Neue Werkzeuge im Mathematikunterricht



[Neue Werkzeuge im Mathematikunterricht 1](#_Toc414517307)

[„Neue Werkzeuge“ im Mathematikunterricht 2](#_Toc414517308)

[Der Begriff Werkzeug 4](#_Toc414517309)

[Werkzeugarten 4](#_Toc414517310)

[Software-Werkzeuge 5](#_Toc414517311)

[10 häufig geäußerte Bedenken zur Nutzung neuer Werkzeuge (Hans-Georg Weigand, Universität Würzburg) 8](#_Toc414517312)

[Thesen zur Nutzung neuer Technologien im Mathematikunterricht (Weigand) 9](#_Toc414517313)

[Ergebnisse empirischer Studien und hieraus resultierende Empfehlungen 11](#_Toc414517314)

[Didaktische Prinzipien und die Nutzung von CAS 13](#_Toc414517315)

[Das Operative Prinzip 13](#_Toc414517316)

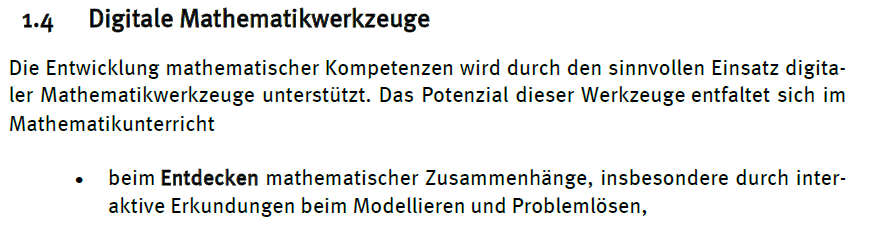
[Das Spiralprinzip 16](#_Toc414517317)

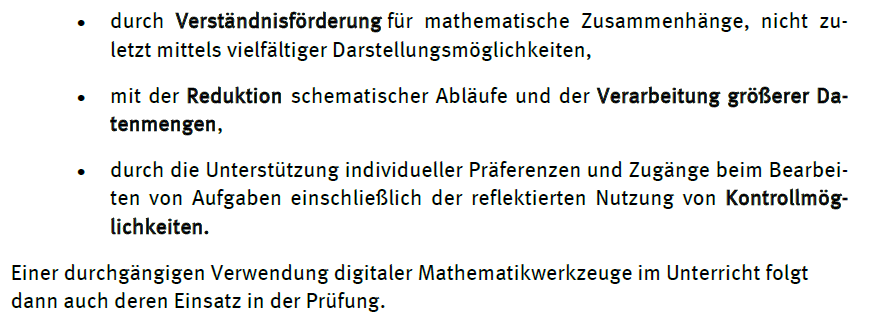
[Das genetische Prinzip 17](#_Toc414517318)

[Praxisteil 18](#_Toc414517319)

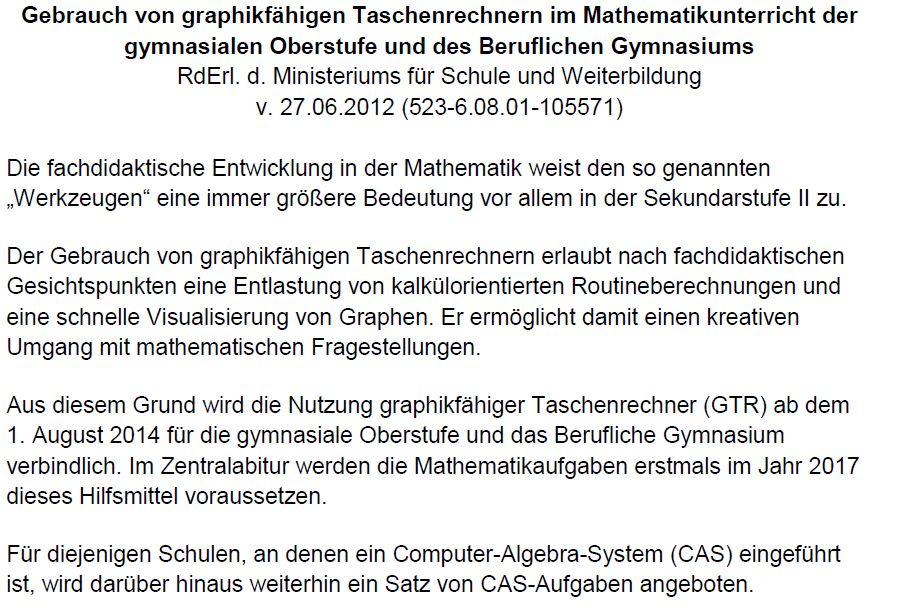
„Neue Werkzeuge“ im Mathematikunterricht

Die neuen Bildungsstandards für die Sekundarstufe II [[1]](#footnote-1) fordert die durchgängige Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge im Unterricht und in Prüfungen.





Als Konsequenz dieses Anspruchs aus den Bildungsstandards ist in NRW der folgende Erlass veröffentlicht worden:



Schon seit vielen Jahren wird das Arbeiten mit computergestützten Werkzeugen im Mathematikunterricht aus didaktischen Gesichtspunkten gefordert. Es lässt sich aber nicht leugnen, dass auch die Anwendung der Werkzeuge neue Lernherausforderungen bedeuten und finanzielle Rahmenbedingungen Geräte zum Einsatz bringen, deren Handhabung die Lernfreude deutlich trüben lässt. So kann es passieren, dass die Medien mit all ihren Einsatzmöglichkeiten und Navigationsmöglichkeiten, die Lernenden zu überfordern droht.

