Infos: www.mued.de

Verlorene Tonnen Eis

Eis schmilzt auf der Erde immer stärker. Das hat klimatische Folgen:

- *Durch die Eisschmelze auf dem Land fließt Wasser ins Meer und der Meeresspiegel steigt. Derzeitige Prognose: ein Meter bis zum Ende des Jahrhunderts. (Eis auf dem Wasser schwimmt. Sein Schmelzen bewirkt kein zusätzliches Volumen.)*
- *Das weiße Eis auf dem Land oder auf dem Wasser reflektiert viel Sonneneinstrahlung wieder ins Weltall. Verschwindet es, dann wird die Sonneneinstrahlung durch das dunkle Land bzw. das dunkle Meer als Wärme aufgenommen. Durch die erhöhte Erwärmung schmilzt mehr Eis - ein sich verstärkender Effekt.*
- *Für viele Regionen, deren Wasserversorgung von Gletschern abhängt, die sich bisher immer wieder regenerierten, bedeutet der Eisschwund eine ungewisse Zukunft.*
- *Der Eisverlust wirkt sich auf das Wetter in den mittleren Breiten aus, zu denen auch Europa gehört. Extremwetterlagen nehmen zu.*

Die Daten:

- *1994 lag der Eisverlust noch bei 760 Milliarden Tonnen, 2017 schon bei 1,2 Billionen Tonnen; eine Zunahme um 58 Prozent.*
- *Der Gesamtverlust betrug in den 23 Jahren rund 28 Billionen Tonnen.*
- *Großbritannien mit einer Fläche von knapp 250 000 Quadratkilometern wäre davon mit einer 100 Meter dicken Eisschicht bedeckt.*
- *Eisverluste im Einzelnen: arktisches Meereis (7,6 Bio t)[1], antarktisches Schelfeis (6,5 Bio t)[2], 215 000 Gebirgsgletscher (6,1 Bio t)[3], Grönländisches Eisschild (3,8 Bio t)[4], antarktisches Eisschild (2,5 Bio t)[4], Meereis im Südpolarmeer (0,9 Bio t)[5].*

Ergebnisse von Forschenden um Thomas Slater, Universität Leeds, nach: Frankfurter Rundschau, 30.1.2021

[1] Weitgehend eisfreie Nordpoldurchfahrt im Sommer
[2] Auf dem Wasser, aber mit dem Festlandeis verbunden
[3] Wichtig für die Trinkwasserversorgung, z.B. das Kilimandscharo-Eis für das gesamte Ostafrika
[4] Das Schmelzwasser erhöht den Meeresspiegel.
[5] Schwimmendes Eis ohne Verbindung zum Land; also kein Schelfeis

1. Prüfe den Zunahmeprozentsatz von 1994 bis 2017.
2. Prüfe den Vergleich mit der Eisbedeckung Großbritanniens.
   Info: 1 t Eis hat ein Volumen von rund 1,1 m^3. (Wasser hat nur 1 m^3; deshalb schwimmt Eis.)
3. Nimm an, dass der Eisverlust linear zunimmt. Berechne, um wieviel Prozent (des Wertes von 1994) der Eisverlust jährlich zunimmt, wenn man
   a) mit dem Endwert für 2017 rechnet.
   b) mit dem summierten Wert über 23 Jahre rechnet (Integral).
4. Führe die Rechnung auch aus für die Annahme exponentiellen Wachstums.
   Welcher Prozentsatz wird dabei berechnet im Gegensatz zu 2?
5. Vergleiche die Werte aus 3 und 4 und ziehe ein Resümee der Rechnungen.

Bearbeitung

1. $\frac{1{,}2\ Bio\ t}{0{,}76\ Bio\ t} \approx 1{,}579 \approx 100\ \% + 58\ \%$
   Der angegebene Zunahmeprozentsatz stimmt.
2. Volumen über Großbritannien
   $250\,000\ km^2 \cdot 100\ m = 25 \cdot 10^4 \cdot 10^6\ m^2 \cdot 10^2\ m = 25 \cdot 10^{12}\ m^3 = 25$ Bio m^3
   Volumen des Eisverlustes
   28 Bio t haben ein Volumen von $28 \cdot 1{,}1$ Bio $m^3 = 30{,}8$ Bio m^3.
   Die Daten passen nicht zueinander.
   Die Eisschicht wäre eher 125 m dick (genauer: 123,2 m).
   ((Vermutlich hat die Autorin Verena Kern irrtümlich $25 \cdot 1{,}1 = 27{,}5 \approx 28$ gerechnet.
   Aber die Tonnenangabe muss mit 1,1 multipliziert werden, nicht das Volumen.))

