## Demo Matrizenrechnung mit Hilfe der Tabellenansicht und der CAS-Ansicht

Aufgabe

Ein Hersteller bietet Industriehallen aus normierten Betonstahlfertigteilen an. Zur Herstellung dieser Fertigteile benötigt er die Rohstoffe Kies (R1), Zement (R2), Stahl (R3) und

Wasser (R4).

Aus den Fertigteilen Wandplatte (Z1), Stütze (Z2) und Träger (Z3) können drei Hallentypen

(H1), (H2) und (H3) montiert werden.

Die nachfolgende Tabelle gibt an, wie viel Tonnen der Rohstoffe zur Herstellung je einer Tonne der Fertigteile benötigt werden:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Z1 | Z2 | Z3 |
| R1 | 0,7 | 0,55 | 0,5 |
| R2 | 0,1 | 0,2 | 0,2 |
| R3 | 0,1 | 0,15 | 0,2 |
| R4 | 0,1 | 0,1 | 0,1 |

Es wird davon ausgegangen, dass die Masse der bei der Fertigung eingesetzten Rohstoffe in den Zwischenprodukten erhalten bleibt. Die Halle H1 hat die Masse 400 Tonnen, H2 600 Tonnen und H3 800 Tonnen.

Wie viel Tonnen der Zwischenprodukte bei den drei Hallentypen benötigt werden, entnehmen Sie folgender Tabelle:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | H1 | H2 | H3 |
| Z1 | 240 | 300 | 320 |
| Z2 | 80 | 120 | 280 |
| Z3 | 80 | 180 | 200 |

a) Berechnen Sie wie viele Tonnen der einzelnen Rohstoffe pro Hallentyp verarbeitet werden.

b) Im Lager sind noch 1712 Tonnen von R1, 424 Tonnen von R2 und 384 Tonnen von R3 sowie genügend von R4 vorrätig.

Prüfen Sie wie viele der jeweiligen Hallentypen mit diesen Rohstoffen produziert werden können, wenn die Vorräte R1, R2 und R3 vollständig aufgebraucht werden sollen.

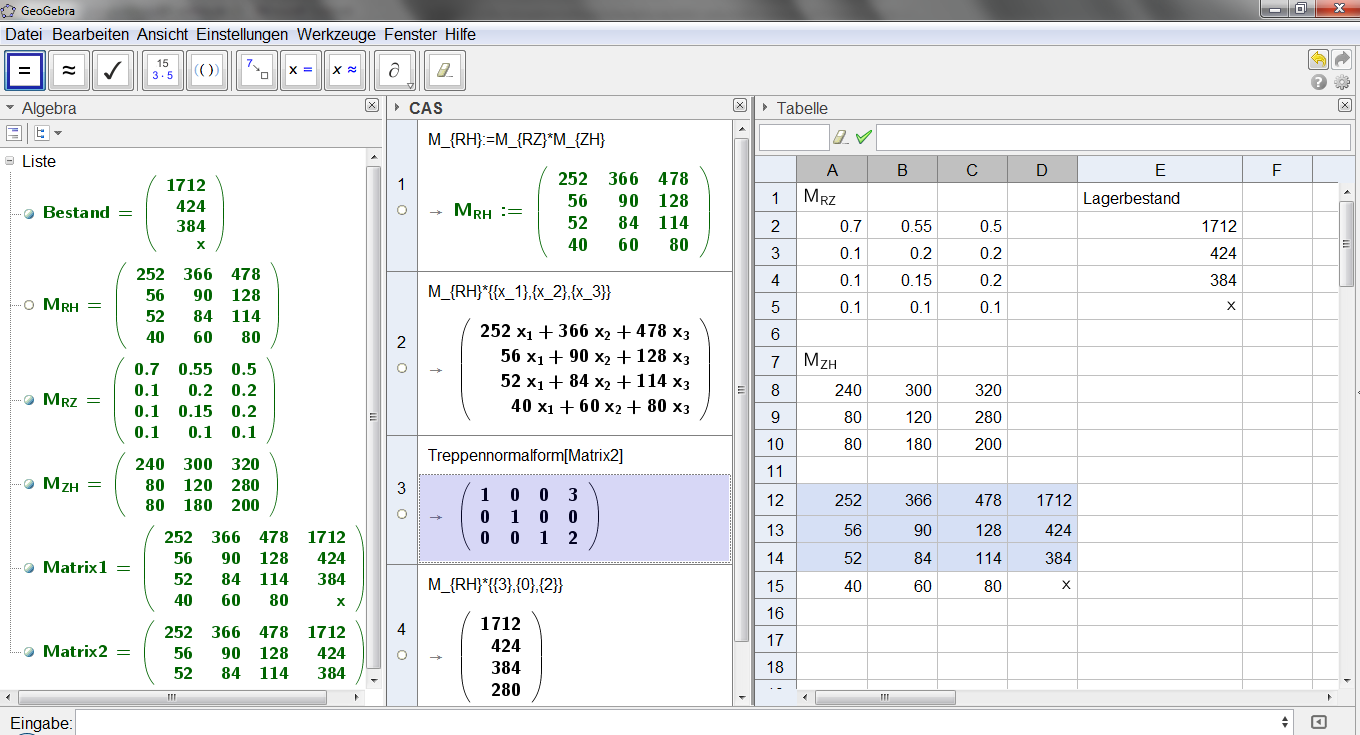
Geben Sie an wie viele Tonnen von R4 dazu notwendig sind.

