

Wie groß ist der Kürbis?

Modellannahme I: Der Kürbis ist in etwa kugelförmig.

Modellannahme II: 1 kg Kürbis hat in etwa das Volumen 1 l.

1. Welchen Durchmesser hat der Kürbis? Rund auf cm genau.
2. Welcher Volumenfehler entsteht durch die Rundungsvorgabe in 1? Runde auf Liter genau.
3. Welcher kleine Kürbisdurchmesser passt zu dem Volumenfehler aus 2?

Abänderung der Modellannahme II: Ich habe einen einigermaßen kugelrunden Hokkaido-Kürbis in Wasser getaucht. Er ist geschwommen und rund 30 % des Kugeldurchmessers ragten aus dem Wasser.

4. Beantworte Nr. 1 neu.

Infos: www.mued.de

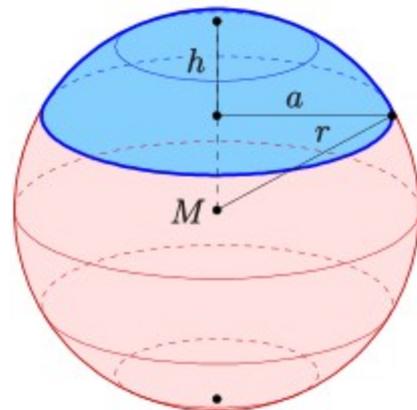
Einen riesigen Kürbis mit einem Gewicht von etwa 550 Kilo hat ein Hobbygärtner in Brandenburg gezüchtet. "Der Kürbis bekommt jeden Tag 600 Liter Wasser, Dünger, Ahornlaub, vermischt mit Kuhmist und Kalk", sagte Oliver Langheim. Es handele sich um einen "Atlantic Giant", eine in den USA kultivierte Kürbis-Sorte.

Westfälische Nachrichten, 23.09.2016

Info: Die "Kappe" der Kugel rechts wird Kugelabschnitt oder auch Kugelsegment genannt. Ihr Volumen errechnet sich durch

$$V = \frac{h^2 \cdot \pi}{3} \cdot (3r - h).$$

(Formel und Bild aus wikipedia, 28.09.2016)



5. Rechne die Frage 1 für den kugelförmigen Rekordkürbis rechts nach Modellannahme I und II.
6. Was ergibt sich als Volumen bei Abänderung der Modellannahme II?

Beim Kürbis-Wiegen hat ein belgischer Züchter eine tonnenschwere Frucht präsentiert – und ist nun offiziell Weltrekordhalter. Der Kürbis des Belgiers Matthias Willemijns habe 1190,5 Kilo gewogen und damit den bisherigen Höchstwert um fast 140 Kilo übertroffen, teilten die Veranstalter des Wettbewerbs mit.

Westfälische Nachrichten, 10.10.2016

1. $V = 550 \text{ l}$

$$\frac{4}{3} \pi r^3 = 550 \text{ dm}^3$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{550 \cdot 3}{4 \pi}} \text{ dm}$$

$$\approx 5,08 \text{ dm} = 50,8 \text{ cm} \approx 51 \text{ cm}$$

Der Kugelkürbis hat einen Durchmesser von rund 1 m, genauer: 102 cm.

2. $\Delta V = \frac{4}{3} \pi \cdot 5,1^3 - 550 \approx 555,65 - 550 \approx 556 - 550 = 6$

Die Rundung macht rund 6 l aus.

3. $\frac{4}{3} \pi r^3 = 6$

$$r \approx \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 3}{4 \pi}} \approx 1,127$$

Ein Kürbis mit 6 l Volumen hat einen Durchmesser von rund 22,5 cm.

4. a) Der Kürbis ist so schwer wie das Wasservolumen, das der untergetauchte Kürbisanteil verdrängt. $V_{uW} = 550 \text{ l}$ (uW: unter Wasser).

b) Das Volumen über Wasser $V_{üW}$ errechnet sich nach der Info:

$$V_{üW} = \frac{h^2 \cdot \pi}{3} \cdot (3r - h)$$

Dabei ist $h = 0,3 \cdot d = 0,3 \cdot 2r = 0,6r$, also:

$$V_{üW} = \frac{(0,6r)^2 \cdot \pi}{3} \cdot (3r - 0,6r) = \frac{0,36 \cdot \pi}{3} \cdot 2,4r^3 \approx 0,288 \pi r^3$$

c) Das Volumen unter Wasser ergibt sich aus

$$V_{uW} = V_{\text{gesamt}} - V_{üW}$$

$$\approx \frac{4}{3} \pi r^3 - 0,288 \pi r^3$$

$$\approx 1,045 \pi r^3$$

d) Aus a und c lässt sich r errechnen.

$$1,045 \pi r^3 = 550$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{550}{1,045 \cdot \pi}}$$

$$\approx 5,51 \quad (\text{in dm})$$

Der Kürbis hat einen Durchmesser von rund 1,10 m.

5. $V = 1190,5 \text{ dm}^3$

$$r = \sqrt[3]{\frac{1190,5 \cdot 3}{4 \pi}} \text{ dm} \approx 6,57 \text{ dm} = 65,7 \text{ cm}$$

Der Rekordkürbis hätte als Kugel einen Durchmesser von rund 1,30 m.

6. $1,045 \pi r^3 = 1190,5$

$$r = \sqrt[3]{\frac{1190,5}{1,045 \pi}} \text{ dm} \approx 7,13 \text{ dm} = 71,3 \text{ cm}$$

Der Rekordkürbis hätte als schwimmende Kugel einen Durchmesser von rund 1,43 m.

Das Erntedankfest ist gerade vorbei. Dabei dürfen große Kürbisse nicht fehlen. Und die können richtig groß sein. Zwei Rekordmeldungen sind hier bearbeitet. Dafür muss über Modellbildung nachgedacht werden – hier in zwei Anläufen.

Der Umgang mit dem Kugelvolumen, mit der 3. Wurzel, mit dem Kugelabschnitt und seiner Volumenformel – das alles gehört ans Ende der Klasse 10 oder an den Anfang der Oberstufe.

Die hier benutzte Volumenformel für den Kugelabschnitt können Sie auch von Ihren Schülerinnen und Schülern selber suchen lassen. Die Wahl der für den Sachverhalt gut passenden Formel ist eine zusätzliche, aber realistisch notwendige Kompetenz.

Differenzierungsmöglichkeiten liegen auf der Hand: mit oder ohne Abänderung der Modellannahme II. Die Tauchtiefe eines Hokkaido-Kürbisses kann natürlich auch in die Hand der Schülerinnen und Schüler gegeben werden.

Nebenher: So richtig riesige Kürbisse kann man sich im Internet ansehen. Die sind im unteren Bereich nicht mehr kugelförmig, sondern aufgrund ihres Eigengewichtes platt. Da ist noch Platz für weitere Verfeinerungen des Modells.