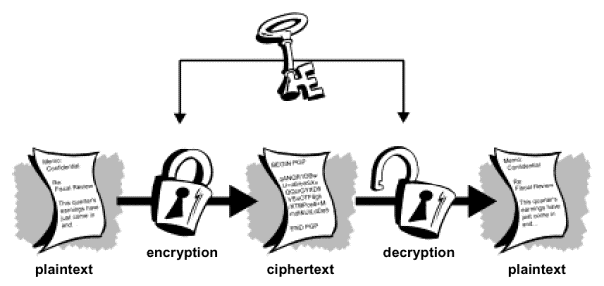
## **Zirkel - Matrizen und lineare Gleichungssysteme**

## **Inverse Matrix: Codierung und Decodierung von Botschaften**



**Aufgabenstellung**

(Quelle: Learn Line)

Gelegentlich verschlüsselt man Nachrichten, um sie vor einem Missbrauch durch Unbefugte zu schützen. Eine Möglichkeit Nachrichten so zu codieren, dass sie von Unbefugten nicht ohne weiteres verstanden werden können, vom Empfänger jedoch eindeutig zu entschlüsseln sind, ist die im folgenden beschriebene:

Allen Buchstaben des Alphabets werden Zahlen zugeordnet, z.B.:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P | Q | R | S | T | U | V | W | X | Y | Z | Leer |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 |

So wird aus der Nachricht: "GEOGEBRA" die Zahlenfolge: 7 5 15 7 5 2 18 1

Diese Botschaft B lässt sich als zweizeilige Matrix schreiben:

Diese Matrix wird mit der Codiermatrix C multiplizieren um eine verschlüsselte Nachricht V zu bekommen:

Der Empfänger muss die Botschaft V nun entschlüsseln. Dafür wird eine Decodiermatrix D benötigt, die die Codierung aufhebt, so dass wieder die Botschaft in Reinschrift ergibt.

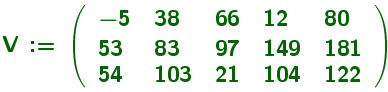
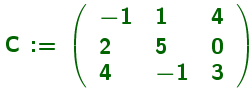
1. Begründen Sie, dass (Einheitsmatrix) sein muss, und dass D eine 2x2 Matrix ist.
2. Bestimmen Sie und dekodieren Sie die verschlüsselte Botschaft.

**Vorschläge zur Umsetzung**

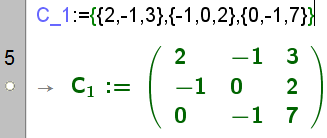
|  |  |
| --- | --- |
| zu b)   * Geben Sie die Matrizen V und C ein und auch D als Matrix mit vier unbekannte Variablen * Stellen Sie LGS zur Berechnung der vier Variablen auf und Lösen Sie diese. * Geben Sie die Lösungsmatrix Dl für die Decodiermatrix ein und bestimmen damit die Botschaft B.   Alternativ kann man D auch über zu bestimmen. |  |

**Weiterführende Aufgabe**

1. Eine verschlüsselte Botschaft und die Codiermatrix mit der Verschlüsselt wurde werden ihnen Übergeben. Wie lautet die ursprüngliche Botschaft?

1. Bestimmen Sie die Decodiermatrix zu der folgend Codiermatix. Was stellen Sie fest?



1. Die folgende verschlüsselte Botschaft wurde zunächst zwei mal hintereinander mit codiert und anschließen drei mal hintereinander mit. Wie lautet die Botschaft?