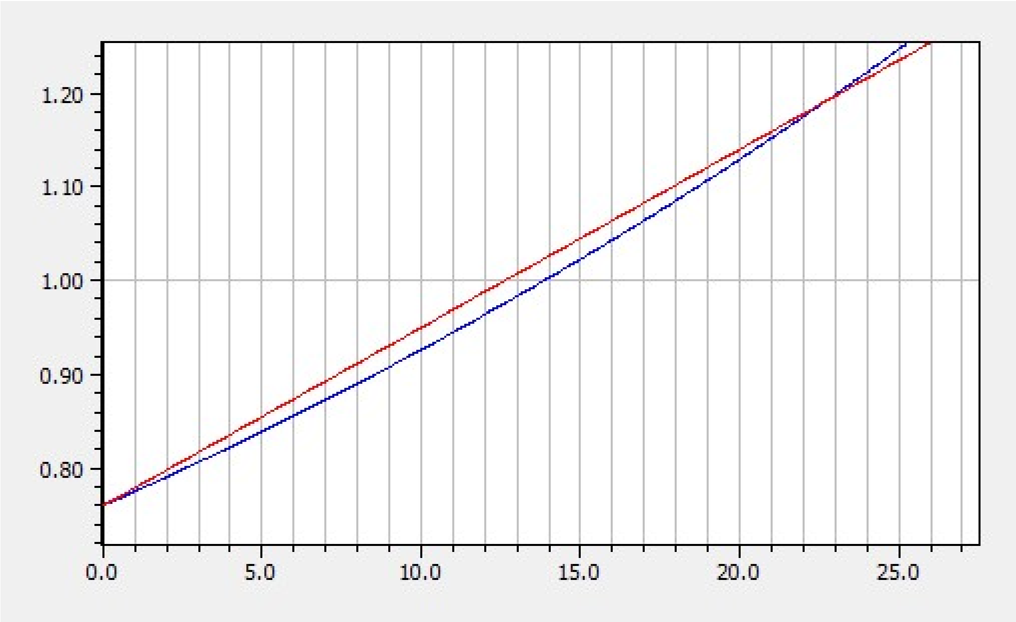
3a) Die angenommene lineare Funktion geht durch (0|0,76) und (23|1,2) mit
   x-Werte: Jahre ab 1994; y-Werte: Eisverlust in Billionen Tonnen
   $f(t) = a \cdot t + 0{,}76$
   $1{,}2 = a \cdot 23 + 0{,}76$; also $a \approx 0{,}019$
   $f(t) = 0{,}019\ t + 0{,}76$
   Der Eisverlust nimmt nach dieser Rechnung jährlich um rund 190 Milliarden Tonnen zu bzw. um $\frac{0{,}019}{0{,}76} = 2{,}5\ \%$ des 1994-Wertes.

b) $\int_0^{23} (a \cdot t + 0{,}76)\,dt = 28$
   $\left[a \cdot \frac{t^2}{2} + 0{,}76\ t\right]_0^{23} = 28$
   $264{,}5\ a + 17{,}48 = 28$
   $a \approx 0{,}040$
   Nach dieser Rechnung nimmt der Eisverlust jährlich um rund 400 Milliarden Tonnen zu bzw. um $\frac{0{,}040}{0{,}76} \approx 5{,}3\ \%$ des 1994-Wertes.

4a) $f(t) = 0{,}76 \cdot a^t$
   $1{,}2 = 0{,}76 \cdot a^{23}$; also $a \approx \sqrt[23]{\frac{1{,}2}{0{,}76}} \approx 1{,}020$
   Der Eisverlust nimmt nach dieser Rechnung jährlich um rund 2,0 % des jeweiligen Vorjahreswertes zu.

b) $\int_0^{23} (0{,}76 \cdot a^t)\,dt = 28$
   $\left[0{,}76 \cdot \frac{a^t}{\ln a}\right]_0^{23} = 28$
   $\frac{0{,}76}{\ln a} \cdot (a^{23} - 1) = 28$
   Lösung mit GTR: $a \approx 1{,}039$
   Der Eisverlust nimmt nach dieser Rechnung jährlich um rund 3,9 % des jeweiligen Vorjahreswertes zu.

5. Die Werte aus 3 liegen (prozentual) immer etwas höher als die Werte aus 4. Das muss so sein, weil die lineare Zunahme jährlich gleich bleibt, während die exponentielle Zunahme von Jahr zu Jahr steigt.
   Verlauf der beiden Funktionsgraphen zu 3a und 4a



Der Unterschied der Ergebnisse aus 3a und b zeigt, dass eine lineare Entwicklung kein passendes Modell ist.
Der Unterschied der Ergebnisse aus 4a und b zeigt, dass eine exponentielle Entwicklung kein passendes Modell ist.

Info:
Auf meine „Beschwerde" vom 2.2.21 bei der Frankfurter Rundschau wegen der falschen Eisdicke kam die Antwort:
Also, es ist natürlich ein Unterschied, ob die imaginäre Eisdecke über Großbritannien 100 oder 123,5 Meter dick ist. Die Autorin Verena Kern hat mir geantwortet, dass es ihr vor allem darum gegangen sei, einen plastischen Eindruck zu vermitteln. Für das Vorstellungsvermögen spielen 23,5 Meter Unterschied zwischen Ihrer Rechnung und Frau Kerns „Peilung über den Daumen", wie sie es nennt, wohl tatsächlich keine Rolle.
Mailantwort vom 18.2.21