Rundbrief 173

3/2009

mit Einladung zur MUED-Tagung

lernen mit allen Sinnen

Inhalt

Vorwort	3
"Lernen mit allen Sinnen"	5
Individuelle Lernzugänge ermöglichen	8
Das Runde muss ins Eckige	14
Außergewöhnliche Wohnhäuser	17
Graphen laufen	23
Vektoren im 3D-Modell	26
Martin Kramer: "Mathematik als Abenteuer" und "Mathematik ist eine Sprache"	31
Einladung zur Mitgliederversammlung	33

Impressum
Der MUED-Rundbrief erscheint vier Mal im Jahr in Appelhülsen mit einer Auflage von 150 Duck-Exemplaren und einer Digitalversion für alle Mitglieder.

MUED e.V., Bahnhofstr.72, 48301 Appelhülsen
Tel. 02509 / 606, Fax 02509 / 996516
e-mail: mued.ev@mued.de, http://www.mued.de

Redaktion dieses Rundbriefes: Christa Schmidt

Redaktion des nächsten Rundbriefes: Sabine Segelken

Vorwort

Dieser Rundbrief soll auf die nächste MUED-Wintertagung "Mathe mit allen Sinnen – Individuelle Förderung durch vielfältige Zugänge" einstimmen. Die Beiträge in diesem Rundbrief machen deutlich, dass es um viel mehr geht als nur um das "Basteln", z. B. von Körpern, oder nur um die Anschauung, einer Stufe, auf der man dann stehen bleibt. Die unterschiedlichen mathematischen Fragestellungen, die sich z. B. aus dem konkreten Umgang mit Material ergeben, sind viel weiter führend, ebenso die Kommunikation der Schülerinnen und Schüler über ihre Wege und Irrwege. Insofern teile ich die Bedenken von Willi van Lück in seinem Beitrag nicht, dass das Tagungsthema einer Kuschelpädagogik das Wort redet, wenn auch der emanzipatorische Aspekt auf der inhaltlichen Ebene bei den weiteren Beiträgen des Heftes nicht im Vordergrund steht.

Die Mexbox ermöglicht neben dem handelnden Umgang mit Figuren u. a. auf Steckbrettern unterschiedlich komplexe weiter gehende mathematische Fragestellungen und die Kommunikation darüber.
"Das Runde muss ins Eckige" zeigt das spielerische Üben des Multiplizierens (und Dividierens) von Dezimalzahlen unter Zuhilfenahme des Taschenrechners auf.

"Außergewöhnliche Wohnhäuser" zeigt auf, wie in einer längerfristigen Unterrichtseinheit das handwerkliche Herstellen dieser Häuser im Modell mit vielfältigen mathematischen Fragestellungen im Gruppenprozess verknüpft wird.

Der Beitrag "Graphen laufen" zeigt, wie mit Körpereinsatz Funktions- und andere Graphen umgesetzt werden müssen.

Dass auch für die Sekundarstufe II die Anschauung und der handelnde Umgang mit einem Modell sinnvoll sind, zeigt der Beitrag "Vektoren im 3D-Modell".

Die Buchbesprechung "Mathematik als Abenteuer" ist als Leseempfehlung mit vielfältigen Ideen zum Thema gedacht,

Bei der Vorbereitung der Jahrestagung im Sommer in Haltern haben wir viele weitere Ideen zum Tagungsthema gesammelt, vom Vertonen von mathematischen Regeln über Zauberei im Mathematikunterricht und Experimentieren mit Mogelpackungen zu Geschmackstests und und und …

Wir hoffen, dass sich Vieles davon in AGs, Präsentationen und Vorträgen realisieren lässt. Vielleicht hast Du schon jetzt oder nach dem Lesen des Rundbriefes eine Idee für eine AG.

Ich hoffe, dass ich auf den Inhalt des Rundbriefes und die Wintertagung neugierig gemacht habe.

Christa Schmidt

"Lernen mit allen Sinnen"

Einige ganz persönliche Anmerkungen von Willi van Lück zum Tagungsthema der Wintertagung der MUED

Der Titel ist für mich deshalb so verfänglich und erregt mich und macht mich betroffen. Ich assoziiere z. B. mit dem Titel: "mit nackten Füßen über spitze und runde Steine laufen" oder "Kinder und Jugendliche lassen ihre Seele baumeln" oder "sie sollen sich wohlfühlen, alles andere ist egal" oder allgemeiner "sie ergehen sich in Wellness" usw. Vielleicht bin ich an dieser Stelle so empfindlich, weil es genau die Vorwürfe waren und sind, die u. a. gegen die Gesamtschule mit Empathie vorgetragen wurden und werden. Und das immer im Kontext: Es geht um fachliche Leistung und soziale Angepasstheit (siehe Kopfnoten) in der Schule!

Ich glaube, dass mit dem Tagungsthema eher gemeint ist, dass Kinder und Jugendliche mit hoher Lernmotivation und mit Spaß an der Sache arbeiten sollen und dann auch individuell gefördert werden können, dass der Unterricht die Kinder und Jugendlichen in ihren Interessen ansprechen sollte, dass der Unterricht bedeutungsvoller für ihr Leben sein sollte und sie daher ganzheitlicher ansprechen sollte. Letzteres genau im Sinne der MUED: "Handlungsorientierung in emanzipatorischer Absicht." Für mich wäre es aber wichtig, dass die emanzipatorische Absicht auch in Ziele (oder Kompetenzen) ausformuliert würde. Und gezeigt würde, mit welchen Anforderungen sie vermittelt werden können.

Natürlich sind bei allen Lernprozessen des Menschen auch seine fünf Sinne beteiligt. Über die Sinnesorgane (Augen, Ohren, Nase, Zunge und Haut) werden über das gesamte Nervensystem Signale ins Gehirn geleitet. Die Signale tragen Informationen, die im Gehirn mit bereits zuvor aufgebauten Wissensnetzen zu neuen oder erweiterten Wissensnetzen zusammengeknüpft werden. Diese Wissensnetze sind fachlicher und sozialer Natur. Die Bewertung der eingehenden Signale erfolgt durch das limbische System, in dem die angeborenen und gelernten "Gefühle" verankert sind. Wer mehr dazu lesen möchte, den verweise ich auf die Lernumgebung "Modellieren mit Mathe" **"Nachhaltiges Lernen: Konstruktion einer intelligenten Wissensbasis" (www.blikk.it/angebote/modellmathe/ma8115.htm).**

In der pädagogisch-psychologischen Motivationsforschung spielen vor allem vier Formen der Lernmotivation eine wichtige Rolle: Die intrinsische Motivation, die extrinsische Motivation, die Leistungsmotivation und das Interesse.

Heinz Heckhausen hat sich in besonderer Weise mit der Lernmotivation und deren Entwicklung im Kindesalter auseinander gesetzt. Seine Arbeiten wurden nach seinem frühen Tod von seinem Schüler Peter Gollwitzer fortgeführt und wurden mittlerweile von vielen Motivationsforschern aufgegriffen. Großen Einfluss auf Forschung und Lehre hat sein Buch "Motivation und Handeln" (1980, 1989) ausgeübt. In der Pädagogischen Psychologie ist seine nach im benannte Formel zur Lernmotivierung bereits in den 70er Jahren in dem Band "Begabung und Lernen" des Deutschen Bildungsrates bekannt geworden:

Motl = (LM*E*Ae)+As+N+[bId+bZust+bAbh+bGelt+bStrafv]

Motl = Lernmotivierung
LM = Leistungsmotivation: Zielstrebiges Verhalten in Auseinandersetzung mit einem Gütemaßstab
E = Erreichbarkeitsgrad des in der Lernsituation gestellten Leistungszieles für den individuellen Schüler (erlebte Erfolgswahrscheinlichkeit in %)
Ae = Anreiz von Aufgaben
As = sachbereichsbezogener Anreiz
N = Neuigkeitsgehalt eines dargebotenen Lehrstoffes
bId = Bedürfnis nach Identifikation mit dem Erwachsenenvorbild
bZust = Bedürfnis nach Zustimmung, positivem Feedback
bAbh = Bedürfnis nach Abhängigkeit von Erwachsenen
bGelt = Bedürfnis nach Geltung
bStrafV = Bedürfnis nach Strafvermeidung

(Anmerkung für Mathe-Kundige: Bei den "+" und "*" Zeichen handelt es sich natürlich nicht um die Addition und Multiplikation, sondern um eine mehr additive oder multiplikative Verknüpfung.)

Unter pädagogisch-didaktischer Perspektive war es das Verdienst Heckhausens darauf hinzuweisen, dass von Seiten der Lehrenden der Erreichbarkeitsgrad eines Zieles, der Anreiz der Aufgabe und der Neuigkeitsgehalt von Informationen höchstes Augenmerk zu schenken ist.

Schiefele, Krapp und Prenzel sprechen beim Interesse von der "Person-Gegenstands-Beziehung, bei der ein Gegenstand eine "gefühlsbezogene Valenz" (Assoziation mit positiven Gefühlen), eine "wertbezogene Valenz" (hohe subjektive Bedeutung) und eine "Selbstintentionalität" (also keine äußeren Zwänge) besitzt. Interesse muss dabei nicht immer Voraussetzung sein, sondern kann auch während eines Lernprozesses entwickelt werden. Dafür spielt wiederum die intrinsische Motivation eine große Rolle. Um einen Schüler also vermehrt zum Lernen zu motivieren, ist es wichtig, sein Interesse zu finden oder zu we-

cken." Das Interesse hat einen großen Einfluss auf die Lernmotivation einer Person. Es ist dafür verantwortlich, welche Inhalte vermehrt gelernt werden bzw. auf welche Inhalte die Auswahl fällt, genauer und länger bearbeitet zu werden. Hier stehen die Inhalte im Vordergrund, denn diese sind für das Auftreten von Interesse verantwortlich. Ganz im Sinne der intrinsischen Motivation setzt sich der Lernende also aufgrund der Inhalte mit dem Lernstoff auseinander und hat dadurch Freude an der Tätigkeit selbst, ohne unbedingt bestimmte Ziele damit zu verfolgen. Wer mehr dazu lesen möchte, den verweise ich auf die Lernumgebung "Modellieren mit Mathe"
(www.blikk.it/angebote/modellmathe/ma8120.htm und ../ma8130.htm).

"Emotions- und Neuropsychologen haben herausgefunden, dass zu Beginn einer jeden Begegnung und eines jeden Gesprächs die Glaubhaftigkeit des Partners eingeschätzt wird. Dies geschieht innerhalb ca. einer Sekunde völlig unbewusst über eine Analyse der Augen- und Mundstellung, der Tönung der Stimme und der Körperhaltung. ... Unbewusst wahrgenommener emotional gesteuerter Körpergeruch, der Furcht und Unsicherheit vermittelt, könnte ebenfalls eine Rolle spielen; auch dies wird in der Amygdala (sie befindet sich im limbischen System) verarbeitet. Beim Lernen in der Schule ist dies genauso, denn Schüler stellen schnell und zumindest im ersten Schritt unbewusst fest, ob der Lehrer motiviert ist, seinen Stoff beherrscht und sich mit dem Gesagten auch identifiziert. Dem Lehrer sind die von ihm ausgesandten Signale meist überhaupt nicht bewusst, und er kann sie deshalb nicht oder nur nach großem Training willentlich steuern. Wenn also ein in vielen Jahren des Lehrerdaseins ermüdeter, unmotivierter Lehrer Wissensinhalte vorträgt, so ist dies in den Gehirnen der Schüler die direkte Aufforderung zum Weghören." Werner Stangl, Institut für Pädagogik und Psychologie, Linz; http://arbeitsblaetter.stangl-taller.at. Wer mehr dazu lesen möchte, den verweise ich auch auf die **Lernumgebung "Schule gestalten" (Verfasser Willi van Lück) (ww** Unter pädagogisch-didaktischer Perspektive war es das Verdienst Heckhausens darauf hinzuweisen, dass von Seiten der Lehrenden der Erreichbarkeitsgrad eines Zieles, der Anreiz der Aufgabe und der Neuigkeitsgehalt von Informationen höchstes Augenmerk zu schenken ist. Die Leistungsmotivationsforschung hat aber auch gezeigt, wie wichtig Schwierigkeitsdosierungen für die Motivierung im Unterricht sind, die den Fähigkeiten der einzelnen Schüler Rechnung tragen.
www.blikk.it/angebote/schulegestalten/se460.htm u. ../se470.htm).

