommentiere den Text.
2. Zur Rundungsproblematik: Sowohl die Arbeitslosenzahl als auch der Prozentsatz sind gerundet.
a) Welche Erwerbspersonenzahl kann sich aus den gerundeten (!) Daten für Oktober 2009 minimal ergeben?
b) Was könnte hinter den Daten für Oktober 2010 maximal stecken?
c) Wie entwickelt sich die Zahl der Erwerbspersonen mit den neu berechneten Zahlen?
d) Kommentiere den Text neu.
3. In dem zur Grafik gehörenden Artikel stehen noch weitere Daten.
a) Prüfe die Novemberdaten von 2010 mit den neuen Informationen. Passen sie?
b) Drehe im Rahmen der Rundungsgenauigkeit wieder an den Zahlen. Lässt sich etwas zueinander Passendes herstellen?



Mit 2,93 Millionen wurde der niedrigste November-Wert seit 1991 erreicht. Mehr noch: In diesem Herbst gab es in Deutschland 41 Millionen Erwerbstätigen – so viel wie noch nie seit der Vereinigung.

Frankfurter Rundschau, 01.12.2010

Bearbeitung

1. a) Oktober 2009: $\frac{3,2 \text{ Mio.}}{0,077} \approx 41,6 \text{ Mio.}$
Oktober 2010: $\frac{2,9 \text{ Mio.}}{0,070} \approx 41,4 \text{ Mio.}$
Oktober 2009 gab es rund 41,6 Mio. Erwerbspersonen; ein Jahr später rund 41,4 Mio.
b) Demnach hat die Zahl der Erwerbspersonen um rund 200 000 abgenommen.

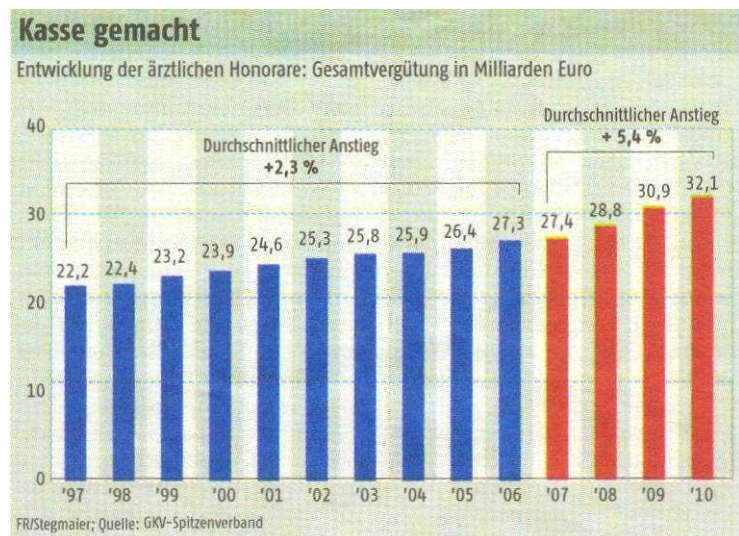
- c) Da die Zahl der Erwerbspersonen nach der Rechnung abgenommen hat, kann es nicht die höchste seit der Vereinigung sein.
2. a) Es kommt minimal wenig heraus, wenn in dem Bruch der Zähler möglichst klein und der Nenner möglichst groß gewählt wird.
 Oktober 2009: $\frac{3,15 \text{ Mio.}}{0,0774999...} \approx 40,645 \text{ Mio.}$
 Eine Zahl von rund 40,65 Millionen Erwerbspersonen passt noch zu den gerundeten Ausgangsdaten.
- b) Es kommt maximal viel heraus, wenn in dem Bruch der Zähler möglichst groß und der Nenner möglichst klein gewählt wird.
 Oktober 2010: $\frac{2,9499... \text{ Mio.}}{0,065} \approx 45,38 \text{ Mio.}$
 Eine Zahl von rund 45,4 Millionen Erwerbspersonen wäre mit den gerundeten Daten noch möglich.
- c) Nach den neuen Zahlen gibt es rund 4,75 Millionen Erwerbspersonen mehr.
- d) Der Trend aus 1. (Abnahme der Erwerbspersonenzahl) kann durch Berücksichtigung der Rundungseffekte deutlich umgekehrt werden (Erhöhung der Erwerbspersonenzahl). Mit den neu berechneten Daten kann der Text zutreffen.
3. a) $\frac{2,93 \text{ Mio.}}{41 \text{ Mio.}} \approx 0,07146 \approx 7,1 \%$
 Die hier berechnete Arbeitslosenquote liegt mit 7,1 % um 0,1 Prozentpunkte zu hoch gegenüber der Angabe in der Grafik; passt aber schon ganz gut.
- b) Kleiner wird der Prozentsatz, wenn der Zähler kleiner, der Nenner größer wird. $\frac{2,925}{41,499} \approx 0,07048 \approx 7,0 \%$
 Der Prozentsatz 7,0 % in der Grafik passt knapp noch zu den Daten, die "hinter" den gerundeten Zahlen stehen könnten.