(Teil einer Abituraufgabe, Wirtschaftsgymnasium Hamburg)

Dieses kleine klassische Beispiel aus der Bearbeitung eines zweistufigen Produktionsprozesses soll einmal abseits von Modellierung und Realitätscheck die Arbeitsweise mit Matrizen mit Hilfe von Geogebra demonstrieren.

### Umgang mit Matrizen in Geogebra:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Vorgehen | Beispiel | Visualisierung bzw. Anmerkung |
| Matrizen in Geogebra sind Listen von Listen. Jede innere Liste stellt eine Zeile dar. | z.B.: In Eingabezeile oder in der CAS-Ansicht  M:={{1,2,3},{4,5,6},{7,8,9}} |  |
| Da die Klammerschreibweise mühsam ist, ist es einfacher die Tabellenansicht zu nutzen.  Eingabe der Werte in einem zusammenhängenden Zellbereich, anschließend markieren und im Kontextmenü erzeuge->Matrix wählen. Erscheint dann im Algebrafenster und kann umbenannt werden. |  | Umgekehrt kann auch eine berechnete Matrix in die Tabelle geschrieben werden:  FülleZellen[ <Zelle>, <Matrix> ]  Zelle ist dann die Adresse der linken oberen Ecke der Matrix. |
| Matrix transponieren |  |  |
| Matrix invertieren |  | Das ? kennzeichnet, dass die Matrix nicht invertierbar ist. Dies kann man auch durch Anwendung des Treppenform-Befehls zeigen. |
| Umformen zur Diagonalgestalt |  | Hier lässt sich erkennen, dass M nur den Rang 2 hat, somit ist die Matrix nicht invertierbar. |



Matrizen-Multiplikation liefert Ergebnis für a)

Matrizen eingeben und im Kontextmenü erzeugen.

Erste drei Zeilen aus Tabelle als Matrix erzeugt. Lösung mit Treppennormalform.

Ergebnis der Matrizenmultiplikation mit FuelleZellen in Tabelle kopiert.

Abbildung 1: Lösung zur Hallenaufgabe

Ergebnis zu b) Es können 3 Hallen vom Typ H1 und 2 Hallen vom Typ H3 gebaut werden. Von R4 müssen hierzu 280 t bereitgestellt werden.

