Raumverschönerung

ⓘInfos: www.mued.de

Sabine ist unzufrieden mit ihrem Zimmer. Der hohe Raum in der Altbauwohnung gibt zwar ein luftiges Wohngefühl, aber die alte Zimmerdecke sieht schon ziemlich runtergekommen aus. Ein Foto in einer "Schöner Wohnen" Zeitschrift hat ihr gut gefallen: Dort hat jemand die Decke mit einem großen Tuch abgehängt.

Maße des Zimmers:	
Länge:	3 m
Breite:	3 m
Höhe:	3,5 m

Sie hat ein Bild im Kopf, wie es in ihrem Zimmer künftig aussehen soll: Sabine möchte ein großes Tuch zwischen die vier Zimmerecken spannen. Es soll dabei aber nicht parallel zum Boden befestigt werden, sondern so, dass der Eindruck einer in beide Richtungen gekippten Zimmerdecke entsteht.
Zur Umsetzung ihres Plans hat Sabine in die vier Zimmerecken jeweils Befestigungslöcher in unterschiedlichem Abstand zur Decke gebohrt: 0 cm, 100 cm, 150 cm und 200 cm.

Beim Anbringen des Tuchs ist es ihr jedoch nicht gelungen, ihre Vorstellungen umzusetzen: ständig liegt das Tuch in Falten – hat sie etwas falsch gemacht?

Zusatz: Bestimmen Sie weitere Befestigungspunkte des Tuches an der Wand.
Wie lässt sich ein beliebiger Punkt des Tuches vektoriell beschreiben?

Beispiellösung:

Wahl eines Koordinatensystems: x_1-Achse: Breite; x_2-Achse: Länge; x_3-Achse: Höhe

Dann haben die vier Bohrlöcher die Koordinaten: A(0|0|3,5); B(3|0|2,5); C(3|3|1,5); D(0|3|2).

Eine Ebene wird durch drei Punkte eindeutig festgelegt; ein vierter Punkt muss nicht in der selben Ebene liegen. A, B, D, sollen so bleiben:

$C = A + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3{,}5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -1{,}5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$; also muss bei C mit 250 cm Abstand von der Decke gebohrt werden.

Beschreibung der Befestigungspunkte:
Jeder Befestigungspunkt liegt auf dem Rand des Tuches. Damit ergeben die folgenden Gleichungen die Menge aller möglichen Befestigungspunkte:

$B = A + \overrightarrow{AB} + k \cdot \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3{,}5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -1{,}5 \end{pmatrix}$, mit k aus [0;1]

bzw.

$B = A + k \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3{,}5 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -1{,}5 \end{pmatrix}$, mit k aus [0;1]

bzw.

$B = A + k \cdot \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3{,}5 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -1{,}5 \end{pmatrix}$, mit k aus [0;1]

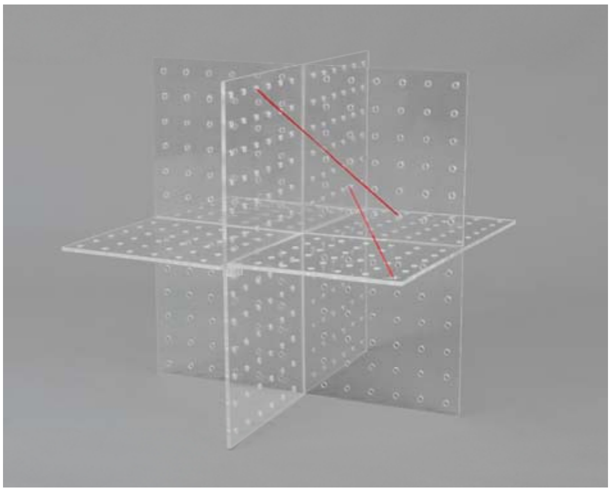
bzw.

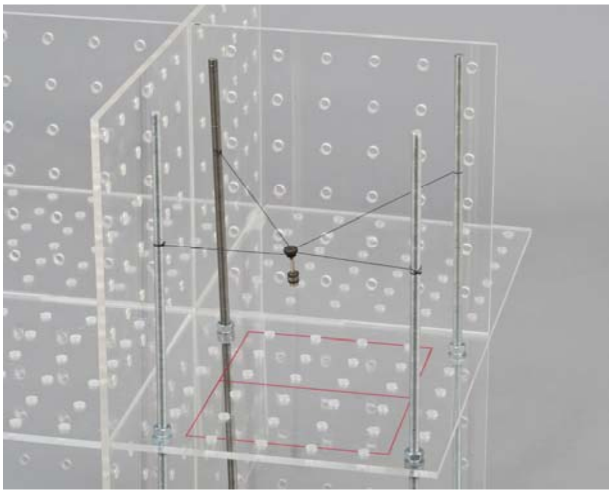
$B = A + k \cdot \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3{,}5 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, mit k aus [0;1]

Ein beliebiger Punkt des Tuches wird beschrieben durch

$P = A + k \cdot \overrightarrow{AB} + l \cdot \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3{,}5 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + l \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -1{,}5 \end{pmatrix}$, mit k, l aus [0;1]

Ergänzender Hinweis:





Die Daten im Aufgabentext sind so gewählt, dass die Situation mit dem 3D-Koordinatenmodell der MUED (zu beziehen im Shop, www.mued.de) sinnvoll dargestellt werden kann. Bei Problemen der vektoriellen Geometrie in der Oberstufe fehlt Schülerinnen und Schülern oft eine tragfähige Vorstellung grundlegender räumlicher Begriffe. Dies liegt nicht zuletzt daran, dass räumliche Situationen kaum tatsächlich im Raum veranschaulicht und analysiert werden können – und wenn, dann nur mit erhöhtem Aufwand. Einen praxistauglichen Kompromiss zwischen flexibler Darstellung und akzeptablem Materialaufwand bietet hier das räumliche Koordinatensystem der MUED. Es besteht aus drei 0,65 m x 0,65 m große Plexiglasplatten, die jeweils mit einer regelmäßigen Lochung versehen sind. Die drei Platten werden als Koordinatenebenen orthogonal ineinander gesteckt – fertig ist der Grundaufbau. Dazu kommen unterschiedliche Hilfsmittel (z. B. Wäscheklammern, Paketschnur, Klebeband, Tonpapier oder Pappe) um Punkte und Punktmengen im Bereich des Koordinatenwürfels zu visualisieren.