8. Interessegeleitete Datenreihenauswertung

(9/10-03-04)

Fragestellungen

1. Prüfe die beiden durchschnittlichen Anstiege.
2. Wie hoch liegt der durchschnittliche Anstieg über den ganzen Zeitraum?
3. In welcher Absicht macht der Krankenversicherungs-Spitzenverband diese Aufteilung der Daten?
4. Hätte der Spitzenverband noch geschickter argumentieren bzw. Daten auswählen können?



Frankfurter Rundschau, 04.09.2010

Zusätze:

5. Die Ärzteschaft könnte dagegen fordern: "Wir benötigen langfristig rund 3 % Honorarzuwachs wegen ...". Um welchen Prozentsatz müsste dann das Honorar für 2011 höher liegen?
6. In Zeiten der Wirtschaftskrise könnte die Ärzteschaft vorsichtiger argumentieren: Das langfristige 3 %-Ziel soll 2015 erreicht sein. Welche durchschnittlichen Zunahmeprozentsätze passen zu der Forderung?
7. Der Krankenkassenverband strebt für 2011 eine Nullrunde an. Welchen langfristigen Zunahmeprozentsatz wird er vorschlagen?

Bearbeitungen

1. $2006 - 1997 = 9$ und $\sqrt[9]{\frac{27,3}{22,2}} \approx 1,023$; also + 2,3 % pro Jahr

$$2010 - 2007 = 3 \text{ und } \sqrt[3]{\frac{32,1}{27,4}} \approx 1,054; \text{ also } + 5,4 \% \text{ pro Jahr}$$

Tatsächlich nehmen die Arzthonorare von 1997 bis 2006 durchschnittlich um 2,3 % pro Jahr zu, die von 2007 bis 2010 um durchschnittlich 5,4 % pro Jahr, also um deutlich mehr als das Doppelte – wie angegeben.

2. $2010 - 1997 = 13$ und $\sqrt[13]{\frac{32,1}{22,2}} \approx 1,029$; also + 2,9 % pro Jahr

Über den gesamten Zeitraum von 1997 bis 2010 nehmen die Arzthonorare um 2,9 % pro Jahr im Durchschnitt zu.

3. Die Krankenversicherungen wollen betonen, dass Ärzte in den letzten Jahren ihren Verdienst deutlich gesteigert haben. Dann können sie in den Verhandlungen für die nächsten Jahre geringere Steigerungen fordern. Da ab 2007/08 die Honorare deutlich stärker gestiegen als in den Jahren vorher, wird dort der Schnitt gemacht.

4. Geschickter wäre es, den Zeitraum von 1997 bis 2007 als "normalen" Anstieg zu wählen, denn $\sqrt[10]{\frac{27,4}{22,2}} \approx 1,021$; also + 2,1 % statt 2,3 %.
 Zudem hätte der Spitzenverband den letzten Wert für 2010 weglassen können, zumal das Jahr am 04.09. (Artikeldatum) noch nicht zu Ende war: $\sqrt{\frac{30,9}{27,4}} \approx 1,062$; also + 6,2 % statt 5,4 %.
 Das Verhältnis der Durchschnittswerte wäre von $\frac{5,4 \%}{2,3 \%} \approx 2,3$ auf $\frac{6,2 \%}{2,1 \%} \approx 3,0$ gestiegen.
 Statt "der Einkommenszuwachs der Ärzte liegt in den letzten Jahren 2,3-mal so hoch wie im Jahrzehnt vorher" könnte behauptet werden: "der Einkommenszuwachs der Ärzte liegt in den letzten Jahren 3-mal so hoch wie im Jahrzehnt vorher".

5. 2011 - 1997 = 14 und $22,2 \cdot 1,03^{14} \approx 33,6$
 Die Ärzte würden 33,6 Mrd. € für 2011 fordern.
 $\frac{33,6}{32,1} \approx 1,047$ bzw. + 4,7 %
 Sie müssten 4,7 % Honorarsteigerung fordern, um langfristig (seit 1997) auf 3 % zu kommen.

6. 2015 - 1997 = 18 und $22,2 \cdot 1,03^{18} \approx 37,8$
 Im Jahr 2015 müssten 37,8 Mrd. € als Honorar herauskommen.
 2015 - 2011 = 4 und $\sqrt[4]{\frac{37,8}{32,1}} \approx 1,042$
 Vier Jahre lang müssten die Honorare um 4,2 % steigen, um seit 1997 eine durchschnittliche Zunahme um 3 % zu erreichen.

7. Der Krankenversicherungsverband strebt für 2011 wieder rund 32,1 Mrd. € an. 2011 - 1997 = 14 und $\sqrt[14]{\frac{32,1}{22,2}} \approx 1,027$; also + 2,7 %
 Der Verband will langfristig (seit 1997) 2,7 % Zunahme pro Jahr akzeptieren. Dann ergibt sich für 2011 der Wert: $22,2 \text{ Mrd. €} \cdot 1,027^{14} \approx 32,2 \text{ Mrd. €}$ (also fast eine Nullrunde).