Übung zur Matrizenrechnung

### Aufgabe 3 (CAS-Fenster, Grafikfenster/ Gleichungssysteme, Steckbriefaufgabe)

|  |
| --- |
| **Aufgabe** |
| Beim Bau einer Erdölpipeline muss zwischen zwei geradlinig verlaufenden Teilstücken eine Verbindung gebaut werden. In einem geeigneten Koordinatensystem lassen sich die beiden Teilstücke durch Geraden mit den Gleichungen y = - 0,25x für x < 0 bzw. durch  y = 2x – 13 für x > 5 darstellen.  Die Teilstücke sollen miteinander verbunden werden. Geben Sie eine ganzrationale Funktion 3. Grades an, so dass die Pipelines knickfrei ineinander übergehen |

(aus: <http://matheraum.de/forum/Steckbriefaufgabe/t915229>)

**Tipp**: Abschnittsweise Funktionen lassen sich z. B. auf die folgenden zwei Arten mit Geogebra erzeugen.

* Funktion[sin(x),a,b]: Schränkt den Bereich auf ein Intervall ein.
* Wenn[x > 0 ∧ x < 2, x² / 4, Wenn[x > 2, -x² + 4, x]]: für mehrere Abschnitte.

### Aufgabe 6 (Tabellenansicht & CAS-Ansicht/Matrizen):

**Mousse au chocolat**

Für die Herstellung von dunklem Mousse au chocolat werden die folgenden Zutaten benötigt: 400 ml Rahm, 80 g Butter, 360 g zartbittere Kuvertüre, 4 Eier und 2 cl Likör.

Liebt man hingegen weißes Mousse au chocolat, so benötigt man die folgenden Zutaten: 240 ml Rahm, 48 g Butter, 320 g weiße Kuvertüre, 6 Eier und 2 cl Likör. Die Rezepte gelten jeweils für 4 Personen.

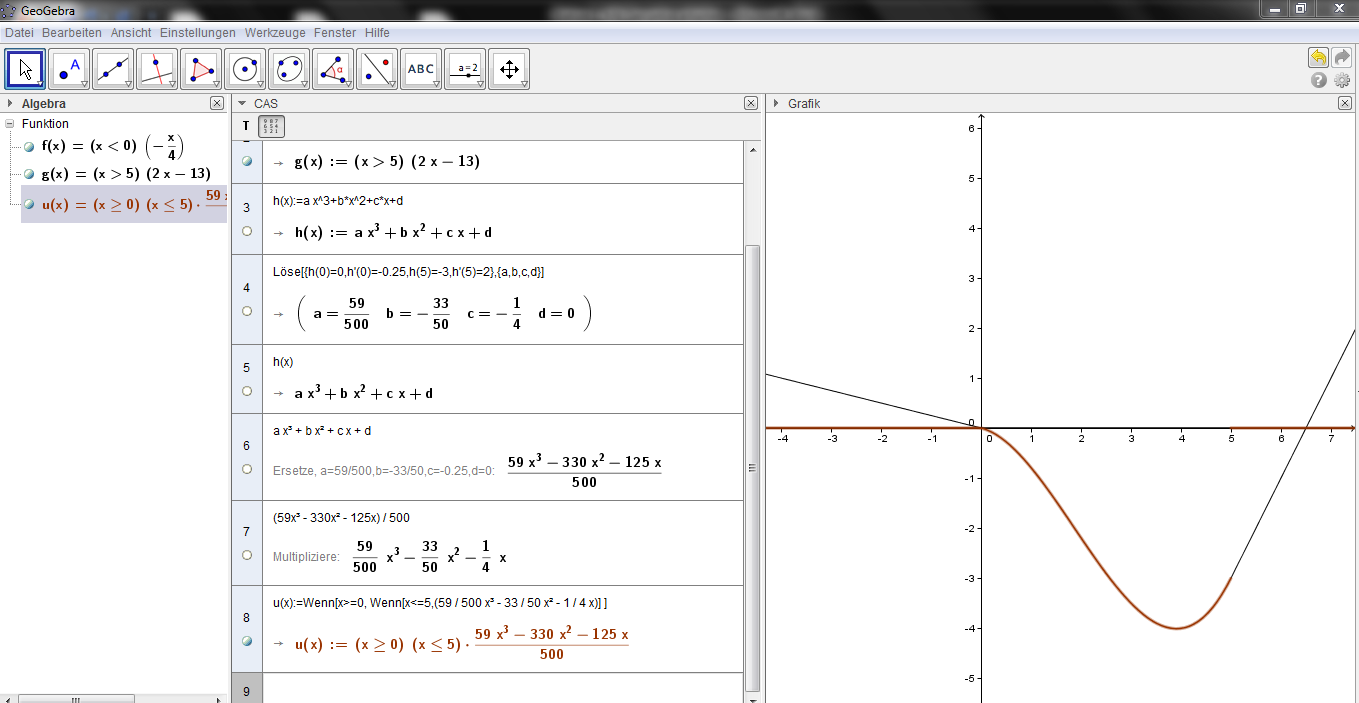
Im Hotel B&E nimmt man aus Erfahrung an, dass sich bei einem Abendbuffet 20 Personen für dunkles Mousse au chocolat und 12 Personen sich für weißes Mousse entscheiden werden.