Aus diesen Überlegungen wird schnell deutlich, warum bisher noch kein flächendeckender Einsatz im deutschen Mathematikunterricht zu beobachten ist, und viele Kollegen dem Einsatz auch ablehnend gegenüberstehen. Umgekehrt ist auch klar, dass der Einsatz digitaler Werkzeuge keine Selbstläufer ist sondern eine mediendidaktische Vorbereitung erfordert.

„Ein zeitgemäßer Mathematikunterricht muss die von digitalen Medien geprägte Lebenswelt von Schülerinnen und Schülern berücksichtigen. Digitale Medien – insbesondere die digitalen Werkzeuge, die wir hier in den Blick nehmen – verbessern die Unterrichtskultur nicht per se. Sie müssen so eingesetzt werden, dass das zentrale Ziel des Mathematikunterrichts – der Erwerb einer angemessenen mathematischer Grundbildung – auf der einen Seite und grundlegende Arbeitsweisen mit Computern auf der anderen Seite sich ergänzen und gegenseitig fördern. Im Mathematikunterricht erwerben Schülerinnen und Schüler die Fähigkeit geeignete Werkzeuge zur Bearbeitung von mathematischen Problemen auszuwählen, diese zur Unterstützung beim Erkunden, Präsentieren, Visualisieren, Experimentieren, Berechnen, Algebraisieren, Strukturieren, Kontrollieren sowie beim Recherchieren nutzbar zu machen (Werkzeugkompetenz) und den gewählten Weg zu reflektieren, was weit über das technische Beherrschen oder Handhaben eines Gerätes hinausgeht.“[[2]](#footnote-2)

# Der Begriff Werkzeug[[3]](#footnote-3)

Ein Werkzeug wird gewählt oder hergestellt, um ein Ziel zu erreichen, welches ohne dieses Werkzeug nicht oder nur ungünstig erreichbar wäre. Ein Werkzeug muss nicht zwingend ein Gegenstand sein, sondern kann auch eine Strategie oder ähnliches sein. Ein Werkzeug verstärkt oder erweitert vorhandene Fähigkeiten oder verkürzt die Ausführung bestimmter Tätigkeiten. Letztendlich ist ein Werkzeug benutzerdefiniert, denn dieser entscheidet über Art des Einsatzes und der Nutzung.

Aus diesem Werkzeugbegriff lässt sich ableiten, dass man Werkzeuge aus zwei Perspektiven betrachten kann: Welche Einsatzmöglichkeiten bieten sich den Lernenden? Welche unterschiedliche Nutzungsverhalten sind zu erwarten?

### Werkzeugarten

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Gegenständliche Werkzeuge | Notations-werkzeuge  (Zeichenebene) | Kognitive Werkzeuge (Mathematische Ebene) | „Neue Medien“ (Werkzeugsysteme) |
| Lineal | Mengennotation | Algorithmus z. B. Newton Verfahren | **Computer** |
| Geodreieck | Koordiantensysteme | Mathematische Sätze | CAS-Rechner |
| Zirkel |  | Problemlösestrategien | Grafikrechner |
| Taschenrechner |  | … | … |
| … |  |  |  |

**Beispiel zur instrumentellen Wissensaneignung:**

**Konstruktion der Parabel nach van Schooten (1615 – 1660)**

Phasen der instrumentellen Wissensaneignung:

1. Was zeichnet das Gerät?  
   (Einsatzidee)
2. Wie zeichnet das Gerät?  
   (Mechanische Idee)
3. Warum zeichnet das Gerät?  
   (Mathematische Idee)

Aus dem Gerät wird ein Mittel der Wissensvermittlung (Semiotische Mediation).

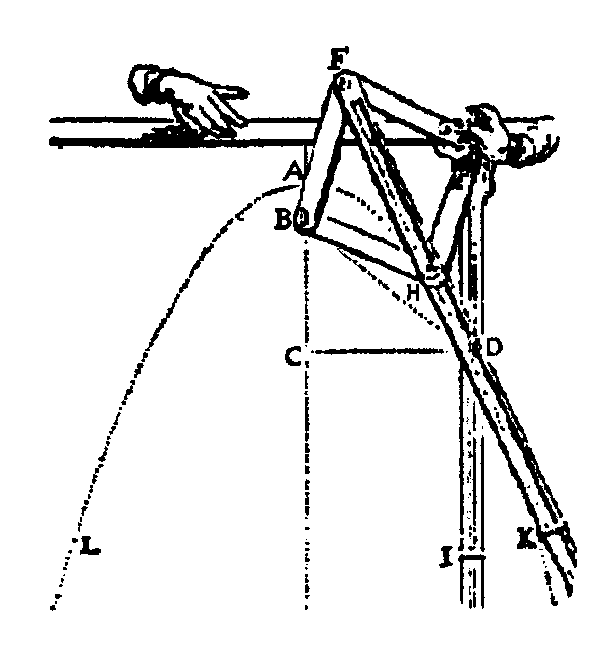


Abbildung 1: s. <http://home.eduhi.at/teacher/alindner/geonext/geonext/klasse4/parabel/Bild_schooten.htm>



Geräteanpassung/Instrumentalisierung (Verständnisprozess)

Enthaltene Möglichkeiten und Grenzen

### Software-Werkzeuge

Neben einzelnen Applets, die bestimmte Sachverhalte animieren bzw. simulieren haben sich vor allem Systeme mit mehreren Werkzeugkomponenten durchgesetzt, die auf unterschiedliche Weise eingesetzt werden können.