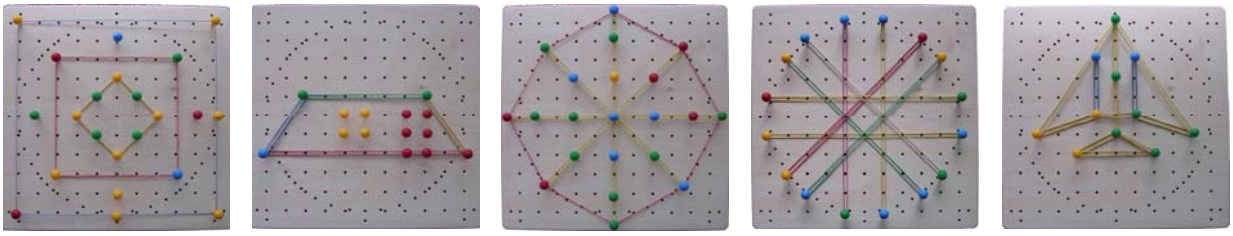
Individuelle Lernzugänge ermöglichen

– materialgestütztes Lernen mit Steckbrettern (Mexbox)

Michael Katzenbach

Handelnde Zugänge eröffnen Möglichkeiten zum verständnisorientierten individuellen Lernen und sie können für Unterrichtssituationen genutzt werden, die auch den Erwerb allgemeiner mathematischer Kompetenzen fördern.
Am Beispiel des Einsatzes von Steckbrettern zu Beginn der Sekundarstufe 1 möchte ich in dem Beitrag Möglichkeiten für Aufgabenstellungen vorstellen, die sich für den Einsatz in der Freiarbeit, zur handlungsorientierten Begriffsbildung, beim entdeckenden Lernen, zur Binnendifferenzierung, zum produktiven Üben, als Hilfsmittel für die Präsentation von Schülerergebnissen und als Grundlage für Spiele eignen.

Freiarbeit zum Kennenlernen
Eine Unterrichtstunde im 5. Schuljahr: Die Schülerinnen und Schüler arbeiten zum ersten Mal mit Steckbrettern. Ihre Aufgabe besteht darin, mit einer Partnerin oder einem Partner eine Figur zu entwickeln und in der Klasse den Prozess und das, was sie sich unter der Figur vorstellen, zu beschreiben. Dabei benutzen sie die Steckbretter als Präsentationsma-



terial. Die folgenden Abbildungen zeigen typische Figuren, die in einer solchen Lernsituation von Lernenden erstellt werden:

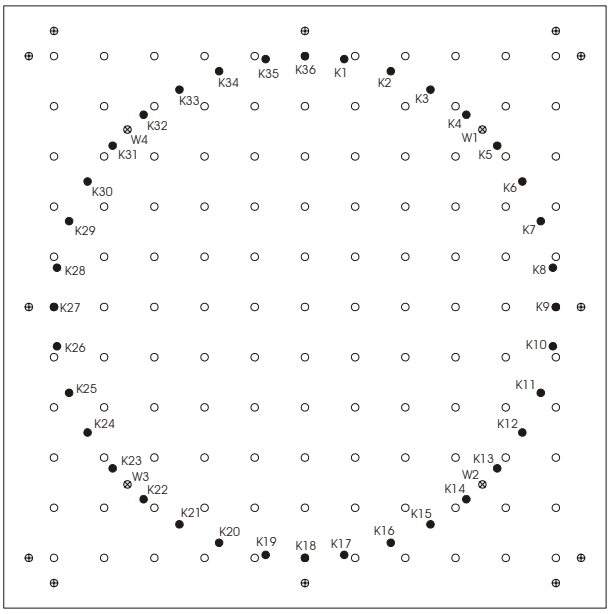
Beim Arbeiten mit dem Material und bei der Vorstellung ihrer Figur in der Klasse entdecken die Lernenden Strukturelemente der Steckbretter: Manche Lernende nutzen vorwiegend Gitterpunkte, andere verwenden auch einige der 36 Kreispunkte. Es entstehen akstrakte Figuren, aber auch Darstellungen persönlicher Art, wie der Hinweis auf das Hobby “Modellflugzeuge” in der Abbildung rechts. Die Präsentation und das Gespräch über die eigene Figur in der Klasse haben einen diagnostischen Wert, insbesondere kurz nach der Übernahme einer neuen Lerngruppe.

Lernende entdecken, dass Figuren aus unterschiedlichen Basisfiguren zusammengesetzt sind und sie diskutieren über Muster, Symmetrie und Parallelität. Ausgehend von der Vielzahl entstandener Figuren können Eigenschaften spezieller Figuren bestimmt und Strukturelemente der Steckbretter zusammengestellt werden.

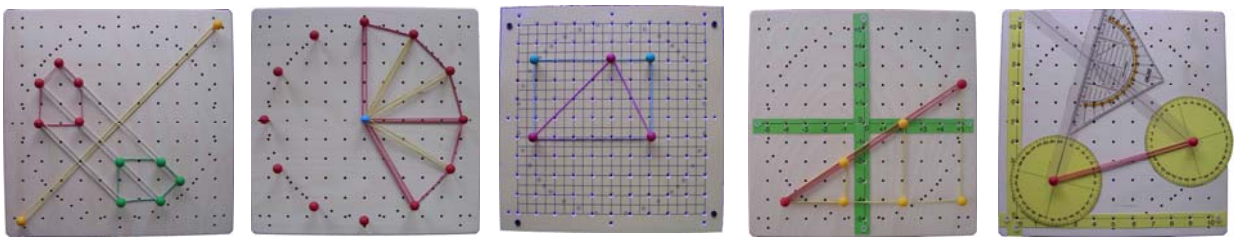
Das Material

Die Steckbretter aus Birkensperrholz enthalten

- 11 x 11 Gitterpunkte (o) im Abstand 2 cm,
- 36 Punkte (●, K1 - K 36) auf einer Kreislinie mit dem Durchmesser 10 cm,
- 4 Punkte (⊗,W1 – W4) auf der Kreislinie und auf der Winkelhalbierenden,
- 12 Punkte außerhalb des Gitters zum Befestigen von Koordinatenachsen, Schablonen oder anderem Zusatzmaterial



Ein Klassensatz an Steckbrettern, Stöpsel in fünf verschiedenen Farben, Gummiringe und Zusatzmaterial sind in einer Holzkiste, der Mexbox, untergebracht. Diese enthält auf den Seiten das gleiche Lochmuster wie die Steckbretter. Zusatzmaterialien wie Koordinatensysteme, Winkelscheiben, Folienstreifen und Schablonen können von den Lernenden selbst hergestellt werden. Die Notwendigkeit zum genauen Zeichnen und sorgfältigen Stanzen von Löchern ergibt sich aus der Sache.
Das Material kann unter anderem in den Bereichen Geometrie, Funktionen, Bruchzahlen genutzt werden.



Vereinbarung eines Koordinatensystems
Bei der ersten Beschäftigung mit den Steckbretten beschreiben die Lernenden Punkte im Gitter in unterschiedlicher Weise. Mit der folgenden Aufgabenstellung soll u. a. eine Vereinbarung zur Bezeichnung von Punkten im Gitter vorbereitet werden:

Nimm an, du hast eine Figur auf dem Steckbrett gefunden, die dir sehr gefällt. Dein Freund in Mexdorf hat auch ein Steckbrett. Und du möchtest ihm über das Telefon deine Figur so beschreiben, dass er sie genauso nachbauen kann.

Nach einer kurzen Ideensammlung, mit der im wesentlichen sicher gestellt werden sollte, dass alle die Frage verstanden hatten, schlug ich vor, dies für einfache Figuren im Spiel zu probieren. Die Schüler/innen überlegten sich Figuren mit höchstens 6 Eckpunkten und versuchten diese nun ohne Sichtverbindung (herausgeklappte Tafelwand) an einen Partner zu übermitteln. Diese Anordnung hat den Vorteil, dass die Klasse während des gesamten Vorgangs die ursprüngliche und die auf dem Empfängerbrett entstehende Figur sehen kann. So können die Schüler/innen Merkmale für erfolgreiche und weniger erfolgreiche Strategien erkennen. Beispielsweise wurde auf die Anweisung „Stecke den Stöpsel in die Mitte!“ der Stöpsel in den Schnittpunkt der Brettdiagonalen gesteckt. Gemeint war aber die Mitte der oberen Reihe. Weiterhin war zu beobachten, wie sich Fehler fortsetzen, wenn ein Schüler immer vom vorletzten Punkt aus beschrieb, wo der nächste Stöpsel zu setzen sei. Im Auswertungsgespräch beschrieben die Schüler/innen, aus welchen Gründen Verständigungsprobleme auftraten, und warum bei einigen Schüler/innen die Figur richtig übermittelt wurde. Viele Schüler/innen nutzten beim Diktieren die Gitterstruktur aus (z. B. 3 nach rechts und 2 nach oben). Im Gespräch wurde klar, dass ein gemeinsamer Bezugspunkt festgelegt werden muss. Wir vereinbarten, den Gitterpunkt links unten zu nehmen. Die Koordinatenschreibweise führte ich nun als abkürzende Schreibweise für die Zahl der Schritte, die von diesem Punkt nach rechts bzw. oben zu gehen waren. Zur Veranschaulichung dienten aufgesteckte Koordinatenstreifen.
Hanni schrieb einen Text zu ihren Beobachtungen, mit dem sie zeigt, dass sie die Stunde nicht nur auf der kognitiven Ebene erlebt hat:

Steckbretter

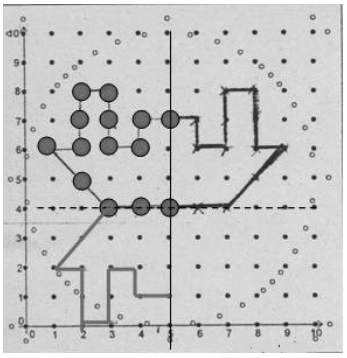
Wenn wir das nächste Mal dieses Spiel machen, müssen wir es gleich so machen wie Rouven und Pascal. Man wählt vorher einen Punkt aus, an den man immer wieder zurückkommt. Weil, wenn man immer von einem Punkt zum anderen geht, vertut man sich schnell und einfach. Diese neuen Streifen an den Brettern finde ich toll. Dann kann man immer sagen (4|3) oder (9|10), das ist einfacher. Das Spiel finde ich witzig, vor allem wenn etwas anderes herauskommt, als es sollte.

Nach der Vereinbarung des Koordinatensystems zeichneten die Schüler/innen Koordinatenachsen auf Kartonstreifen und stanzten die durch den Streifen abgedeckten Gitterlöcher aus. Die Übertragung der Figuren in selbst gezeichnete Koordinatensysteme oder das Eintragen in Protokollblätter machte deutlich, dass Koordinatensysteme nicht nur bei Steckbrettern vorkommen können.

Figurendiktate im Koordinatensystem – von Schülern für Schüler
Weitere Übungsphasen bestanden im Entwerfen von Figuren im Gitternetz, Notieren der Koordinaten, Figurendiktat mit Partnern oder mit der Klasse und Kontrolle der Ergebnisse durch die Schüler/innen, die die Figuren entworfen hatten. Eine Form fanden die Schüler/innen dabei besonders interessant:

Stecke eine achsensymmetrische Figur aus 10 - 16 Punkten. Zeichne deine Figur auch im Protokollblatt ein. Diktiere der Klasse nur etwa die Hälfte der Punkte, so dass die Figur vervollständigt werden kann. Gib deinen Mitschülerinnen 2 - 3 Minuten Zeit und vergleiche die Ergebnisse mit deiner Figur. Bespreche mit der Klasse, welche Figuren richtig sind.