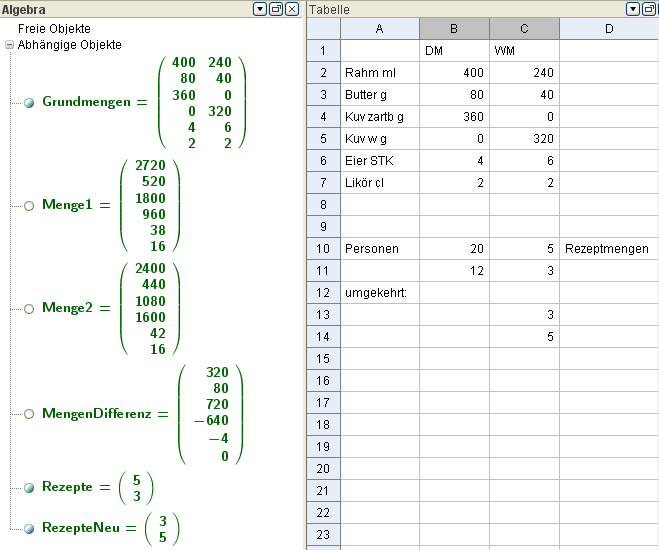
1. Stellen Sie die beiden Rezepte übersichtlich in Tabellenform dar.
2. Welche Mengen an Zutaten müssen in der Hotelküche vorhanden sein, damit die angenommenen Mousseportionen zubereitet werden können?

Haben Sie auch noch genug Zutaten, wenn Sie erkennen, dass die angenommene Personenanzahl irrtümlich vertauscht worden war.

Lösungen

Zu Aufgabe 3)





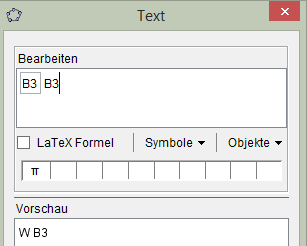
### Geogebra für Stochastik nutzen:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Vorgehen | Beispiel bzw. Screenshot | Anmerkung |
| Kombinatorik:  BinomialKoeffizient[n, k ]  Fakultät: n! | z.B.: In Eingabezeile oder in der CAS-Ansicht  5! liefert 120 |  |
| Binomialverteilung  Binomial[n, p, k, false]  (false heißt nicht kumuliert!)  Binomial[n, p, k, true] (true heißt kumuliert!) |  | Will man im CAS-Fenster das Ergebnis der vorhergehenden Zeile nutzen, tippt man in die Folgezeile ein Leerzeichen. Will man die Anweisung der Zeile nutzen, genügt die Eingabe eines Gleichheitszeichens. |
| Wahrscheinlichkeitsfenster  s. Menü Tabellenansicht |  | Mit dem Wahrscheinlichkeitsrechner lassen sich Intervallwahrscheinlichkeiten angeben und darstellen sowie die Kenngrößen der Verteilung wie Erwartungswert und Standardabweichung. |
| Bäume zeichnen   * Strecken für Baum zeichnen * Dynamische Textfelder zur Beschriftung nutzen (s. Folgeblatt) * Schieberegler zur Variation der W‘keit |  | Das ? kennzeichnet, dass die Matrix nicht invertierbar ist. Dies kann man auch durch Anwendung des Treppenform-Befehls zeigen. |
| Simulation  Zufallszahl[1,6]  Weitere Möglichkeiten s. Stationen zum Münzwurf, Geburtstagsparadoxon. | Zufallszahl | Liefert eine Zufallszahl zwischen 1 und 6. Mit F9 wird die Berechnung erneuert! |
|  |  |  |