Hier werden folgende Arten unterschieden:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Art | Tabellenkalulation (TK)/ Datenanlyse | Computeralgebrasystem (CAS) | Dynamisches Geometriesystem (DGS) | Multi-repräsentations-systeme (TK+CAS+DGS) |
| Spezifische Repräsentationsform | Numerische Repräsentations-form | Symbolisch-algebraische Repräsentationsform | Geometrische Repräsentations-form | Alle Formen |
| Beispielsysteme | EXCEL CALC SAS, SPSS | Derive Maxima Wiris | Dynageo Geonext | Geogebra, NSpire, Classpad |
| Wesentliche Komponenten |  |  | Zugmodus Ortlinie |  |
| Exemplarische Einsatzmöglichkeiten |  |  | Explorative Untersuchungen |  |

„Ein CAS ist eine Technologie, mit der man mindestens Terme symbolisch ableiten und Gleichungen algebraisch lösen kann“  
Andreas Pallack, 2007

„Computer Algebra Systems (CAS) are powerful computer packages that perform calculations, offer graphical representations and also perform symbolic manipulation for algebra and calculus.“   
Lazim Abdullah, 2007

Die Unterschiede zwischen einem grafikfähigen TR und einem CAS werden in der folgenden Tabelle verdeutlicht:

| Funktionalität (Befehl, Beispiel in Geogebra mit CAS) | GTR | CAS |
| --- | --- | --- |
| Den Wert einer Variable oder Funktion definieren (f\_1(x):=x^2-4 | X | X |
| Gleichungen mit einer Variablen numerisch lösen Nloese[f\_1(x)=0]. | X | X |
| Gleichungen mit zusätzlichen Parametern lösen Loese[3x+5=7a, x] |  | X |
| Algebraische Ausdrücke unter Berücksichtigung des Distributivgesetzes umformen. |  | X |
| Variablen durch Zahlen oder algebraische Objekte ersetzen  Ersetze[x³ - x² - 6x,x,2] -> -8 |  | X |
| Mathematische Asudrücke oder Gleichungen umformen zum schrittweisen Lösen. |  | X |
| Mit undefinierten Variablen rechnen und Ergebnisse anzeigen |  | X |
| Algebraisch Auf- und Ableiten |  | X |

**Anmerkung**: Diese Menge an Befehlen ist schon weitgehend ausreichend, um im Stoffgebiet Analysis in der Schule Abiturprüfungsaufgaben zu lösen. Zusätzlich benötigt man noch die graphische Repräsentation von Graphen und Punkten und evtl. die Handhabung eines Schiebereglers.

# 10 häufig geäußerte Bedenken zur Nutzung neuer Werkzeuge (Hans-Georg Weigand, Universität Würzburg)

(Weigand, 2010)

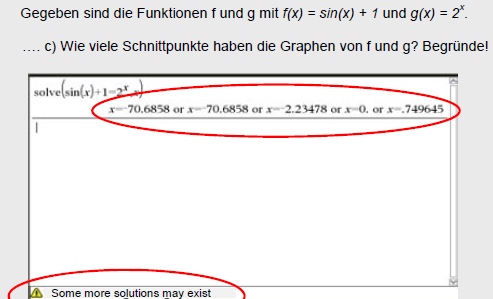
1. Einige SchülerInnen beherrschen den Computer besser als ich selbst, da kann ich ihnen nichts beibringen.
2. Es gibt viele Studien, die zeigen, dass Computer in der Schule nichts bringen und nur vom Wesentlichen ablenken.
3. Wir entwöhnen unsere Schüler vom Denken und eigenständigen Handeln, wenn Nachdenken und Problemlösen mit dem Computer auf Knöpfchen drücken reduziert wird.
4. Schüler verlieren durch Fernsehen, Video und durch eine veränderte soziale Umwelt zunehmend Kontakt zu anderen Menschen und vereinsamen immer mehr. Das Arbeiten am Computer verstärkt diese Tendenz.
5. Standardaufgaben sind der Rettungsanker vieler schwacher Schüler bei Klassenarbeiten. Wenn diese wegfallen, wird der Unterricht viel anspruchsvoller und die Schere zwischen guten und schlechten Schülern wird weiter auseinandergehen.
6. Schöne Anwendungsaufgaben sind häufig Unikate. Es fehlen dann Aufgaben für die Klassenarbeiten.
7. Mit Computern erziehen wir die Kinder zu fantasielosen Befehlsempfängern (Joseph Weizenbaum)
8. Durch den Taschenrechner haben die Schüler das Kopfrechnen verlernt. Durch CAS verlernen sie auch noch den Rest der Mathematik.
9. Graphik-Taschenrechner sind – manchmal – durchaus sinnvoll. Man kann schnell einen Graphen zeichnen. Das eigentliche Mathematiktreiben (symbolisches Rechnen), sollte (muss) der Schüler aber mach wie vor von Grund auf lernen.
10. Wir informieren uns zu Tode‚ (Neil Postman 1993). Fernsehen, Internet … vollkommene Reizüberflutung! Die Schule sollte sich angesichts dieser Entwicklung auf das Wesentliche konzentrieren.