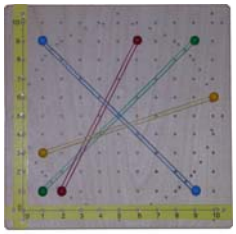
Wenn die Mitschüler dann ihre Steckbretter hoch halten, erhält der Aufgabensteller einen schnellen Überblick über alle vorliegenden Lösungen. In der Diskussion klärt nun der Aufgabensteller, welche Lösungen richtig sind. Dabei konnte oft festgestellt werden, dass die Figur des Aufgabenstellers nicht die einzige richtige Lösung darstellt, die diktierten Punkte zu einer symmetrischen Figur zu ergänzen.



Je nach Größe und Lage der diktierten Halbfigur ist es möglich mehrere Spiegelachsen so zu wählen, dass auch die Spiegelpunkte auf dem Steckbrett liegen. Da dies von dem Aufgabensteller oft nur schwer eingesehen werden konnte, entwickelten sich hier-

aus engagierte Diskussionen – nach der vorangegangenen Unterrichtssituation erneut ein Beispiel dafür, dass in der Kommunikation häufig von Voraussetzungen ausgegangen wird, die den Partnern nicht bewusst sind und dass es deshalb zu unterschiedlichen Interpretationen der Situation kommt.

Produktive Übungen, die mathematische Entdeckungen beim Trainieren (Koordinaten von Punkten bestimmen, Punkte in ein Koordinatensystem einzeichnen) ermöglichen, lassen sich an erste freiere Übungen anschließen.



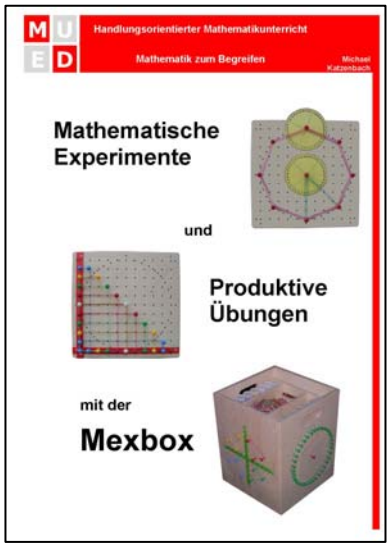
1. Steckt zu den Punkten A und B möglichst viele Punkte, die auf der Verbindungsstrecke liegen.

   Schreibt die Koordinaten dieser Punkte auf.

   Könnt ihr eine Regel entdecken? Schreibt alle Beobachtungen auf.

	Punkt A	Punkt B	Punkte auf den Verbindungsstrecke
a)	A(1|1)	B(9|9)	
b)	A(2|1)	B(6|9)	
c)	A(1|9)	B(9|1)	
d)	A(1|3)	B(10|6)	

Diese Beispiele zeigen Möglichkeiten auf, handelnde Aktivitäten beim Kennenlernen der Steckbretter mit dem Entdecken mathematischer Strukturen und mathematischen Argumentationen zu verbinden. Die im September 2009 erscheinende Neufassung der Broschüre zur Mexbox enthält zahlreiche weitere Beispiele für Unterrichtssituationen und Arbeitsaufträge zu mathematischen Experimenten, Produktiven Übungen, Lernen durch Handeln sowie Spiele für die Jahrgänge 5 - 8. Viele Arbeitsaufträge können unmittelbar für methodische Formen wie Stationsarbeit oder Gruppenpuzzle genutzt werden.



Klasse 5–6

KOMPETENZEN | inhaltlich
- → Dezimalzahlen multiplizieren und dividieren
- → Ergebnisse schätzen und prüfen

KOMPETENZEN | prozessbezogen
- → mathematische Werkzeuge verwenden

ZEITBEDARF
- → 1 Unterrichtsstunde

ZUSÄTZLICHES MATERIAL
- → Taschenrechner
- → Legeplättchen
- → Folie

MATERIALPAKET (M)
- → Spielplan

Das Runde muss ins Eckige

Mit dem Taschenrechner-Fußball das Verständnis von Dezimalzahlen vertiefen

Regina Puscher

Ein Taschenrechner-Spiel mit Sechstklässlern? „In der Sechsten ist der Taschenrechner doch noch gar nicht eingeführt", wenden einige Kolleginnen und Kollegen ein. Andere fürchten, dass dadurch die Motivation zum Kopfrechnen schwindet. Die Erfahrung zeigt jedoch, dass die Benutzung des Taschenrechners den Schülerinnen und Schülern auch ohne Einführung vertraut ist. Zahlen und einfache Rechnungen einzutippen, war für sie kein Problem. Selbstverständlich dürfen die Taschenrechner nur in diesem Spiel verwendet werden. Um erst gar keinen Unmut aufkommen zu lassen, bringe ich immer einen Klassensatz schuleigener Taschenrechner mit und sammle sie danach wieder ein. Allen Lernenden war klar, dass ansonsten im Kopf gerechnet wird.

Spielvorbereitung

In diesem Fußballspiel treten nur zwei Spieler gegeneinander an. Auf dem Spielplan sieht man zwei Tore und die Aufstellung zweier Mannschaften (M). Statt der üblichen Rückennummern steht auf den Trikots immer ein Zahlenpaar. Als Ball kann man eine Spielmarke oder auch eine Centmünze verwenden. Vor dem Anpfiff müssen die Spielregeln geklärt werden. Einzelne Schülerinnen und Schüler brauchen dazu nur die Spielbeschreibung und spielen los (1). Die meisten anderen durchschauen die Regeln jedoch nicht auf den ersten Blick, doch zwei Spielzüge auf dem Tageslichtprojektor helfen weiter.

Trainingsspiel

So könnten etwa Polat und Carolin gegeneinander antreten. Eine Münze hat entschieden, dass Carolin anfangen darf. Ihr Mittelfeldspieler hat die Rückennummer $\frac{10}{15}$. Polat muss ihr also eine Dezimalzahl zwischen zehn und fünfzehn in den Taschenrechner eintippen, er wählt 13,7. Der Spieler kann den Ball nur an die Spieler abgeben, mit denen er durch eine Linie miteinander verbunden ist. Zum Abspiel muss Carolin 13,7 mit einer Zahl multiplizieren, so dass sich als Ergebnis eine Zahl zwischen 20 und 25 oder eine zwischen 40 und 45 ergibt. Carolin tippt ein: „13,7 · 1,5" und erhält als Ergebnis 20,55. Glück gehabt, der Chip wandert vom Mittelfeldspieler zum Spieler mit der Nummer $\frac{20}{25}$. Carolin ist immer noch am Ball. Sie will den Ball dem Spieler mit der Rückennummer $\frac{5}{10}$ zuspielen. Nur wie soll das gehen? Erst vorsichtige Tipps von meiner Seite bringen Carolin auf eine Idee: „20,55 · 0,5". Die Anzeige zeigt 10,275 an, die Ballabgabe ist fehlgeschlagen. Der direkte Gegenspieler bekommt den Ball. Polat darf die Zahl im Taschenrechner nicht löschen, er muss mit dieser Vorlage weiterspielen. Er versucht, durch Multiplikation dieser Zahl den Ball an seine Mannschaftskollegen mit den Nummern $\frac{10}{15}$ oder $\frac{30}{35}$ abzugeben.

Es dauert eine ganze Weile, bis das erste Tor fällt, Langeweile kommt dennoch nicht auf. Wird ein Tor geschossen, bekommt der Mittelfeldspieler der gegnerischen Mannschaft den Ball. Die Taschenrechneranzeige wird gelöscht und der Gegner tippt eine neue Startzahl ein. Eine einmal verwendete Startzahl darf nicht ein zweites Mal benutzt werden. Spielt man später noch eine andere Runde, kann statt Multiplikation auch Division als Rechenoperation vorgegeben sein.

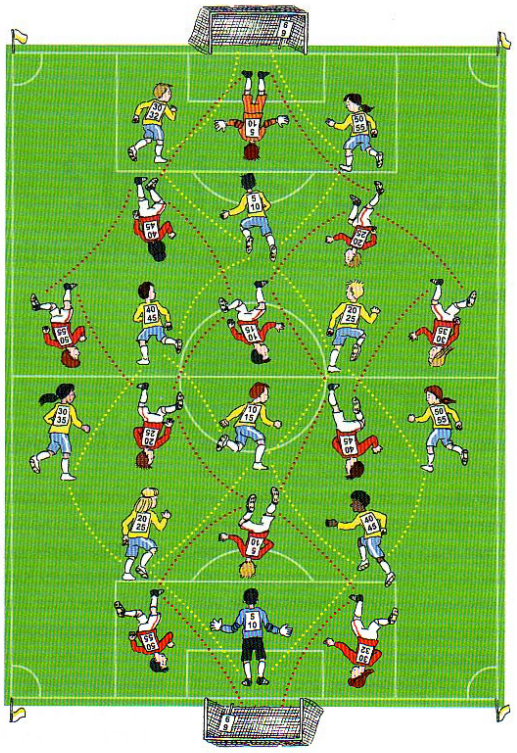
Bilanz ziehen

Beim Taschenrechner-Fußball lernen die Kinder spielerisch, Rechnungen abzuschätzen. Zudem wirkt es der Vorstellung entgegen, Multiplikation mache immer größer und Division immer kleiner. Und auch so etwas passiert: Moritz Torschuss ging daneben, weil er zwar richtig gedacht, sich aber auf dem Taschenrechner vertippt hatte. Hier üben die Schülerinnen und Schüler also auch den Umgang mit dem Taschenrechner. Der Taschenrechner als ein Werkzeug, das zwar das Rechnen, aber nicht das Denken abnimmt. ◂

1 Taschenrechner-Fußball

Material: **Spieler:** 2

- Spielplan M
- 1 Legeplättchen als Ball
- Taschenrechner



Spielregeln:

Anstoß:
Anstoß hat immer Spieler $\frac{10}{15}$. Der Gegner tippt eine Dezimalzahl zwischen 10 und 15 im Taschenrechner ein.

Den Ball spielen:
Der Ball kann nur zwischen Spielern einer Mannschaft gespielt werden, die direkt durch eine Linie miteinander verbunden sind. Als erstes musst du entscheiden, wen du anspielen willst. Die Zahl in der Anzeige muss du so multiplizieren, dass das Ergebnis zwischen den beiden Zahlen auf seinem Trikot liegt. Gelingt das, wandert der Ball zu diesem Spieler. Ansonsten bekommt der gegenüberliegende Spieler der anderen Mannschaft den Ball.

Tore schießen:
Nur zwei Stürmer pro Mannschaft können ein Tor schießen. Dazu musst du ein Ergebnis zwischen 6 und 9 erhalten, wie das Schild im Tor anzeigt. Wenn ein Tor geschossen wurde, wird die Rechneranzeige gelöscht und die andere Mannschaft hat Anstoß.