# Demo „Textfelder in der Grafikansicht“

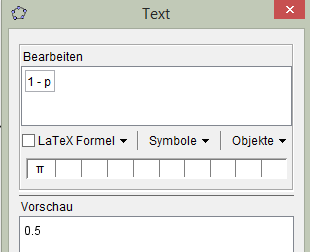
Dynamischer Text

Statischer Text

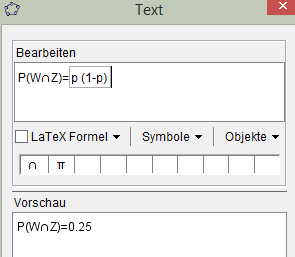


Auswahl für Dynamischen Text in der Auswahlliste Objekte!

**Berechnete Ausdrücke im Textfeld anzeigen:**



Text und Ausdrücke kombinieren:



## Demo Stochastik mit Hilfe der Tabellenansicht und der CAS-Ansicht

Aufgabe (Geburtstagsparadoxon)

Anmerkungen zu Simulationen

Bedienung der Simulationsprogramme – allgemeine Hinweise

Die meisten Simulationsprogramme haben einen Punkt (z. B. *Ergebnis*, *Erfolge* oder *Erste6*), dessen x-Koordinate mit dem Schieberegler (meistens *Neu*) übereinstimmt und dessen y-Koordinate den Wert ausgibt, der interessiert (1 / 0 bei Erfolg / Misserfolg, Anzahl der Würfe beim Warten auf die erste 6, usw.).

Wählt man unter <Ansicht> die <Tabellenansicht> aus, so erscheint im Menü der rechten Maustaste eines Punktes "Spurwerte in die Tabelle eintragen".

Aktiviert man für den Punkt *Ergebnis* (im Algebra-Fenster oder – sofern er sichtbar ist – im Zeichenblatt) den Menüpunkt "Spurwerte in die Tabelle eintragen", so werden die Koordinaten des Punktes in die Tabelle eingetragen. Will man die Aufnahme zwischenzeitlich unterbinden, so kann man entweder den Menüpunkt deaktivieren oder die Tabellenansicht ausschalten. Für die Protokollierung der Werte wird die erste vollständig freie Spalte gewählt, auf die auch weiter hinten keine Eintragungen mehr folgen.

Solange der Menüpunkt ununterbrochen aktiviert bleibt, wird mit der Eintragung in derselben Spalte fortgefahren. Um in einer neuen Spalte mit den Eintragungen neu zu beginnen, muss man "Spurwerte in die Tabelle eintragen" erst deaktivieren und dann wieder aktivieren. Löscht man zwischen den beiden Vorgängen die alten Einträge, indem man in der Kopfzeile "Spalteneinträge löschen" über die rechte Maustaste anwählt, wird mit der Eintragung wieder von vorn begonnen.

**Achtung:**

Vergibt man eigene Namen, statt der von GeoGebra automatisch gewählten – so kann dies bei Verwendung der Tabellenansicht unangenehme Folgen haben.

Angenommen man nennt eine Liste *L1*, dann wird diese Liste in die Zelle *L1* der Tabelle geschrieben, die Eintragungen der Spurwerte würden dann frühestens in Spalte *M* beginnen.

In älteren GeoGebra-Versionen klappt das Eintragen der Spurwerte nicht immer. In kommenden Versionen wird man nicht mehr den Umweg über Punkte gehen müssen.