**Arbeitsauftrag**: Bereiten Sie zu den 10 Bedenken arbeitsteilig (1-3, 4-6, 7-10) Antworten vor:

* Decken sich die Bedenken mit eigenen Befürchtungen
* Haben Sie im Unterricht bisher Verhalten der SuS beobachtet, die sich mit diesen Bedenken decken.
* Gabe es konkrete Unterrichtssituationen, wo Sie die geäußerten Bedenken nicht bestätigt sehen.
* Welche begleitenden Maßnahmen halten Sie beim Technologieeinsatz für sinnvoll, damit die Lernenden in ihrem Kompetenzaufbau unterstützt werden und wie können die in den Bedenken geäußerten Gefahren minimiert werden.

# Thesen zur Nutzung neuer Technologien im Mathematikunterricht (Weigand)

(Weigand, 2012)

1. **These**: Wir haben die Schwierigkeiten des Einsatzes digitaler Technologien (technisch – inhaltlich) unterschätzt und wir konnten Lehrkräfte, Dozenten, Eltern nicht – oder zu wenig – vom Mehrwert des Einsatzes Digitaler Technologien (DT) überzeugen.  
   (Die z. B. bereits 1986 geäußerte Vision, dass durch neue Technologien sich der Mathematikunterricht verändern wird, ist bisher kaum Realität geworden).
2. **These:** SuS benötigen Strategien zur Überprüfung, Interpretation und Kontrolle von DT (CAS)-Lösungen.  
   
3. **These:** Trotz der Existenz interaktiver, dynamischer und multipler Darstellungen ist (und bleibt) die zentrale Herausforderung die Entwicklung Mentaler Repräsentationen (=Wissen, kognitive Fähigkeiten und Fertigkeiten, reale Darstellungen zu interpretieren).
4. **These:** Beim Arbeiten mit CAS bedarf es der Kenntnis grundlegender Eigenschaften – insbesondere der Grenzen – des verwendeten Werkzeugs.
5. **These:** Das Erstellen von sinnvollen(!?) Prüfungsaufgaben im Rahmen einer traditionellen Klausurprüfung wird durch den Einsatz DT wesentlich erschwert. Realistische Modellierungsaufgaben sowie Aufgaben zum entdeckenden Lernen sind wenig geeignet.

(Lösung: a) Ein fester Stamm an algorithmischen Standardaufgaben, oder b) Neue Prüfungsformen)

1. **These**: Das Arbeiten mit DT (CAS) hat verschiedene Aspekte: Statisch – dynamisch – technisch und muss in Beziehung zu Niveaus der Inhalte gesehen werden (Werkzeugkompetenz). Es gibt keine einfache Antworten wie DT sind gut oder DT sind schlecht.
2. **These**: Der Werkzeugeinsatz muss in das traditionelle Arbeiten (mit Papier und Bleistift) integriert werden. Insbesondere benötigen wir Regeln für die schriftliche Darstellung (auf Papier oder digital) von Lösungen!  
   (Anmerkungen Weigand:
   * „Es darf nicht nur der Bildschirm abgeschrieben werden!“
   * Die Lösungserwartung muss klar sein: „Geben Sie an …“, „Zeigen Sie …“, „Ermitteln Sie …“, „Beweisen Sie …“, …
   * Die Lösung muss „für andere“ nachvollziehbar dargestellt sein, und es muss deutlich werden, wo welches Werkzeug eingesetzt wurde.
   * Die Lösung beschreibt die mathematische Vorgehensweise, sie beschränkt sich nicht auf eine Darstellung in der „Rechnersprache“.
3. **These**: Beziehungshaltigkeit und Vernetzung werden Schlüsselwörter in der Zukunft sein. Die Akzeptanz und der gewinnbringende Einsatz digitaler Technologien erfordert diesbezüglich ein globales Konzept des Lehrens und Lernens.
4. **These**: Wir benötigen visionäre Ideen, die auf empirische Resultate gestützt sind, die sich aber auch an theoretischen Analysen und Betrachtungen orientieren, und schließlich benötigen wir auch Visionen, die “lediglich” auf kreativen Ideen aufbauen.
5. **These**: Wir benötigen mehr langfristige empirische Untersuchungen. Allerdings werden empirische Untersuchungen stets nur Antworten auf “kleine” Fragen geben

Welche Fragen müssen beim Einsatz von Neuen Technologien beantwortet werden:

1. Wie wird die Beziehung zwischen dem „traditionellen“ Unterricht (Tafel, Heft...) und der „digitalen Unterrichtswelt“ sein?
2. Was ist und wie kann mathematisches Grundlagenwissen gesichert werden?
3. Wie können zentrale traditionelle Arbeitsweisen (Beweisen, Argumentieren) erhalten und weiterentwickelt werden?

(Nur aus dem Umgang mit dem Bisherigen, kann Neues genetisch erwachsen).