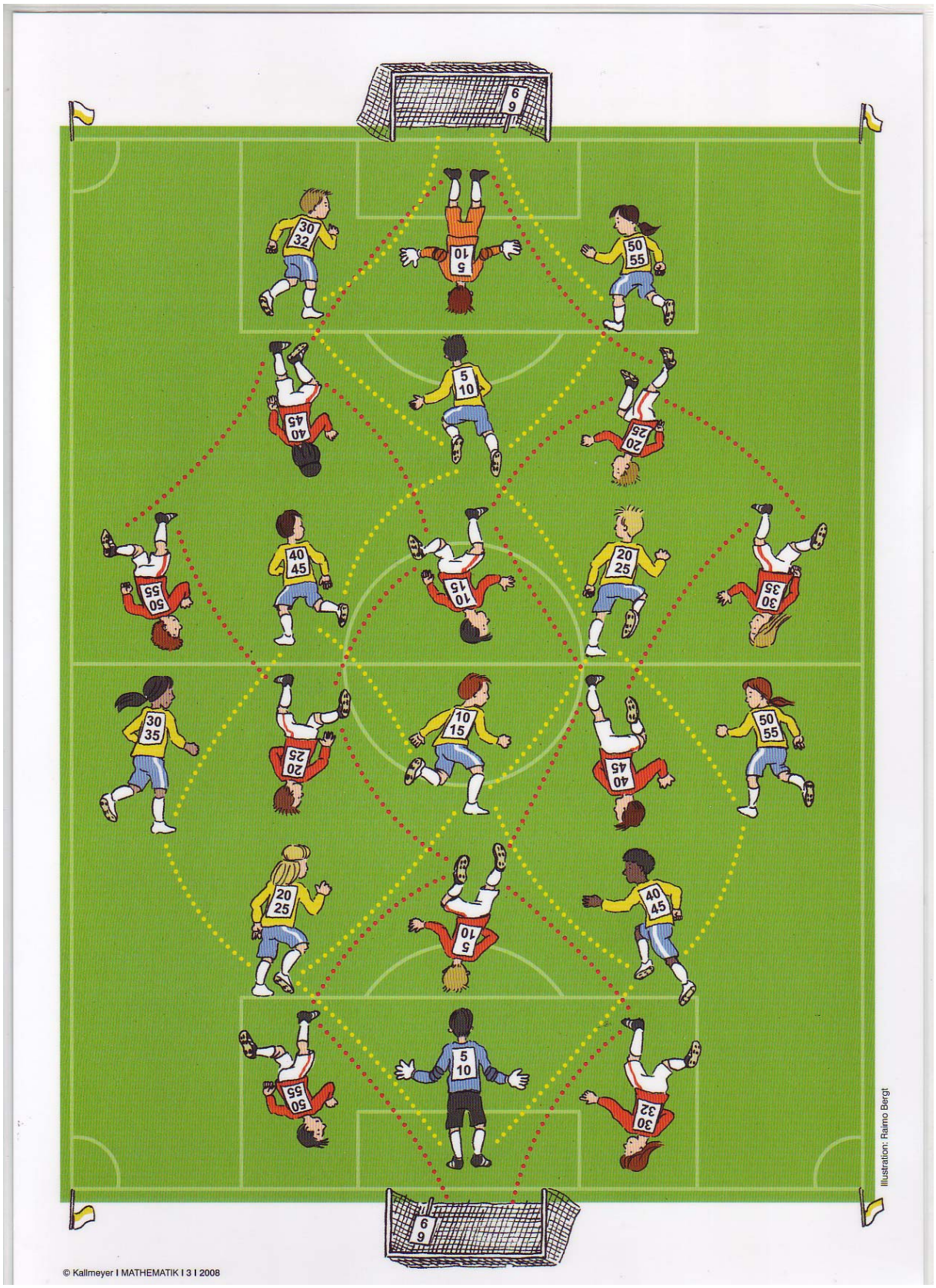
Du darfst nur multiplizieren. Du darfst die Taschenrechneranzeige nur löschen, wenn ein Tor gefallen ist.

Aufwärmtraining: Gib alle Rechnungen in den Taschenrechner ein:

Anstoß Mannschaft A (rote T-Shirts)

1. Vorgabe von B: [11,4]
2. Mannschaft A will an den Spieler $\frac{25}{20}$ abspielen
   und tippt ein: [x] [2] [,] [1] [=]
   Taschenrechner-Anzeige: [23,94]
   Das Abspiel ist geglückt.
3. Mannschaft A will den Ball an den Spieler $\frac{5}{10}$ weitergeben und tippt ein:
   [x] [1] [,] [0] [1] [=]
   Taschenrechner-Anzeige: [24,17944]
   Mannschaft A verliert den Ball.
   Spieler $\frac{5}{10}$ von Mannschaft B bekommt den Ball.
   Die Taschenrechneranzeige wird nicht gelöscht!
   Jetzt beginnt euer Spiel. Lost aus, wer beginnt. Gewonnen hat, wer nach der vereinbarten Zeit die meisten Tore geschossen hat.

Foto: shutterstock



Der Abdruck dieses Artikels erfolgte mit Genehmigung des Kallmeyer-Verlages.

Außergewöhnliche Wohnhäuser

Mathematikunterricht in Klasse 8

Rüdiger Vernay

Eine Unterrichtseinheit entsteht

Ein Zeitungsartikel über "fliegende Häuser" (s. Kasten auf der nächsten Seite) war der Ausgangspunkt zu diesem Unterrichtsprojekt: Häuser mit sechseckiger Grundfläche und nahezu dreieckigen Zimmern, die man mit einem Schwerlasthelikopter von einem Ort zum anderen transportieren kann. Diese Idee lässt sich doch im Unterricht verwenden, dachte ich mir, man kann solche Häuser selber planen und Modelle herstellen. Dass man dabei Mathematik braucht, ergibt sich ganz von selbst: Um die Zimmerfläche berechnen zu können, braucht man die Flächenformel für ein Dreieck. Und wer schreibt eigentlich Dreiecke als einzige Zimmerform vor? Ebenso sind bei dieser Grundfläche Parallelogramme und Trapeze möglich. Also noch mehr Geometrie. Die Sechseckfläche wird beim umbauten Raum erforderlich; dabei fallen auch noch verschiedene Prismen ab.
Die Entscheidung war klar: Hier wird Mathematik notwendig, um ein Problem lösen zu können. Teilweise muss Bekanntes (aber Vergessenes) hervorgekramt und in neuen Zusammenhängen angewendet werden. Zum anderen werden neue Inhalte gebraucht und in sinnvollen Anwendungskontexten gelernt.
Klar war auch, dass der praktische Anteil, das Planen, Zeichnen und Bauen von Modellen, ein Schwerpunkt dieser Unterrichtseinheit sein sollte. Um die Schülerinnen und Schüler aber nicht mit all diesen Dingen zu überfahren, musste ein Vorlauf geplant werden, der sie behutsam mit der Thematik bekannt macht, den einen oder anderen Inhalt wiederholt und vielleicht auch schon neue Inhalte einführt.
Hier boten sich die so genannten Nur-Dach-Häuser an, Häuser mit Dächern bis zum Boden, wie man sie manchmal in Ferienhausanlagen findet. An ihnen lassen sich Dreiecksfläche und Prismenvolumen berechnen, zudem einiges vertiefend wiederholen.

Nur-Dach-Häuser

Als Einstieg stellten wir in der Klasse einfache Modelle von Nur-Dach-Häusern her, ein DIN A4-Blatt quer gefaltet als Dach und ein A5-Blatt als Grundfläche. Es sollte zunächst überlegt werden, wie hoch so ein Haus wohl in Wirklichkeit ist, welchen Maßstab unser Modell also hat. Maß-

stab – da war doch 'mal 'was. Schon lange her, aber mit Hilfen reaktivierbar. Wir einigten uns schließlich auf einen handhabbaren Maßstab (1:50), damit ließ sich gut rechnen und es entsprach nahezu den realen Größenverhältnissen.
Ein solches Haus hat doch meistens zwei Stockwerke. Wo also kann eine Zwischendecke sein? Was ist zu beachten? Wie viel Platz ist oben noch? Wo kann man stehen, wo nicht? Wie nutzt man den Raum, wo man nicht stehen kann, sinnvoll? Hier war der Phantasie die Schülerinnen und Schüler gefragt. Gerne stiegen sie darauf ein. Viele Ideen entstanden, es wurde einiges gerechnet. Und es wurde in den Kleingruppen kontrovers diskutiert. Reicht es, wenn das untere Stockwerk etwa 2,30 m hoch ist? Welche Möbel wären an den Schrägen sinnvoll? Viele Argumente mussten mit Zahlen untermauert werden, Training im Umgang mit dem Maßstab.
Nach dieser Kreativphase fokussierte ich das Geschehen auf Dreiecksfläche und -prisma. Fensterflächen im Giebel oder die Holzflächen der Giebelwände waren der Anlass dazu. Die Berechnung des umbauten Raums bei unterschiedlichen Dachneigungen rückte dann auch das Volumen von Dreiecksprismen in den Mittelpunkt. Nach der Erarbeitung der Formeln wurde geübt, teils schlichte Trainingsaufgaben ohne, später mit Anwendungsbezug. Es gab aber auch diverse Problemstellungen an Nur-Dach-Häusern oder Dächern, bei denen durchaus mehr erwartet wurde als nur Zahlen in die beiden neu gelernten Formeln einzusetzen: Rechtecke und Quader berechnen, aus überbestimmten Vorgaben die notwendigen Werte heraussuchen, Zeichnungen anfertigen.

Hannoversche Allgemeine

Bauen & Wohnen

SEITE II/1 – SONNABEND, 24. JULI 1999 – NR. 170

Jungfernreise für „fliegendes Haus“

Gebäudeprototyp in Sachsen-Anhalt soll Expo-Besucher ins Nachbarland locken

VON ANDRÉ STAHL

Die Vision von mobilen Häusern, die komplett vormontiert per Hubschrauber zum Kunden geliefert und jederzeit wieder an einen anderen Standort geflogen werden können, nimmt allmählich Gestalt an. Der Prototyp der „fliegenden Häuser“ der Berliner Eurohaus AG soll im September in Vockerode (Sachsen-Anhalt) montiert werden und somit im kommenden Jahr auch Besucher der Expo 2000 ins niedersächsische Nachbarland locken. Im Jahr 2001 sollen dann die ersten der superleichten und futuristischen Häuser an Kunden ausgeliefert werden. Das erklärte jetzt Vorstand Ralf List bei der Präsentation eines Modells dieser Weltneuheit in Berlin.

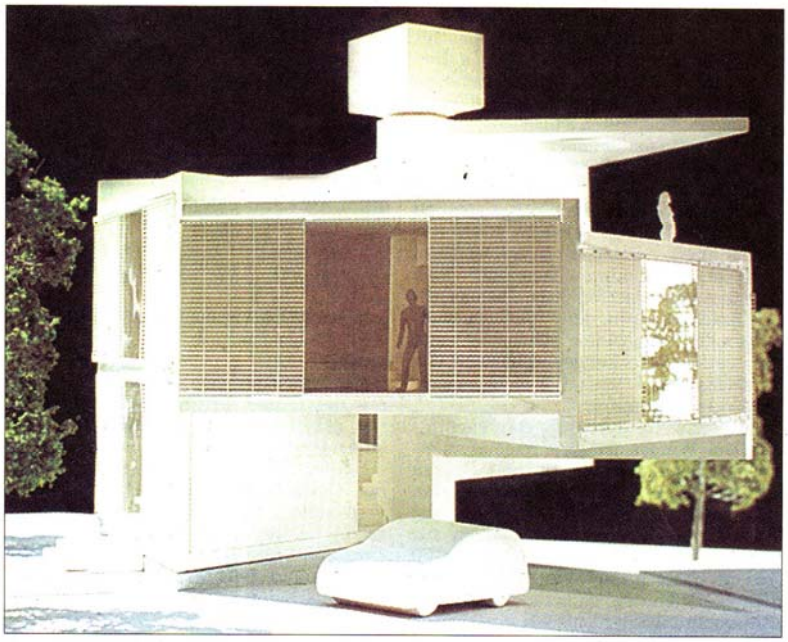
Mit dem Konzept der „fliegenden Häuser“ (wir berichteten ausführlich auf Bauen & Wohnen vom 5. Mai darüber) will das Unternehmen der steigenden Mobilität Rechnung tragen. Bei den sechseckigen High-Tech-Gebilden, deren Wohnbereiche sich um eine Mittelsäule gruppieren, werden zudem völlig neue Techniken angewendet. Außerdem könnten sie auch Auswirkungen auf die Einträge in die Grundbücher sowie die Kreditvergabe von Banken haben, denn schließlich kann das Haus – beispielsweise bei einem Umzug in eine andere Stadt – ohne große Probleme gleich mitgenommen werden. Ganz nebenbei könnte auch ein völlig neuer Markt entstehen – nämlich ein „Gebrauchthausmarkt“.

