



Knobelaufgabe

Die vier Ziffern 4, 5, 6, 7 werden zufällig in die vier Lücken der Zahl 7_3_6_4_48 verteilt. Das Ergebnis ist eine zehnstellige Zahl.

Gibt es unter den entstehenden Zahlen welche, die durch 36 teilbar sind?

BEARBEITUNG

Man kann alle Fälle notieren, wenn man die 4 Ziffern systematisch verteilt. Es entstehen 24 zehnstellige Zahlen, die man prüfen kann. Hier sind sie, der Größe nach sortiert:

- | | | |
|---|---|--|
| 1) 7 <u>4</u> 3 <u>5</u> <u>6</u> <u>6</u> 4 <u>7</u> 48 | 2) 7 <u>4</u> 3 <u>5</u> <u>6</u> <u>7</u> 4 <u>6</u> 48 | 3) 7 <u>4</u> 3 <u>6</u> <u>6</u> <u>5</u> 4 <u>7</u> 48 |
| 4) 7 <u>4</u> 3 <u>6</u> <u>6</u> <u>7</u> 4 <u>5</u> 48 | 5) 7 <u>4</u> 3 <u>7</u> <u>6</u> <u>5</u> 4 <u>6</u> 48 | 6) 7 <u>4</u> 3 <u>7</u> <u>6</u> <u>6</u> 4 <u>5</u> 48 |
| 7) 7 <u>5</u> 3 <u>4</u> <u>6</u> <u>6</u> 4 <u>7</u> 48 | 8) 7 <u>5</u> 3 <u>4</u> <u>6</u> <u>7</u> 4 <u>6</u> 48 | 9) 7 <u>5</u> 3 <u>6</u> <u>6</u> 4 4 <u>7</u> 48 |
| 10) 7 <u>5</u> 3 <u>6</u> <u>6</u> <u>7</u> 4 4 48 | 11) 7 <u>5</u> 3 <u>7</u> <u>6</u> 4 4 <u>6</u> 48 | 12) 7 <u>5</u> 3 <u>7</u> <u>6</u> <u>6</u> 4 4 48 |
| 13) 7 <u>6</u> 3 <u>4</u> <u>6</u> <u>5</u> 4 <u>7</u> 48 | 14) 7 <u>6</u> 3 <u>4</u> <u>6</u> <u>7</u> 4 <u>5</u> 48 | 15) 7 <u>6</u> 3 <u>5</u> <u>6</u> 4 4 <u>7</u> 48 |
| 16) 7 <u>6</u> 3 <u>5</u> <u>6</u> <u>7</u> 4 4 48 | 17) 7 <u>6</u> 3 <u>7</u> <u>6</u> 4 4 <u>5</u> 48 | 18) 7 <u>6</u> 3 <u>7</u> <u>6</u> <u>5</u> 4 4 48 |
| 19) 7 <u>7</u> 3 <u>4</u> <u>6</u> <u>5</u> 4 <u>6</u> 48 | 20) 7 <u>7</u> 3 <u>4</u> <u>6</u> <u>6</u> 4 <u>5</u> 48 | 21) 7 <u>7</u> 3 <u>5</u> <u>6</u> 4 4 <u>6</u> 48 |
| 22) 7 <u>7</u> 3 <u>5</u> <u>6</u> <u>6</u> 4 4 48 | 23) 7 <u>7</u> 3 <u>6</u> <u>6</u> 4 4 <u>5</u> 48 | 24) 7 <u>7</u> 3 <u>6</u> <u>6</u> <u>5</u> 4 4 48 |

Damit ist eine Klasse arbeitsteilig gut beschäftigt. – Ergebnis: Alle Zahlen sind durch 36 teilbar. Das macht neugierig.

Im nächsten Schritt lassen sich die Zahlen auf Teilbarkeit untersuchen.
Durch 36 sind Zahlen teilbar, wenn sie durch 4 und durch 9 teilbar sind.

- Die entstehenden Zahlen sind immer durch 4 teilbar, weil 48 durch 4 teilbar ist (und die Hunderter und Tausender... sowieso).
- Die Quersumme aller entstehenden Zahlen beträgt 54. Die ist durch 9 teilbar, also auch die zehnstelligen Zahlen.
- Damit sind alle vorkommenden zehnstelligen Zahlen sowohl durch 4 als auch 9 teilbar, also auch durch 36.

Zusatz: Man könnte sogar alle 8 Ziffern vor der 48 wild durcheinanderwirbeln. Alle entstehenden Zahlen wären immer noch durch 36 teilbar, weil die Teilbarkeitsargumente von oben dann immer noch gelten.

Zur Aufgabe

Zum neuen Halbjahr mal etwas Knobeliges. Um Aussagen über die zufällig entstehenden Zahlen machen zu können, müssen sie alle untersucht werden. Alle Zahlen systematisch notieren – das ist eine kombinatorische Herausforderung. Es sind immerhin 24!

Wenn sich eine ganze Klasse die Divisionen arbeitsteilig vornimmt, ist das nebenher eine Übung zur schriftlichen Division. Die Ergebnisse sind von der Lehrperson leicht zu prüfen: Die Rechnungen gehen auf. Dieser Teil kann auch weggelassen werden. Aber die Motivation für die systematische Untersuchung im Anschluss fällt dann weg. Mit den Überlegungen zur Teilbarkeit geht man dann das Problem systematisch ohne konkrete Division an.

Beide Lösungswege führen zum Erfolg. Die zweite ist weitergehender.

Die Knobelei passt, wo Teilbarkeitsregeln behandelt werden – in Klasse 5/6.