1. Welchen Einfluss werden mobile NT und neue Entwicklungen (3-D) auf den MU, die Inhalte des MU und die Prüfungsaufgaben haben? Wie wird sich das auf die Beziehung zwischen Algebra und Geometrie auswirken?
2. Bei welchen Inhalten und Fähigkeiten kann durch den Einsatz von NT eine Kompetenzsteigerung (oder -änderung) erwartet bzw. nachgewiesen werden?

# Ergebnisse empirischer Studien und hieraus resultierende Empfehlungen[[4]](#footnote-4)

Um eine fundierte Argumentationsbasis für den Rechnereinsatz im Mathematikunterricht zu gewinnen wurde vom Thüringer Kultusministerium eine Meta-Studie hierzu in Auftrag gegeben. Ergebnisse dieser Studie werden in (Barzel, 2012) vorgestellt.

Kurzübersicht einiger eingegangenen nationalen Studien (insgesamt wurden 200 internationale Forschungsberichte ausgewertet):

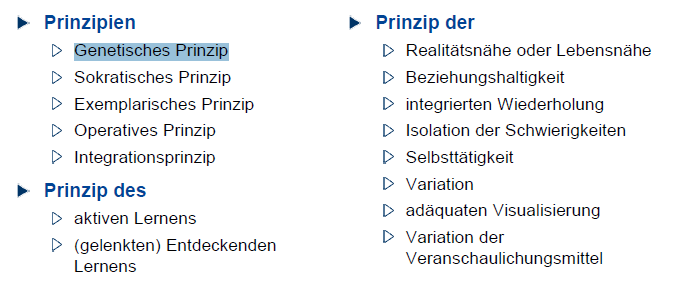
| Studie | Durchführungs-hinweise | Forschungsfrage | Ergebnisse |
| --- | --- | --- | --- |
| Projekt MUKI  (Mathematik zwischen Konstruktion uns Instruktion)  durchgeführt von Barzel 2002-2004 | 45 Klassen Vergleichstests, Fragebogen, Videoanalyse  TI92, TI 89 | Bis zu welchem Grad ist die Lernwerkstatt passend um gleichzeitig inhaltliche als auch prozessuale Ziele zu verfolgen? | Vergleichsklausur haben SuS mindestens genauso gut oder besser als Kontrollgruppen abgeschlossen  Wichtig: freie Verfügbarkeit des CAS  Schwächere empfanden das Arbeiten in Gruppen förderlich für das Verstehen. |
| M3 Modellversuch Medienintegration in Bayern von Weigand und Bichler  2003-2008 | 26 Klassen in Gymnasien  TI-NSpire, CAS  Vergleichs- und Interventionsstudie | Unterschiede hinsichtlich zentraler mathematischer Fähigkeiten?  Neue Möglichkeiten für Unterricht  Einfluss auf Prüfungsaufgaben  Einschätzungen der LuL, SuS | 70% beobachten Veränderung der Unterrichtsmethodik  Über ein halbes Jahr Nutzung erforderlich bis auch in Prüfungen genutzt  Fast alle sind der Meinung, dass sich Verstehensprozesse verbessern  Ständige Verfügbarkeit des Werkzeugs ist zentral! |
| CALiMERO (Computer-Algebra im Mathematikunterricht – Entdecken, Rechnen, Organisieren)  2005-2010 Ingelmann/Bruder | V-200 29 Experimentalklassen, 5 Kontrollklassen (ca. 1000 SuS)  Vergleichs- und Interventionsstudie | Welche Effekte auf Seiten der beteiligten SuS und LuL sind vor dem Hintergrund der entwickelten ganzheitlichen Unterrichtskonzeption im CAS-gestützten MU (Klasse 7 und 8) zu erwarten? | Deutliche Entwicklungen bei „forschenden“ Aufgaben  Sicherer Umgang mit Algebra Verknüpfung der verschiedenen Darstellungsformen  Verbesserungen im Bereich Kommunizieren/Argumentieren  Besseres Variablenverständnis  Leistungsschwächere erbrachten signifikant bessere Leistungen |
| Umfrage in Thüringen  2002 – 2005  Schmidt und Moldenhauer | 234 ausgefüllte Fragebogen  Vergleichsstudie  TI 89 | Welche Einstellungen haben SuS bezüglich des CAS-Handhelds? | Jungen empfinden die Arbeit weniger problematisch und setzen ihn häufiger ein.  LKler haben weniger Probleme als GKler  Je leistungsfähiger desto mehr Nutzen können SuS aus dem CAS-Einsatz ziehen. |

Weitere Erkenntnisse aus internationalen Studien (Singapur, Australien, Neuseeland, Türkei, Israel, Kanada)

* CAS hilfreich für Hausaufgaben und Prüfungen
* 90% der SuS stimmen zu, dass CAS hilf Konzepte besser zu verstehen.
* CAS-Lernende tendieren dazu kürzere Lösungen aufzuschreiben
* CAS-Lernende beginnen eine Mischung aus mathematischer Notation und Rechnernotation zu verwenden
* LuL sobald sicher mit Rechnerumgang öffnen sich dem Beobachten und Erfassen von Lernenden-Prozessen
* Es dauert 1-2 Jahre bis CAS einen signifikanten Einfluss auf die Leistungen der Lernenden hat.
* Es wird eher ein entdeckender oder konstruktivistischer Lehransatz adaptiert
* Traditionelle Lehrmethoden verlieren an Gewicht
* Interaktionen in CAS-Klassen sind hoch (Ergebniskontrolle, Austausch über Funktionalitäten)
* Lernende mit CAS leisten mindestens so viel wie Lernende ohne CAS
* Verständnis für Algebra hat sich signifikant verbessert.
* CAS erlaubt offene Fragen und Entdeckungen realer Kontexte
* Der Fokus mit CAS liegt auf mathematischen Konzepten anstelle von Umformungsdetails
* CAS stärkt das Selbstbewusstsein der Lernenden
* Die Vielfalt der Repräsentationsmöglichkeiten führt die Lernenden zu mehr Reflektion