Bei den mobilen Häusern der Eurohaus AG handelt es sich weder um Häuser mit „Satteldächlein“ noch um „weltraumverdächtige Zukunftsgebilde“. Sie unterschreiten aber auf jeden Fall die Gewichtsgrenze von 25 Tonnen, die dem Lufttransport mit russischen Hubschraubern ein Limit setzen. Massivhäuser wiegen bis zu 130 Tonnen, Holzhäuser bis zu 55 Tonnen. Die Häuser mit einer Wohnfläche von 135 Quadratmetern werden schlüsselfertig hergestellt. Nach dem Transport durch die Luft wird das komplette Wohnhaus auf ein Fundament gesetzt und an die Versorgungsleitungen angeschlossen. Diese führen durch die Mittelsäule, die gleichzeitig statischer Mittelpunkt des Hauses ist.

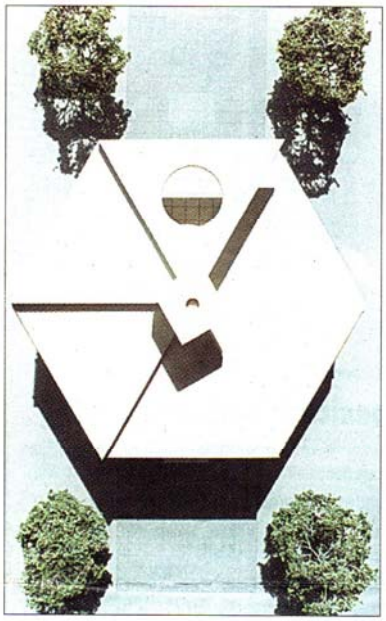
Für das Projekt sind renommierte Experten gewonnen worden, so auch das Architekturbüro ABB sowie das Ingenieurbüro Bollinger und Grohmann (beide aus Frankfurt/Main). Die Hauptsäule des Hauses ist aus Aluminium und wird nach der „Landung“ zur Stabilität mit Flüssigkeit gefüllt. Die Deckenträger sind ebenfalls aus leichtgewichtigem Aluminium. Der Innenausbau hingegen besteht aus herkömmlichen Materialien. Diese Bauweise soll es ermöglichen, mehrere Häuser wie Waben nebeneinander oder auch als eine Art Büroturm übereinander zu montieren.

Für das erste Werk in Deutschland, das diese Häuser per Fließband produzieren soll, wird derzeit Vockerode favorisiert. Sollte das Interesse an diesen Gebäuden die Erwartungen der Hersteller erfüllen, will man insgesamt drei Werke bauen, in denen jeweils 1500 der High-Tech-Häuser pro Jahr vom Band „fliegen“ sollen. Für jedes Werk sind vier Transporthubschrauber eingeplant. „Die ersten stehen derzeit in Moskau schon bereit“, sagte Ralf List.

Schwierigkeiten durch die örtlichen Behörden bei den Baugenehmigungen befürchtet er nicht. „Schließlich paßt das Haus in 80 Prozent aller rechtskräftigen deutschen Bebauungspläne.“ Inklusive Transport soll ein Gebäude etwa 250 000 Mark kosten.



Raumelemente gruppiert um eine Mittelsäule aus Aluminium (Modell). Wia (2)



Das „fliegende Haus“ von oben.

"Fliegende Häuser" – die Projektphase

Nach etwa 7 Unterrichtsstunden begann der 2.Teil, die "fliegenden Häuser". Ich hatte mir von den Konstrukteuren dieser Wohngebäude weitere Unterlagen besorgt, die ich der Klasse präsentierte, verbunden mit der Ankündigung, dass sie selber ein solches Haus als Modell herstellen sollten. Alle notwendigen Berechnungen mussten dokumentiert werden. Beides sollte in 3 Wochen später als Hausarbeit abgegeben werden, bewertet wurde es wie eine Klassenarbeit.

Die Klasse war begeistert von der Idee, sehr schnell entstanden erste eigene Entwürfe, wobei nicht nur die von mir vermuteten Zimmerformen entstanden. Die Notwendigkeit, Parallelogramme und Trapeze berechnen zu können, war leicht einzusehen, auch wenn einige für sich das Problem zufriedenstellend über die Zerlegung in Dreiecke und Rechtecke lösten.
Es zeigte sich aber auch, dass einige Zimmerformen aufwendigere Berechnungen als von den Schülerinnen und Schülern vermutet nötig machten und daher am Ende oft leichter zu berechnenden Formen weichen mussten.
Nicht alle kamen auf Anhieb mit den Zimmergrößen klar. Es entstanden 30 m² große Bäder zusammen mit 15 m² großen Wohnzimmern. Erst die Aufforderung, die eigene Wohnung zu vermessen, um so entsprechende Größenordnungen zu erhalten, half weiter.
Für Jugendliche, die im höheren Leistungsniveau arbeiteten (an meiner Schule findet keine äußere Fachleistungsdifferenzierung statt), gab es als Zusatzaufgaben, über die Einrichtung einzelner Räume nachzudenken ("Richte die Küche und "dein" Zimmer ein").
Begleitend dazu wurde natürlich im Unterricht geübt, Parallelogramme, Trapeze und Prismen zu berechnen, auch diesmal wieder sowohl mit als auch ohne direkten Bezug zum Thema und mit unterschiedlich komplexen Aufgaben.

Im Abstand von jeweils einer Woche gab es verbindliche Termine, zu denen der jeweilige Arbeitsfortschritt an der Hausarbeit präsentiert werden muss. So konnte ich dann besser auf eventuelle Defizite beim Zeitmanagement einwirken.

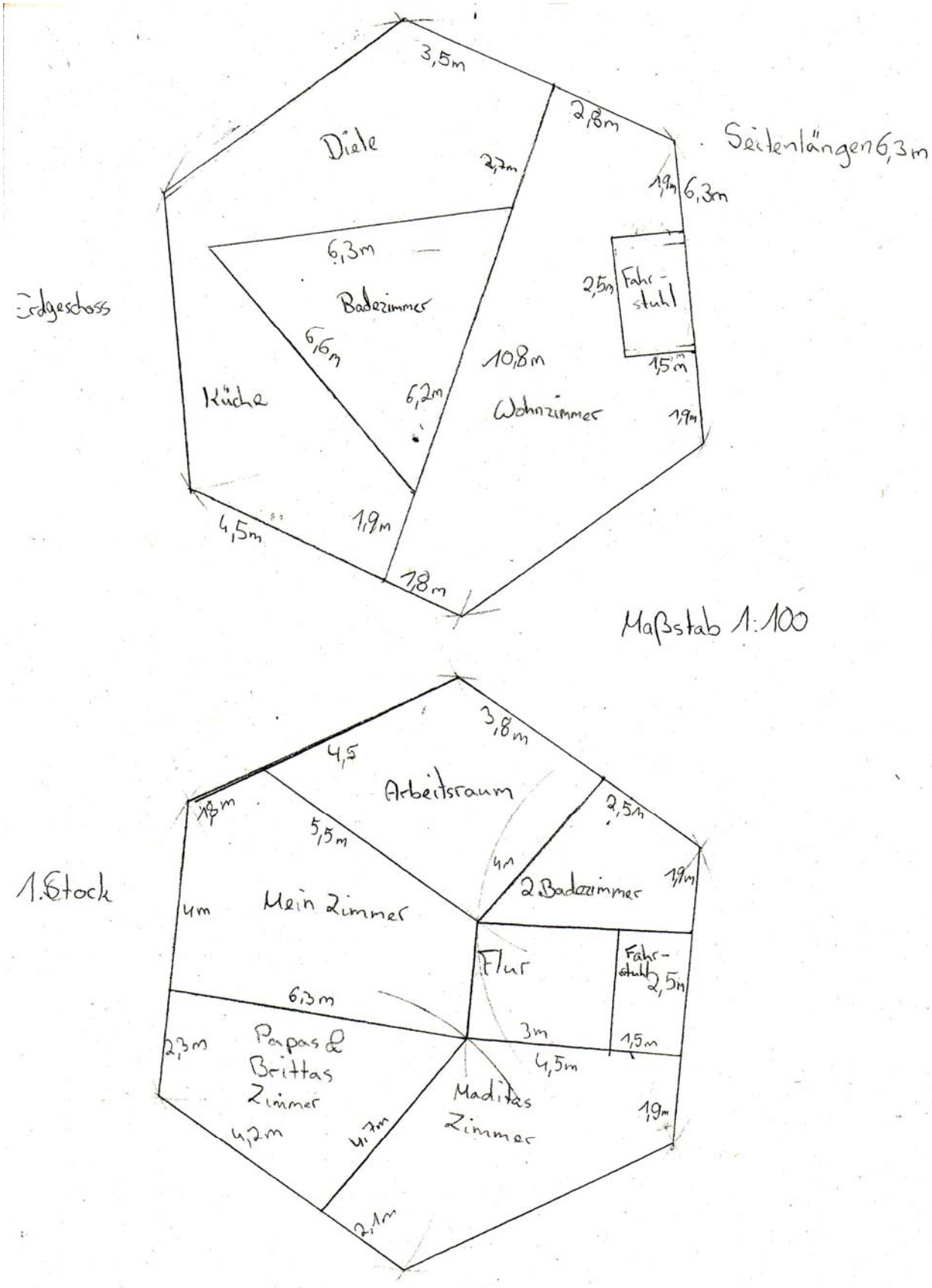
Zum Abgabetermin gab es viele schöne Entwürfe und Berechnungen. Einige davon sind auf dieser Doppelseite abgebildet. Es gab aber auch enttäuschende, vor allem weil sie handwerklich wenig sorgfältig gearbeitet waren. Diese Schülerinnen und Schüler waren in Zeitnot geraten, sie hatten die Hinweise bei den wöchentlichen Besprechungen nur unzureichend umgesetzt. Schade!

Mit den Berechnungen, die die Jugendlichen mit ihren Modellen abgeben mussten, sollten sie nachweisen, dass sie die mathematischen Inhalte beherrschten und sie in der Lage waren, ihre Ergebnisse möglichst übersichtlich darzustellen (auch das gelang unterschiedlich gut).
Um zu überprüfen, ob die Rechnungen von der jeweiligen Person stammten und auch verstanden waren, ließ ich sie mir stichprobenhaft von den Betreffenden erklären.

Ein Fazit

Es hat Spaß gemacht, der Klasse und mir auch. Die Schülerinnen und Schüler konnten Mathematik im konkreten Kontext erfahren und anwenden, was sie sehr angesprochen hat.

Beispiel einer Schülerarbeit



Graphen laufen

Rüdiger Vernay

Irgendwann erhielt ich von einer Kollegin ein Arbeitsblatt "Graphen laufen" (s. AB). Es geht zurück auf eine Anregung aus "Mathematik lehren" von Bärbel Barzel.
Mir gefiel es auf Anhieb gut. Ein ganzheitlicher Umgang mit Funktionen! Eine andere Zugangsweise, Steigung und die Größen auf den Achsen zu verdeutlichen.
Und im Unterricht? Zusammengefasst: gute Erfahrungen.