9. Wachstum oder Wohlstand

(9/10-03-06)

Deutschland ist eine Wachstumsgesellschaft. Nicht nur die Wirtschaft dreht sich um Wachstum, sondern auch die Lösung gesellschaftlicher Großprobleme wie Beschäftigung und soziale Sicherheit werden von ihm abhängig gemacht. Doch die Wachstumsorientierung steht in starker Spannung zur Nachhaltigkeit. Der notwendige Rückbau des fossilen Ressourcenverbrauchs um 80 bis 90 Prozent bis zum Jahre 2050 wird sich kaum mit einer Verdoppelung des Bruttoinlandsprodukts – was einer geringen jährlichen Wachstumsrate von 1,5 Prozent entspräche – vereinbaren lassen. Zukunftsfähigkeit erfordert deshalb, schon heute vorsorgend Wege zu einer Wirtschaftsweise einzuschlagen, die allen Bürgern ein gedeihliches Leben sichert, ohne auf ständiges Wachstum angewiesen zu sein.

Zukunftsfähiges Deutschland in einer globalisierten Welt, Fischer, Frankfurt 2009³

Fragestellungen

1. Prüfe die angegebene jährliche Wachstumsrate. Erläutere, was sie bedeutet.
2. a) Berechne, welcher Ressourcenproduktivitätszuwachs pro Jahr nötig ist, damit sich das Ziel zum Ressourcenverbrauch bei Verdopplung des Bruttoinlandsproduktes BIP realisieren lässt.
b) Präzisiere den vorletzten Satz im Artikel im Lichte deiner Rechnung.

Bearbeitung

1. $2050 - 2009 = 41$ | Jahreszeitraum
 $BIP_{2050} = 2 \cdot BIP_{2009}$ | "Verdopplung des BIP"
 $BIP_{2050} = BIP_{2009} \cdot w^{41}$ | exponentielle Zunahme mit konstantem p
 $w^{41} = 2$ | bzw. konstantem Wachstumsfaktor w
 $w = \sqrt[41]{2} \approx 1,017$; also etwa + 1,7 % pro Jahr
Die jährliche Wachstumsrate lautet richtig 1,7 %; d. h. jedes Jahr nimmt das BIP um 1,7 % des Vorjahres zu, so dass sich nach 41 Jahren wegen $1,017^{41} \approx 2$ das doppelte BIP ergibt.
2. a) $BIP_{2050} = 2 \cdot BIP_{2009}$
 $RV_{2050} = 0,1 \cdot RV_{2009}$ mit RV: Ressourcenverbrauch
Wird mehr produziert (BIP steigt), so werden mehr Rohstoffe wie Öl, Kohle, Gas, Eisen, Chrom, Silizium verbraucht. Gilt dafür ein etwa proportionaler Zusammenhang, so bedeutet die BIP-Verdopplung bis 2050 eine jährliche Wachstumsrate von 1,7 % (s. a).

Insgesamt: $RV_{2050} = RV_{2009} \cdot (1,017 \cdot f)^{41} = 0,1 \cdot RV_{2009}$
mit f: Wachstumsfaktor des Ressourcenverbrauchs

$f = \sqrt[41]{0,1} : 1,017 \approx 0,93$ bzw. - 7 %

Der RV muss verringert werden trotz zunehmendem BIP. Das ist möglich, wenn durch bessere Effizienz der RV jedes Jahr um 7 % sinkt.

- b) Eine jährliche Effizienzsteigerung um 7 % ist überhaupt nicht in Sicht. Insofern ist ein BIP-Wachstum nicht nur durch mehr Effizienz abzufangen.

Die Grafik auf dem Deckblatt ist aus der Frankfurter Rundschau vom 10.09.2009 und steckt in 9/10-01-01 (Seite B-10).

Sie zeigt, dass die Schere zwischen arm und reich in Deutschland seit 1997 auseinander geht. Aber zumindest scheint das immer schnellere Auseinanderklaffen zumindest gestoppt. Der Abstand wird immer noch größer, aber er nimmt nicht mehr schneller zu.

——— Denkt man bei präziser Interpretation der beiden Kurven.

Aber: Alles Unsinn! Der Blick auf die Jahresangabe unten zeigt, dass nach den 4-Jahres-Abständen als letztes ein 1-Jahres-Abstand folgt. Vergleicht man die Entwicklung pro Jahr, so wird klar: Die Zunahme des Volkeinkommensanteils der 20 % Reichsten erhöht sich von 0,3 % pro Jahr (Durchschnitt 2001/2005) auf mehr als das Doppelte: 0,7 %, während die Abnahme des Anteils der 20 % Ärmsten sich geringfügig verlangsamt von 0,125 % auf 0,1 %.

Mathematik kann den Blick schärfen und aufklärend wirken – auch bei wirtschaftlichen Themen.