# Didaktische Prinzipien und die Nutzung von CAS[[5]](#footnote-5)

Mathematik unterrichten bedeutet nicht, in beliebiger Art und Weise irgendeinen Stoff zu unterrichten sondern eine sinnvolle Auswahl zu treffen und sie adressatengerecht in einer abgestimmten Reihenfolge und in angemessenen Einheiten in lerngerechter Weise zu präsentieren. Hier unterstützen bei den zu treffenden Entscheidungen sogenannte didaktische Prinzipien (= Leitlinien zur Gestaltung von Unterricht). Nur selten sind die einzelnen Prinzipien empirisch abgesichert sondern fußen auf lerntheoretischen Überlegungen und häufig auf erfahrungsbasiertem Wissen. Es gibt eine Vielzahl solcher Prinzipien für den Mathematikunterricht und einige widersprechen sich sogar scheinbar (z. B.: Prinzip der gestuften Schwierigkeit <-> Prinzip des entdeckenden Lernens). Also ist es auch hier wichtig diese Prinzipien als Anhaltspunkte, aber nicht als Dogmen zu verwenden.



Einige der wichtigen Prinzipien sollen im Folgenden detaillierter dargestellt werden.

### Das Operative Prinzip

Wissen lässt sich laut Bruner (geb. 1915) auf drei Arten darstellen bzw. erschließen:

* enaktiv: durch Handlungen
* ikonisch: durch Bilder
* symbolisch: durch Zeichen und Sprache

Nach Piaget [108] beginnt die kindliche Denkentwicklung zunächst mit realen Handlungen an konkreten Objekten. Später werden diese durch Handlungen an Bildern, Zeichen oder Symbolen erweitert und führen zu einem Verinnerlichungsprozess, indem sie sich von konkreten Erfahrungen lösen und als abstrakte oder formale Handlungen zu Denkoperationen werden. Denken ist damit verinnerlichtes oder vorgestelltes Tun.

Daher sind im Unterricht konkrete Materialien, zeichnerische Darstellungen und Textmaterialien einzusetzen, an denen die SchülerInnen real oder gedanklich operieren und ”forschen“ können.

Laut Bruner geht es beim E-I-S-Prinzip darum den Darstellungswechsel zu pflegen – Und zwar nicht nur in die nächst höhere Ebene (Abstraktion) sondern auch in die darunterliegende Ebene (Konkretisierung).

**Beispiel Lineare Gleichungen**

**Handeln mit Schachteln und Hölzchen (enaktive Ebene)**

**=**

Man bereitet entsprechend Hölzchen und Schachteln vor und stellt die Frage: Wie viele Hölzchen müssen in jede Schachtel gelegt werden, damit sich links und rechts gleich viele Hölzchen befinden. In jeder Schachtel sollen gleich viele Hölzchen liegen.

**Darstellung im Operatormodell für den ersten Zugang (Ikonische Ebene)**

x

3x

3x+2

2

6

8

·3

+2222

–2

:3

****

**Äquivalenzumformung (symbolische Ebene)**

Hier lernen die SchülerInnen sicher lineare Gleichungen mit Hilfe von Äquivalenzumformungen zu lösen. Die einzelnen Schritte sollten als Umkehroperationen verstanden werden und nicht etwa als neue Rechenoperation „Auf die andere Seite bringen!“.

Für das Verständnis von Verfahren und Begriffen ist es wichtig die Repräsentationsebenen nicht isoliert zu betrachten, sondern auch auf die wechselseitigen Beziehungen einzugehen.

Hier genau setzt das **operative Prinzip** an, das ganz wesentlich den Theorien von Jean Piaget und Hans Aebli folgt. Es hebt auf die das Lernen durch eigenes Handeln ab, welches dann Denkhandlungen initiiert, die den Weg (der Verinnerlichung) von der konkret-anschaulichen über die bildliche zur abstrakt-symbolischen Sichtweise durchläuft.

Lehrende können hierbei unterstützen, indem sie den Blick auf das Verhalten der Eigenschaften, Beziehungen und Funktionen mathematischer Objekte bei den transformierenden Operationen hinzulenken. Die zentrale Frage dabei ist „Was passiert mit . . . , wenn . . . ?“   
GeoGebra ist ein passendes Werkzeug für die Umsetzung des operativen Prinzips, das viele Freiräume für solche mathematischen Experimente zu verschiedensten Themen bietet, da es den Darstellungswechsel nahezu automatisch in den drei Darstellungsebenen Algebra , Tabelle und Zeichnung vollführt.