Was habe ich gemacht und vor allem, wie haben die Lernenden reagiert?
Zunächst habe ich im Rahmen der Unterrichtseinheit zur Hinführung zu linearen Funktionen in Zweiergruppen zwei verschieden steile Graphen beschreiben lassen. Als Hilfestellung habe ich Kärtchen vorbereitet, die bei der Umsetzung unterstützen sollten:

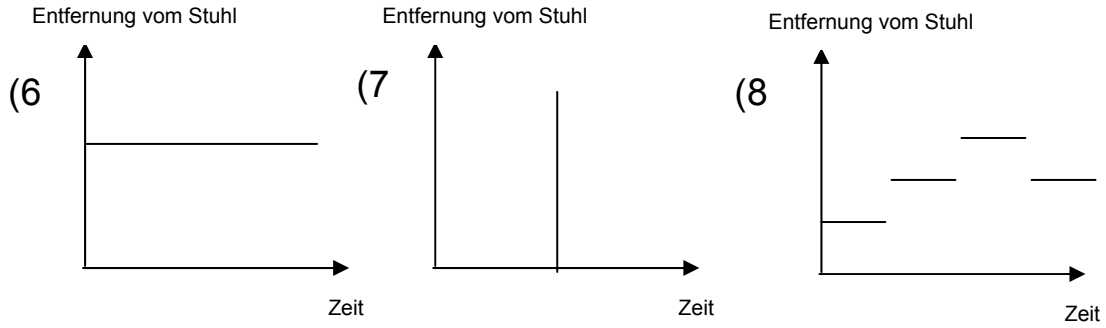
weg vom Stuhl gehen	zum Stuhl hin gehen
sich langsam bewegen	sich schneller bewegen

Die Ergebnisse wurden ausgetauscht, um sicher zu stellen, dass alle verstanden haben, was hier gemeint ist. Danach erhielten alle Gruppen das Arbeitsblatt und sollten alle Graphen "laufen". Ein geschäftiges Treiben entstand, Stühle wurden gerückt und die ersten Gruppen "liefen ihre Graphen". Schon jetzt war zu bemerken, dass nicht alle die richtigen Wege nahmen: Evelyn und Filippa gingen im Zickzack vom Stuhl weg, um Graph (4) zu beschreiben. "Was macht ihr denn?" war die Frage von der leistungsstärkeren Nebengruppe. "Das ist doch die Entfernung vom Stuhl" Unverständnis bei den beiden Mädchen. Aber auch interessierte Neugier, wie die anderen es gemacht haben. Erklärung und Nachfragen, dann hatten sie es "geschnallt".

Nicht immer ergaben sich solche gewinnbringenden Diskussionen. Aber alle versuchten, die Graphen zu interpretieren. Am Ende dieser etwa 10-minütigen Phase haben wir dann alle Ergebnisse vorgestellt und erläutern lassen. Falsche wurden korrigiert und erklärt.
Die Schülerinnen und Schüler waren sehr angetan von dieser Aktivität. In solcher Form hatten sie sich bisher noch nicht mit Linien im Koordinatensystem befasst.

In Klasse 10 geht das auch

In mehreren 9. bzw. 10. Klassen wurden diese Graphen ebenfalls eingesetzt. Hier bot es sich als Wiederholung an, entweder vor den quadratischen oder vor den Exponentialfunktionen. Zusätzlich zu den unten gezeigten Kurven wurden einige hinzugefügt, die erst dieser Klassenstufe angemessen erschienen:



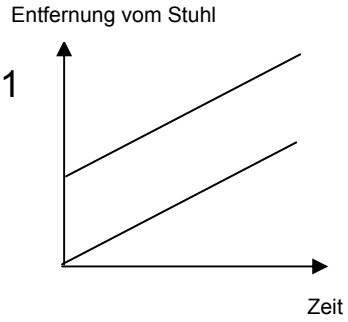
Besonders bei Graph Nr.6 war es immer spannend zu sehen, welche Lösungen vorgeschlagen wurden. Im Zusammenspiel mit Nr.7 wurde durchaus argumentiert, beide seien unmöglich darstellbar. Als richtige Lösungen wurde für (6) angeboten, in fester Entfernung vom Stuhl stehen zu bleiben. Eine zweite Lösung (die mich beim ersten Mal doch sehr erstaunte, weil ich sie überhaupt nicht bedacht hatte) ist, im Kreis um den Stuhl herum zu laufen. Schön zu sehen, wie kreativ Schülerinnen und Schüler sein können. Und schön zu erkennen, dass ich als Lehrer eben nicht immer alle Lösungen kenne.

(Manuskript eines Artikels für "Mathematik 5 bis10", Heft 8, erscheint im September 2009)

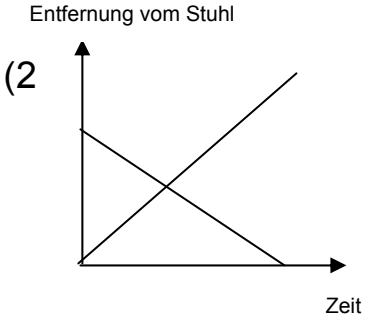
Graphen laufen

Bildet 2er-Gruppen und nehmet euch einen Stuhl.
Nun sollt ihr (alleine oder manchmal zu zweit) die gezeichneten Graphen nachlaufen.
Überlegt euch vorher jeweils, wie ihr euch bewegen müsst.

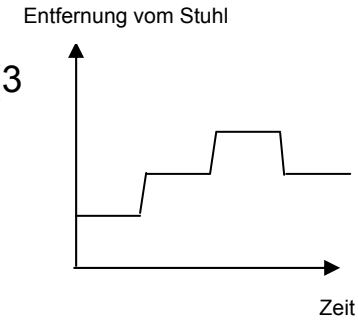
(1



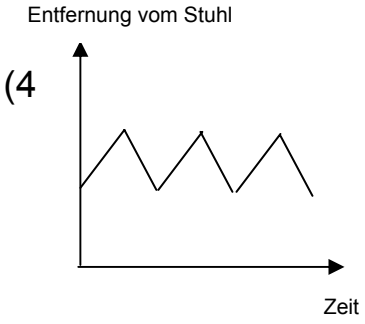
(2



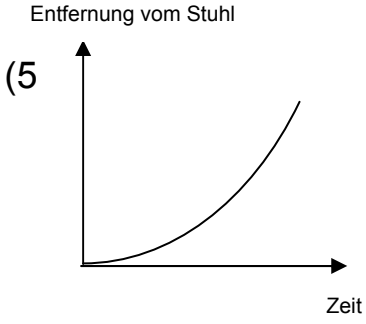
(3



(4



(5



(nach einer Idee von B.Barzel in "mathematik lehren" 118)

Vektoren im 3D-Modell

Volker Eisen

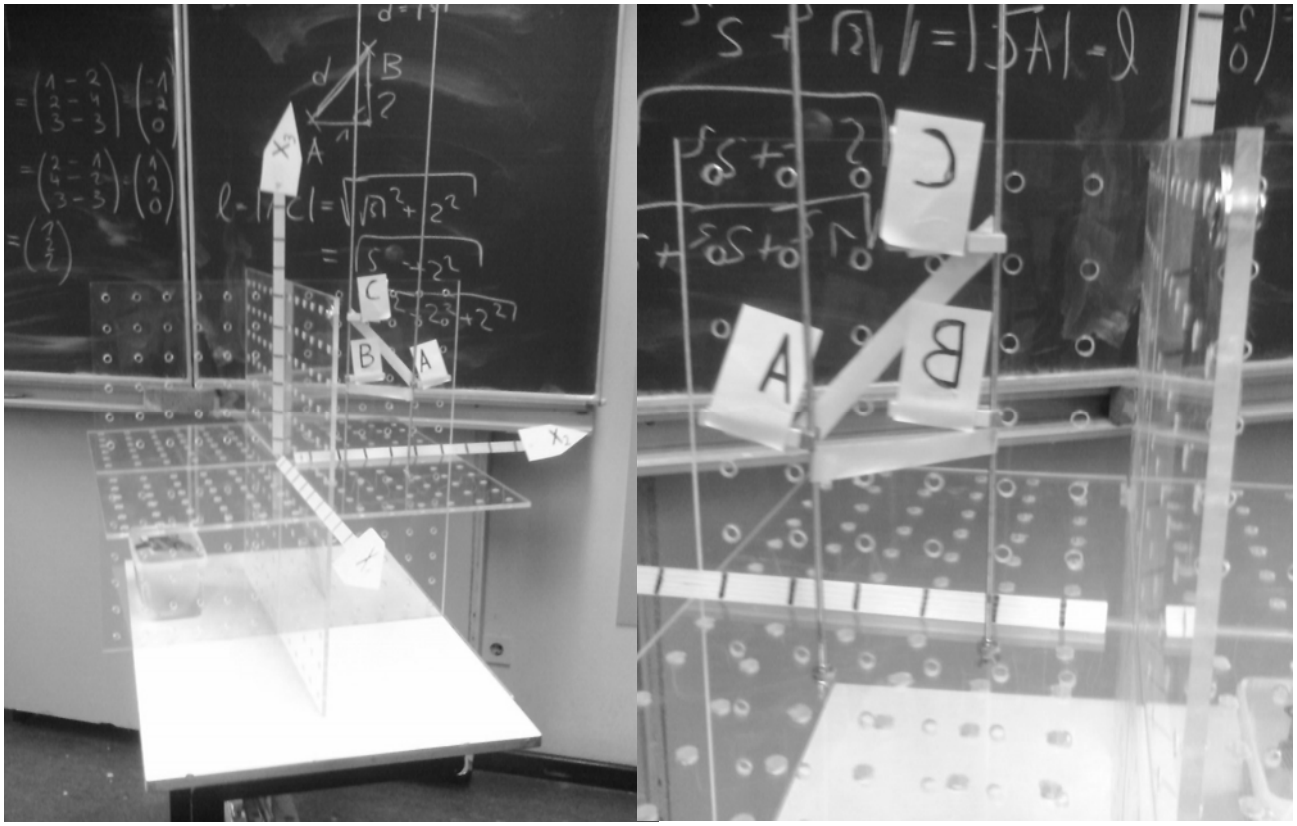


Abb.1: Abstand zwischen zwei Punkten im 3D-Modell

Analytische Geometrie mit einem räumlichen Koordinatenmodell

Bei Problemen der vektoriellen Geometrie in der Oberstufe fehlt Schülerinnen und Schülern oft eine tragfähige Vorstellung grundlegender räumlicher Begriffe. Dies liegt nicht zuletzt daran, dass räumliche Situationen kaum tatsächlich im Raum veranschaulicht und analysiert werden können – und wenn, dann nur mit erhöhtem Aufwand. Am Beispiel der Abstandsbestimmung zwischen zwei Punkten im Raum und am Beispiel einer Aufgabe zum Schattenwurf soll dafür geworben werden, dass sich der Aufwand lohnt, die Anschauung mit Hilfe eines "3D"-Koordinatenmodells zu unterstützen auf dem Weg zu einer Raumvorstellung im Kopf.

Warum ein räumliches Koordinatenmodell

Im Geometrie-Unterricht der Sekundarstufe II bildet die Entwicklung einer sicheren Raumanschauung sowohl ein zentrales Ziel als auch eine unverzichtbare Voraussetzung für die verständige Bearbeitung komplexer räumlicher Probleme mit den Hilfsmitteln der Vektorrechnung. Der Oberstufenlehrplan in NRW z. B. beschreibt den Übergang vom sinnlich erfahrbaren Raum zum "euklidischen Raum" als bedeutende Kulturleistung. Wie kann dieser Übergang im Unterricht durch geeignetes Anschauungsmaterial unterstützt werden?

Bereits in der Sekundarstufe I untersuchen Schülerinnen und Schüler räumliche Situationen an Hand konkreter Gegenstände und Modelle (z. B. Würfelgebäude oder Verpackungen). In der Oberstufe kommt die koordinatenbezogene Darstellung dazu. Das bleibende Problem ist – wohl bis zur Wahrwerdung von bisher nur in der Science-Fiktion möglichen Projektionen –, dass jede zeichnerische Visualisierung, m. E. auch bei Computereinsatz, den erfolgreichen Übergang schon mehr oder weniger voraussetzt und eben eine materialgebundene Darstellung durch die Gesetze der Schwerkraft eng begrenzt wird bzw. einen immer wieder neu hohen Aufwand erfordert.

Einen praxistauglichen Kompromiss zwischen flexibler Darstellung und akzeptablem Materialaufwand bietet das räumliche Koordinatensystem wie in Abb. 1. Drei 0,65 m x 0,65m große Plexiglasplatten werden als Koordinatenebenen orthogonal ineinander gesteckt. Jede Platte ist mit einer regelmäßigen Lochung versehen, so dass unter zu Hilfenahme von Gummibändern, Hölzchen, Gewindestangen, Wäscheklammern oder selbstklebenden Notizzetteln Punkte und Punktmengen im Bereich des Koordinatenwürfels markiert werden können.