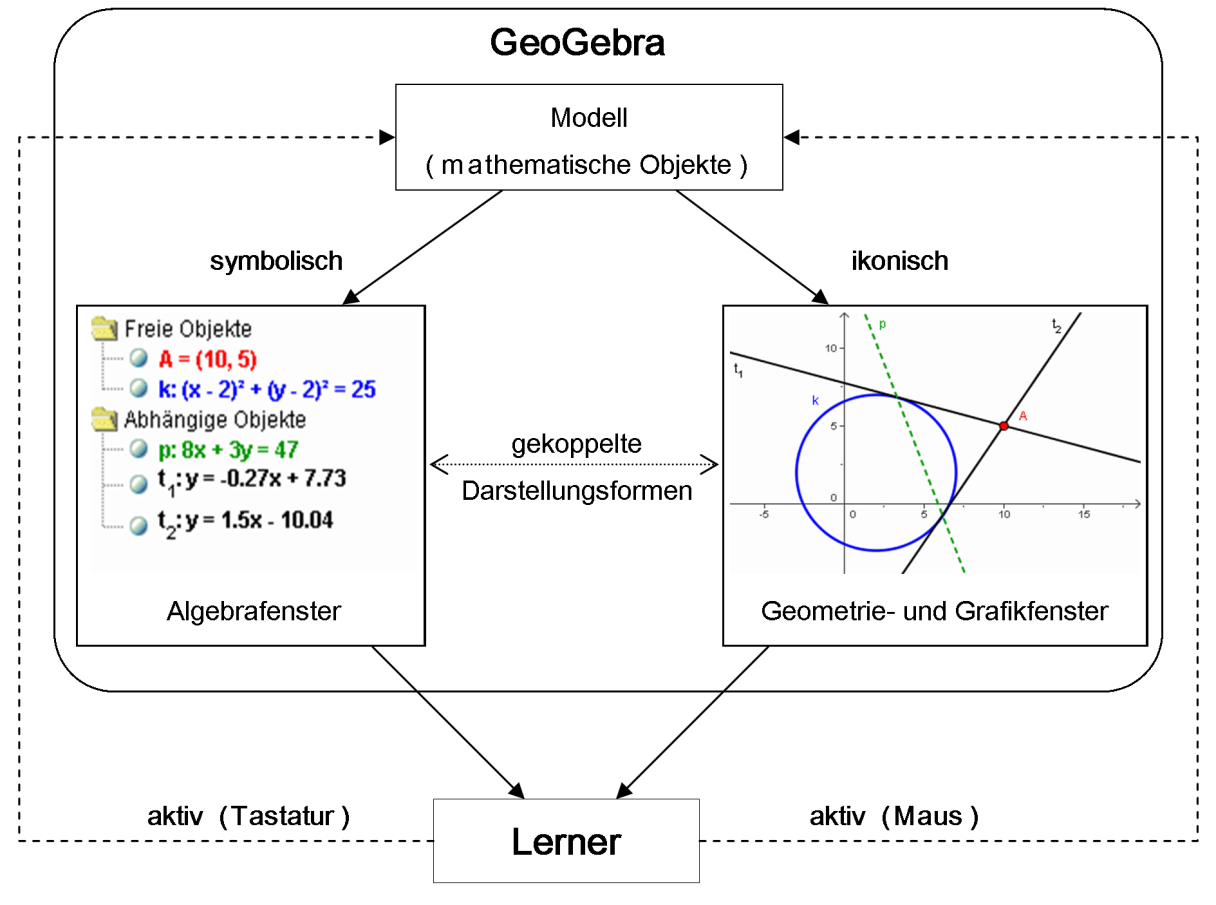


Abbildung 2: Aus <http://teacher.eduhi.at/alindner/Sites/GeoGebra/Seminare/GeoGebra_Einfuehrung.ppt>

Beispiele für operative Aufgaben (teilweise entstanden in der Seminarsitzung zum produktiven Üben)

1. Was passiert mit den Nullstellen wenn man zum bzw. den Funktionsterm der Funktion
   1. 2 addiert
   2. mit 0,5 multipliziert
   3. mit – 0,5 multipliziert
   4. denselben Funktionsterm noch einmal addiert
   5. die Funktion addiert.
2. Beschriften Sie die Achsen so, dass die Funktion dargestellt wird.



### Das Spiralprinzip

Die Inhalte des Mathematikunterrichts dürfen nicht in unzusammenhängende Gebiete zerfallen, sondern Lernende sollen *Beziehungslinien* oder *rote Fäden* und *Beziehungsnetze* in der Mathematik wahrnehmen!

*Fundamentale Ideen* (Leitideen und Grundvorstellungen) sollen den Lernenden eine Orientierung in der Stofffülle geben und die Grundzüge des Fachs unter einem bestimmten Aspekt aufzeigen.

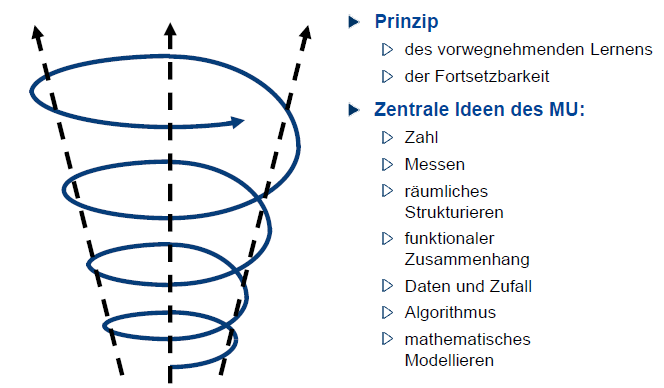


Abbildung 3: s. Roth

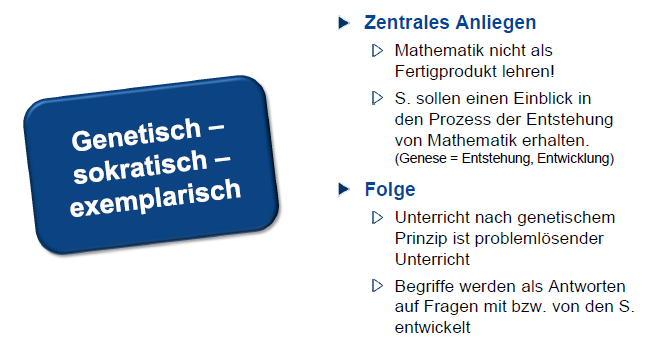
### Das genetische Prinzip

Das zentrale Anliegen des *genetischen Prinzips* ist es, dass Mathematik nicht als ein Fertigprodukt

gelernt wird, sondern dass Lernende einen Einblick in den *Prozess* der Entstehung

von Mathematik erhalten. Mathematik ist etwas, bei dem Lernende entdecken oder erfinden

können, auch wenn es sich meist oder fast ausschließlich nur um Nacherfindungen handelt.



Gerade beim entdeckenden Lernen erweisen sich digitale Werkzeuge als geeignete Unterstützung, da sie selbstgesteuerte Untersuchungen mathematischer Objekte ermöglichen und auch Hilfestellung bei der Überprüfung aufgestellter Hypothesen geben können.

**Arbeitsauftrag** (Langzeitaufgabe):

Informieren Sie sich über die oben vorgestellten Prinzipien und mindestens drei weitere didaktische Prinzipien. Überlegen Sie bei der nächsten ausführlichen Planung welches Prinzip die Stunde und welche Prinzipien in der gesamten Reihe berücksichtigt werden sollen und begründen Sie diese Wahl.

# Praxisteil

s. Kleine Orientierung im Umgang mit Geogebra, Übungen zu den Basisfunktionen

s, ausgeteilte Unterlagen, Übungen zu den Basisfunktionen

**Arbeitsauftrag**: Bearbeiten Sie die Übungen zu den Basisfunktionen mit Hilfe von Geogebra oder eines CAS-Systems, dass in ihrer Schule eingesetzt wird.

* Überdenken Sie eine bei Ihnen anstehende Reihe: An welchen Stellen erscheint es Ihnen sinnvoll auf digitale Medien zurückzugreifen.
* Machen Sie exemplarisch eine Planungsskizze zu einer konkreten Unterrichtssituation mit der Nutzung eines CAS-Systems oder eines GTRs.

Literaturverzeichnis

**Barzel Bärbel** COmputeralgebra im Mathematikunterricht - Ein Mehrwert - aber wann? [Buch]. - Münster : Waxmann Verlag, 2012.

**DMV** Stellungnahme der Gesellschaft für Didaktik derMathematik [Online] // S. 38 ff. - 2010. - 14. März 2013. - http://didaktik-der-mathematik.de/pdf/gdm-mitteilungen-89.pdf.

**Haug Reinold** Problemlösen lernen mit digitalen Medien [Buch]. - Wiesbaden : Vieweg+Teubner Verlag, 2012.

**KMK** Bildungsstandards Sek II [Online]. - 18. Oktober 2012. - 14. März 2013. - http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen\_beschluesse/2012/2012\_10\_18-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf.

**Reiss Kristina und Hammer Christoph** Grundlagen der Mathematikdidaktik [Buch]. - Basel : Springer Basel AG, 2013.

**Roth** [Online]. - http://www.dms.uni-landau.de/roth/lehre/skripte/did\_grundlagen/fachdidaktische\_grundlagen\_sek.pdf.

**Roth** http://www.dms.uni-landau.de/roth/lehre/skripte/did\_grundlagen/fachdidaktische\_grundlagen\_sek.pdf [Online]. - 19. März 2013. - http://www.dms.uni-landau.de/roth/lehre/skripte/did\_grundlagen/fachdidaktische\_grundlagen\_sek.pdf.

**Weigand** Vortrag: 10 Bedenken eines fiktiven Lehrers/Lehrerin zum Technologieeinsatz im MU [Online]. - 2010. - 14. März 2013. - http://www.didaktik.mathematik.uni-wuerzburg.de/weigand/vortraege/Vortrag%20Bad%20Berka%20Weigand%20Netz.pdf.

**Weigand** Vortrag: 10 Thesen zum Einsatz digitaler Technologien [Online]. - 2012. - 14. März 2013. - http://www.didaktik.mathematik.uni-wuerzburg.de/weigand/vortraege/Vortrag%20Bad%20Berka%20Weigand%20Netz.pdf.

1. s. (KMK, 2012) [↑](#footnote-ref-1)
2. Aus (DMV, 2010) [↑](#footnote-ref-2)
3. Angelehnt an (Haug, 2012) [↑](#footnote-ref-3)
4. S. Metastudie: (Barzel, 2012) [↑](#footnote-ref-4)
5. Dieser Abschnitt ist angelehnt an (Reiss, et al., 2013) [↑](#footnote-ref-5)