Anschauung als Ausgangspunkt für Raumvorstellung

Auch Oberstufenschülerinnen und -schülern fällt es beispielsweise häufig noch schwer, die zur Berechung des Abstands zweier Punkte im Raum erforderliche doppelte Anwendung des Satzes des Pythagoras zu erfassen. In Abb. 1 sind die Punkte A und C als Koordinatentripel vorgegeben und von Schülern in den Raum "gestellt" worden (der Punkt B ist ein späterer Hilfspunkt). Die Hypotenusen konnten nun z. B. mit Klebeband markiert werden. Dies führte bei den Schülerinnen und Schülern zu einem spürbaren Aha-Effekt. Die Lösung (im Hintergrund an der Tafel) wurde durch Nachmessen der Strecke AC überprüft. Mit Hilfe der Konstellation in Abb. 1 kann auch die Pfeildeutung eines Vektors als Rich-

tungsangabe im Raum (Malle 2005) verdeutlicht werden. Im Sinne eines "dreidimensionalen Steigungsdreieck" (nach dem Motto eins nach rechts, zwei nach hinten, zwei nach oben) kann im Modell die Richtungsänderung konkret durch einen Vektor eingefügt werden (Klebeband mit Pfeilspitze). Dieses recht einfachen Beispiel verweisen auf die Möglichkeit, auch in der analytischen Geometrie die Begriffsbildung auf eine konkrete Anschauung zu gründen.

Die Kopiervorlage (MUED 2009; die Aufgabe stammt von Philipp Hamers) zeigt nun eine komplexere Aufgabe, wie sie als so genannte Anwendung der Vektorgeometrie typisch ist. Ohne eine tragende Vorstellung der Konstellation ist die Fragestellung nicht zu beantworten. Die Gegenüberstellung der Darstellung im Modell (Abb. 2) mit einer (sehr exakten!) Zeichnung (Abb. 3) belegt m. E. sinnfällig die Eingangsthese, dass sowohl Erstellen als auch Interpretieren einer projektiven Darstellung schon eine entwickelte Raumvorstellung voraussetzt. Immerhin muss die Idee entwickelt werden, die Grenzlinie des Schattens als Schnittgebilde aufzufassen. Eine rein zeichnerische Entscheidung, ob der Kopf der Hauptfigur im Schatten liegt, ist nicht möglich. Im Modell entsteht die Kulisse in ihrer räumlichen Ausdehnung ebenso können nun die idealisierten Darsteller aufgestellt werden. Eventuell genügt dies schon, um eine Lösungsidee zu entwickeln. Weitergehend kann das Problem aber nun auch unter Einsatz einer Taschenlampe experimentell untersucht werden. Der Materialeinsatz eröffnet also individuelle Zugänge zur Entwicklung einer Lösungsidee und damit auch differenzierte Ausgangspunkte für Abstraktionsleistungen.

Weitere Möglichkeiten

Mit den noch verhältnismäßig einfachen Hilfsmitteln des 3D-Koordinatensystems werden im Unterricht von den Anfängen der Koordinatendarstellung bis hin zur Untersuchung beispielsweise platonischer Körper gegenständliche Raumerfahrungen als Ausgangspunkt von Abstraktionen möglich:

- Auffinden von Punkten im Raum; Benennung gegebener Punkte;
- Darstellung einer Raumdiagonale und Entwicklung der Abstandsformel;
- Entwicklung der Parameterform von Gerade und Ebene;
- Visualisierung des Normalenvektors;
- Darstellung von Körpern durch Vektorzüge und Veranschaulichung von Schnittgebilden;
- Untersuchung von Lagebeziehungen (z. B. die Frage von Herrn Falk ...);

...

In der Regel wird man nicht mehrere dieser Modelle zur Verfügung haben. Doch schon mit einem Modell im Klassenraum sind verschiedene didaktisch-methodische Arrangements realisierbar, sobald die Arbeit in freieren Formen organisiert wird, so dass nicht alle Schülergruppen gleichzeitig Zugriff auf das Modell benötigen. So können die Schülerinnen und Schüler (vorzugsweise in Gruppen):

- eine zuvor aufgebaute Konstellation mit Vektoren beschreiben;
- eine beschriebene Konstellation im Modell nachbauen;
- rechnerische Lösungen kontrollieren, insb. bei Schnittproblemen;
- Zusammenhänge und Gleichungen begründen;
- Produkte ihrer Arbeit im Plenum präsentieren.

Die Arbeit am großen Modell kann durch kleine Pappmodelle, die die Schülerinnen und Schüler selber basteln, unterstützt werden. Drei Pappen sind schnell zu Koordinatenebenen zusammengesteckt; Holzspieße übernehmen die Funktion der Stangen im großen Modell. Somit können spezielle Situation recht schnell vergegenwärtigt werden, wenngleich die Pappmodelle nicht sehr flexibel sind.

Auch beim Plexiglasmodell setzt die Physik natürlich Grenzen, so können in den Koordinatenebenen ausschließlich ganzzahlige Koordinaten dargestellt werden. Jede gewählte Einheit kann nur bis zum siebenfachen Betrag in der Darstellung vorkommen. Dennoch stellt die prinzipielle Möglichkeit der räumlich-gegenständlichen Darstellung einen großen Gewinn dar, auch wenn diese auf exemplarische Fälle beschränkt bleibt. Die Begrenzung des Materials ist dann der Anlass für die Lösung von der Anschauung im Sinne des Übergangs zum euklidischen Raum.

Literatur:

Malle, Günther (2005): Neue Wege in der Vektorgeometrie. In: mathematiklehren 133, S. 8-14.
MUED (Hrsg.): Broschüre zum 3D-Modell. BücherBunt, Appelhülsen. (Erscheint in der zweiten Jahreshälfte 2009).

Volker Eisen
Archigymnasium Soest, Studienseminar Arnsberg
volker.eisen@hammkomm.de

Kopiervorlage

Wilder Westen

Der Regisseur einer Western Parodie lässt den finalen Showdown drehen. Die Zeit am heutigen Drehtag ist allerdings schon vorangeschritten. Der Regisseur hat Sorge, dass die beiden Hauptdarsteller bald vom Schatten der Kulisse getroffen werden.

Die schattenwerfende Kulisse in der Nähe der Schauspieler ist eine Kirchen-Attrappe, die mit folgenden Punkten beschrieben werden kann:
P1(1/0/0), P2(1/0/2), P3(4/0/2), P4(4/0/4), P5(5/0/6), P6(6/0/4), P7(6/0/0). (Alle Einheiten sind in Metern angegeben.)
Die beiden Darsteller sollen auf den Punkten P8(3,5/4/0) und P9(1/4/0) stehen und ihr Duell austragen. (Zur Vereinfachung können die Schauspieler als Strecken ohne Breite angesehen werden.)

Die Sonnenstrahlen scheinen z. Zt. in die Richtung (-1/2/-2).

Skizzieren Sie die Szene und/oder bauen Sie die Szene im 3-D-Modell nach.
Prüfen sie, ob die Köpfe der 1,7 Meter hohen Duellanten im Schatten liegen und erläutern Sie ihren Lösungsweg. Wie wird sich die Situation in den nächsten Stunden verändern?

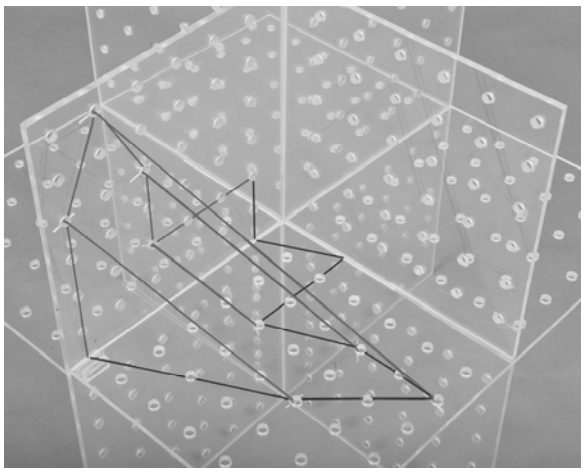


Abb. 2: Mögliche Lösungen – im Modell...

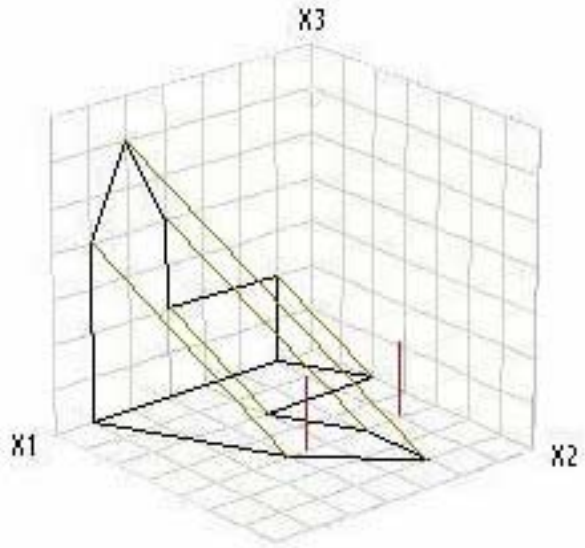
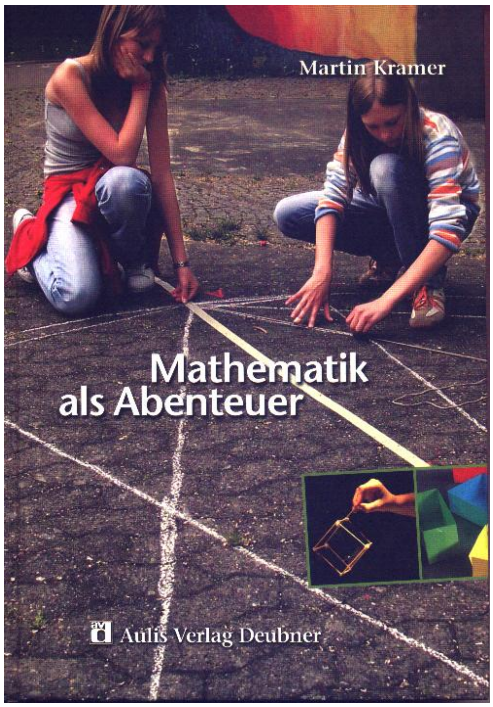


Abb. 3: ... und als Skizze.

Martin Kramer: "Mathematik als Abenteuer" und "Mathematik ist eine Sprache"

Buchbesprechung von Volker Eisen



Der Klappentext macht vollmundig neugierig:
"Denken wir an Abenteuer, so kommt uns nicht direkt die Mathematikstunde in den Sinn. Aber – dieses Buch möchte das ändern. Es vermittelt einen erlebnisorientierten Mathematikunterricht, indem Klassenzimmer und Schulhof zu ereignisreichen Schauplätzen werden.
Alles gipfelt darin, das Schüler und Schülerinnen sagen: ¸Das brauche ich nicht zu lernen, das habe ich erlebt!'"

Meine Befürchtung, hinter der Erlebnisorientierung könnte sich eine vordergründige Spaßpädagogik verbergen, hat sich glücklicherweise nicht bewahrheitet.

Vielmehr wirbt Martin Kramer für einen Mathematikunterricht, der SchülerInnen tätige und involvierende Zugänge zu zentralen mathematischen Begriffen ermöglicht.

szenische Darstellung einer Gerade im Raum

Im ersten Teil des Buches stellt er dazu gegliedert nach den inhaltlichen Bereichen Geometrie, Algebra/Arithmetik, Funktionen und auch Lineare Algebra viele bekannte aber auch neue Ideen zusammen, große und kleine Beispiele zur konkreten handlungsorientierten Unterstützung von Begriffsbildung in allen Jahrgangstufen. Eine Besonderheit bilden dabei sicherlich die Unterrichtsanregungen mit theaterpädagogischem Hintergrund – auch für ältere Schüler/innen, z. B. zur vektoriellen Geometrie. Es finden sich aber auch altbekannte MUED-Klassiker, wie z. B. die Streichholzschachtel und die Milchtüte. Hier fällt mir auf, dass Martin Kramer mit Quellenangaben knausert – schade, da die Leser/innen bei der Suche nach Vertiefungen auf sich gestellt bleiben.

In der Überschrift zum zweiten Teil findet sich das Wort "Didaktik". Wer im Folgenden eine Einordnung oder Begründung der Beispiele aus dem ersten Teil erwartet, wird enttäuscht. Der Autor geht davon aus, dass sein "Konzept ‚Mathematik als Abenteuer'" für sich spricht. Dafür bleibt der zweite Teil genauso unterrichtsnah wie der erste, jedoch mit dem Fokus auf Methoden (Methoden, die sich auf den Raum beziehen; Gruppenarbeit, Rollenwechsel), die nun weitestgehend losgelöst von bestimmten Unterrichtsgegenständen dargestellt sind und zum Teil als "Konstruktionsanleitung" für eigenen Ideen hilfreich sein können. Wo dabei doch theoretische Hintergründe anklingen (konstruktivistische Lerntheorie; kooperatives Lernen; Theaterpädagogik; Lernen durch Lehren), bleibt dies für meinen Geschmack zu sehr proklamativ und eher wenig argumentativ. Dies ist wohl der programmatischen Kürze geschuldet.

Vom gleichen Autor ist auch die CD "Mathematik ist eine Sprache" erhältlich. Das auf dem Buch basierende Hörbuch enthält nach eigenen Angaben "ca. 13 Prozent" dessen Inhalts (13 Kapitel, 47:15 Minuten Spielzeit). Der Wert der Audioausgabe erschließt sich mir allerdings nicht. Die wenig mitreißend (in meinen Ohren bisweilen nervig) gelesenen Auszüge ersetzen nicht die Lektüre des kompletten Buches. Umgekehrt: Wer das Buch gelesen hat, braucht die CD nicht mehr.

Fazit: "Mathematik als Abenteuer" ist ein Sammelsurium an Unterrichtsideen und das macht die Anschaffung lohnenswert für alle, die sich ein solches Nachschlagwerk wünschen, eine handliche Sammlung quer durch die Schulmathematik, in der fast kein wichtiger Inhalt fehlt. Die CD ist in meinen Augen entbehrlich.

Martin Kramer, Mathematik als Abenteuer: Erleben wird zur Grundlage des Unterrichtens. Aulis Verlag, ISBN 3761427328, 25 €
Martin Kramer, Mathematik ist eine Sprache, Audiobook. Aulis Verlag, ISBN 376142759X, 10 €

MUED e. V.

Mathematik-Unterrichts-Einheiten-Datei

Bahnhofstr. 72 D-48301 Appelhülsen
Tel 02509 / 606 - Fax 02509 / 996516
email: mued@mued.de
http://www.mued.de/

Einladung zur Mitgliederversammlung

Ort: Tagungsstätte Reinhardwaldschule,
Rothwestener Str. 2 - 14, 34233 Fuldatal

Zeit: Freitag, 13. November 2009, 20.00 Uhr

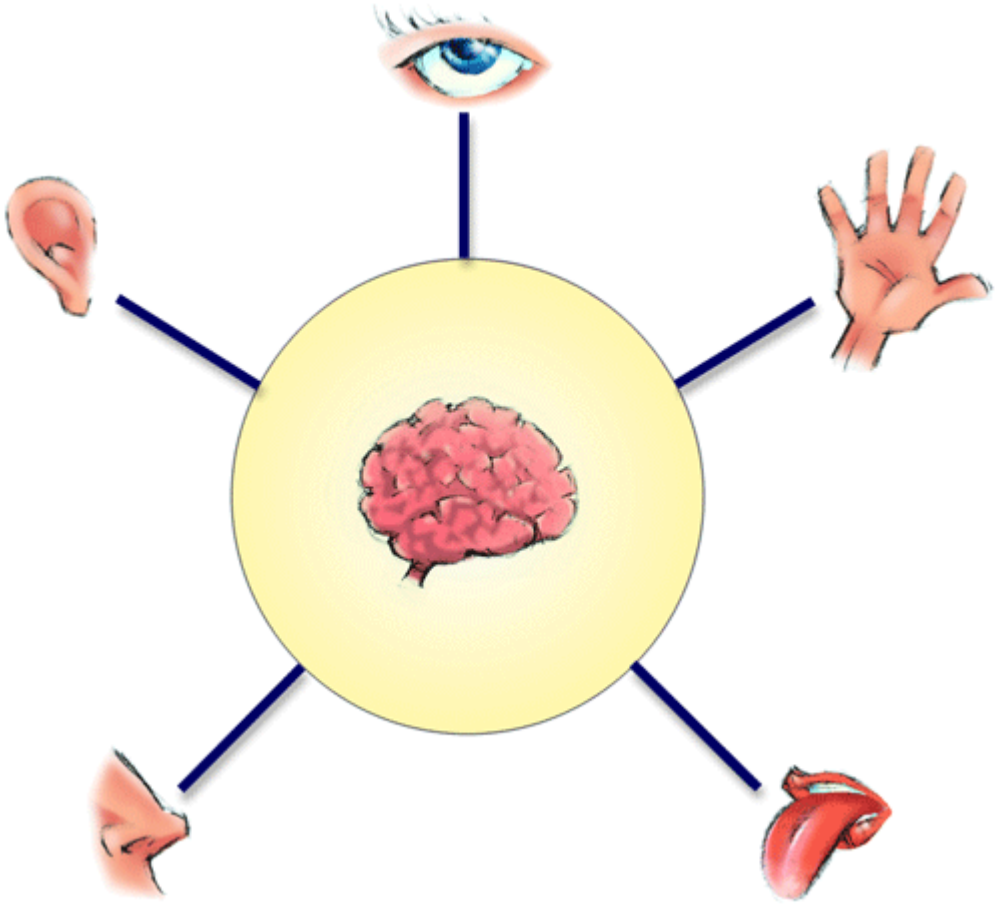
Tagesordnung

1. Bestimmung der Protokollführung
2. Rechenschaftsbericht
3. Bericht der Kassenprüferinnen
4. Entlastung des Vorstandes
5. Bestimmung der Wahlleitung
6. Vorstandswahlen
7. Nachwahlen der Kassenprüfer/Innen
8. Verschiedenes

Appelhülsen, den 25. August 2009

Irmgard Edelt

… die letzte Seite



Programm der MUED-Jahrestagung Stand: 25. August 2009

vom 12. - 15.11.2009 in der Reinhardswaldschule, Fuldatal bei Kassel

Mathematik mit allen Sinnen –
Individuelle Förderung durch vielfältige Zugänge

Donnerstag, 12.11.2009

bis 18.00 Uhr	Anreise
18.30 Uhr	Abendessen
19.30	♦ Was ist die MUED? – Vorstellung für Neue ♦ Kennenlernrunde

Freitag, 13.11.2009

9.00 Uhr	**Plenum und Marktplatz der AG-Angebote** **Vortrag: Didaktischer Hintergrund - angefragt** Parallel-AGs
10.15 Uhr ??	♦ AG zum Vortrag oder anderes -angefragt ♦ Arbeiten mit Klickies ♦ Dem Navi auf der Spur (Wolfgang Riemer) ♦ Spiel mit goldenem Schnitt (Willi van Lück) ♦ Simulation: Stochastik (Heinz Böer) ♦ Mathe-Koffer ♦ Funktionen haben viele Gesichter (TK-Team)-angefragt
12.30 - 15.00	Mittagspause
15.00 Uhr	**Vortrag: Theaterpädagogik und MU (Martin Kramer)** Parallel – AGs
16.15 - 18.00 Uhr	♦ AG zum Vortrag ♦ Szenisches Theater -Grafischer Fahrplan u. a. (Heinz Böer) ♦ Verpackungen in Jg 5/6 Wickelrock (Irmgard Eckelt) ♦ Mathe-Bilder -angefragt ♦ Hexa-Flexagone (A. Hilgers) ♦ Funktionen haben viele Gesichter - Fortsetzung
18.30 Uhr	Abendessen
Abend	Mitgliederversammlung Wahl des Mädchenfreundlichen Mathebuches Spieleabend

Programm – Fortsetzung

Sonnabend, 14.11.2009

9.00 Uhr	**Vortrag zum Tagungsthema (Matthias Ludwig) angefragt** Parallel - AGs:
10.15 Uhr	♦ Ag zum Vortrag ♦ Stationsarbeit Binomialverteilung (Gerti Kohlruss) ♦ Pop-up-Körper ♦ Mathematik im Wald (Förster Rainer Hellwig) angefragt ♦ Mathematik und Sprache (Werner Neidhardt) ♦ Mit Flächen bauen - mit Flächen lernen (Christoph Maitzen) ♦ Simulation: Denken in Netzen T-Kom-Team ♦ Ideensammlung Brüche (Daniela Breuer)
12.30– 15.00	Mittagspause
15.00 Uhr	**Plenum**: **Kleinvieh**
16.00 – 18.00 Uhr	Parallel-AGs: ♦ (Mathematik und Experiment (Werner Neidhardt)) ♦ Moodle (Gerti Kohlruss) ♦ 3-D-Koordinatensystem (Daniela Breuer, Volker Eisen) ♦ Mathematik mit Körpereinsatz (Sabine Segelken) ♦ Ohrwürmer- Mathematik mit Musik (Irmgard Eckelt) ♦ Vermessung ♦ Verpackung in Jg 10 - angefragt ♦ Simulation: Denken in Netzen - Fortsetzung
Abend	Fete Vorstellung von Szenen aus UE-Materialien

Sonntag, 15.11.2009

9.30 Uhr	Parallel-AGs: ♦ Falttechnik -angefragt ♦ Individualisierung in der SII (Volker Eisen) ♦ Videotutorials (Gerti Kohlruss) ♦ Mexbox (Michael Katzenbach) ♦ Tagungsrückblick (Antonius Warmeling)
11.15	Abschlussplenum; Tagungsnachlese, Planung der Sommertagung 2009
12.00 Uhr	Mittagessen - Abreise

Wegbeschreibung

Anfahrt mit dem PKW

Von Richtung Norden:
Hannover/Frankfurt A7 (landschaftlich schöne Strecke) Autobahnausfahrt "Hamm Münden/Hedemünden" Richtung Kassel (durch Hann. Münden, Wilhelmhausen, Wahnhausen)

Von Richtung Süden:
Frankfurt/Hannover A7 – Autobahnausfahrt Kassel Nord Richtung Kassel, U43 folgen bis B3, Richtung Hann. Münden/Göttingen, auf B3 bis Fuldatal – Simmershausen oder (landschaftlich schöne Strecke): der U43 folgen bis zu einer T-Kreuzung, Schild "Parkplatz HILF/HELP" folgen.

Von Richtung Westen
Dortmund – Kassel A44 – Autobahn A44 ist mit dem "Kasseler Kreutz" (A7) verbunden , dann weiter wie aus Richtung Süden. Die Benutzung des "Südkreuz – Kassel" und das Durchfahren der gesamten Stadt Kassel sollte vermieden werden - **Rote Welle**!
Oder A44 Abfahrt Warburg – B7 bis Abfahrt Vellmar, dann Landstraße bis Fuldatal – Simmershausen. (günstige Strecke)

Anfahrt mit der Bundesbahn

Ab Kassel – Hauptbahnhof:
Mit Straßenbahn Linie 7 bis Endstation "Ihringshäuser Str.", dort umsteigen in KVG-Bus Linie 33/34.

Ab Kassel – Wilhelmhöhe:
Mit KVG-Bus Linie 41.

Fahrschein jeweils bis Fuldatal "Schocketal" lösen.

Anschrift

HESSISCHES LANDESINSTITUT FÜR PÄDAGOGIK
Tagungsstätte Reinhardswaldschule
Rothwestener Str. 2-14
34233 Fuldatal
Telefon: 05 61 / 8 10 10
Telefax: 05 61 / 8 10 12 00