

Die gute CAS-Aufgabe für die Prüfung

Das Potenzial neuer Technologien für den Unterricht und seine Weiterentwicklung wurde mittlerweile erkannt. Viele Lehrpläne für Mathematik schreiben den Einsatz von dynamischer Geometriesoftware, Funktionsplottern, Tabellenkalkulationen oder auch Computer-Algebra-Systemen (kurz: CAS) vor oder empfehlen ihn zumindest. In vielen Ländern werden diese Systeme auch in Klausuren und Prüfungen eingesetzt. In diesem Beitrag werden Indizien vorgestellt, die darauf hindeuten, dass die Möglichkeiten von CAS in Klausur- und Prüfungsaufgaben nicht angemessen zum Tragen kommen können.

Begriffsklärung oder: Wann ist ein CAS ein CAS?

Welche Systeme zu den CAS zu zählen sind und welche nicht, ist nicht eindeutig zu sagen (vgl. Pallack (2008)). Grund dafür ist das Fehlen eines Kategoriensystems, welches es erlaubt, Technologien einzuordnen. Ich beschränke mich an dieser Stelle auf eine einfache Arbeitsdefinition, die jedoch aus meiner Sicht vor dem Hintergrund der derzeit im Unterricht genutzten Technologien recht weit trägt:

Ein CAS ist eine Technologie, mit der man mindestens Terme symbolisch ableiten und Gleichungen algebraisch lösen kann.

Wichtig ist bei der Anwendung dieser Arbeitsdefinition, dass sie mit Blick auf die derzeit genutzten Technologien angewendet wird. Ein System, das ausschließlich diese Mindestanforderung erfüllt, würde man im schulischen Kontext nicht einsetzen.

Was zeichnet eine gute CAS-Aufgabe für die Prüfung aus?

In den letzten Jahren wurde eine intensive Diskussion über die Qualität von Aufgaben geführt (siehe z. B. Blum et al. (2006)). Ein zentrales Ergebnis dieses Diskurses ist, dass es die gute Aufgabe per se nicht gibt: Die Qualität einer Aufgabe kann sich erst bei ihrem Einsatz in einer konkreten Schülergruppe offenbaren, wobei die Art und Weise ihres Einsatzes eine entscheidende Erfolgsdeterminante ist. Gute Prüfungsaufgaben – also Aufgaben zur Überprüfung von Kompetenzen – müssen spezifischen Anforderungen gerecht werden (z. B. curriculare Gültigkeit, Bearbeitbarkeit in einer vorgegebenen Zeitspanne sowie Auswertbarkeit). Das gilt für Aufgaben, die mit CAS bearbeitet werden genauso wie für Aufgaben, für deren Bearbeitung kein CAS vorgesehen ist.

Spannend wird es, wenn man sich von allgemeinen Qualitätskriterien löst und die Frage stellt, ob CAS-Aufgaben für die Prüfung sich durch besondere, zusätzliche Qualitäten auszeichnen.

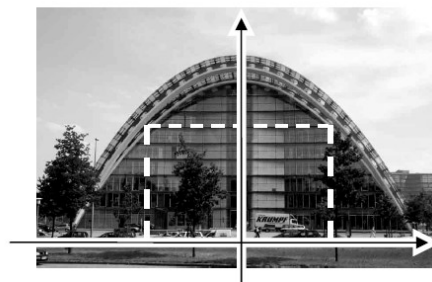
Genau dieser Frage müssen sich die Abiturkommissionen stellen: In Hessen werden derzeit drei Typen von Technologien unterschieden (TR, GTR, CAS, siehe http://www.hessisches-amtsblatt.de/download/pdf_2005/alle_user/07_2005.pdf), in NRW sind es zwei (CAS/NON CAS, siehe Pallack (2007)).

Auch im Modellversuch SINUS-Transfer NRW stellten sich Schulen gezielt der Herausforderung, neue Technologien gewinnbringend im Mathematikunterricht zu integrieren, wozu eben auch ihr effizienter und gewinnbringender Einsatz in Klausuren und Prüfungen zählt. Im Teilprojekt *Entwicklung eines zeitgemäßen Konzeptes für den Mathematikunterricht in der Oberstufe* entwickelten und erprobten die teilnehmenden Schulen Aufgaben für Lern- und Leistungssituationen in ihren Kursen (vgl. LFS/QA (2006)). Im kooperativen, kollegialen Austausch entwickelten die teilnehmenden Lehrerinnen und Lehrer Handlungsrouinen weiter und gewannen so Impulse zur Unterrichtsentwicklung vor Ort (vgl. MSW (2007)).

Im Kontext dieses Projektes entwickelten die Koordinatorinnen und Koordinatoren (also Lehrerinnen und Lehrer, welche die Schulen auf ihrem Weg im Projekt begleiteten) eine Klausur, die im Jahr 2006 an ungefähr 200 nordrhein-westfälischen Schulen im Jahrgang 12 geschrieben wurde (vgl. MSW (2007)). Eine Aufgabenstellung aus dieser Klausur möchte ich im Folgenden vorstellen. Leider muss ich mich dabei aus Platzgründen auf eine Teilaufgabe beschränken. Den interessierten Leser und die interessierte Leserin möchte ich auf die Internetadresse www.sinus.nrw.de verweisen, unter der die gesamte Klausur herunter geladen werden kann (Projekt 2). Mit Blick auf das Zentralabitur, welches im Jahr 2007 in Nordrhein-Westfalen eingeführt wurde, wurde diese Klausur in einer CAS und einer NON CAS Version entwickelt.

CAS vs. NON CAS, ein Beispiel

NON-CAS-Variante der Klausuraufgabe „Berliner Bogen“ (nur Teil a):



Das Gebäude in den Abbildungen heißt „Berliner Bogen“ und steht in Hamburg. Ein Architekt in Shanghai möchte gerne das gewölbte Glasdach für einen Neubau kopieren. Die Dachkonstruktion soll ähnliche Maße wie das Original haben: Es soll eine Höhe von 36 m haben und unten doppelt so breit sein wie es hoch ist. Die Länge am Boden (Tiefe des Baus, ohne die überstehenden Teile des Dachs) soll 140 m betragen.

- a) Erklären Sie, inwiefern die quadratische Funktion f mit $f(x) = -\frac{1}{36}x^2 + 36$ den Bogen modelliert.

CAS-Variante von Teil a):

- a) Erklären Sie, inwiefern die Graphen der quadratischen Funktion

$$f \text{ mit } f(x) = -\frac{1}{36}x^2 + 36 \text{ und der Funktion } g \text{ vom Grad 4 mit } g(x) = -\frac{1}{36^3}x^4 + 36$$

den Bogen modellieren.

Zeichnen Sie die Graphen beider Funktionen mit ihrem CAS und übertragen Sie eine Skizze in Ihre Klausurunterlagen.

Begründen Sie kurz, welche der beiden Funktionen den Bogen besser modelliert.

Ich hatte mittlerweile Gelegenheit, viele Aufgaben zur Bearbeitung mit bzw. ohne CAS zu sichten. Dabei beobachtet man oft, dass sich CAS-Aufgaben für Klausuren und Prüfungen durch

- eine höhere Komplexität (hier: kompliziertere Funktionen),
- höhere sprachliche Anforderungen (hier: mehr Text)
- den Vergleich von mehreren alternativen Zugängen bzw. Modellierungen (hier: Angabe von zwei Funktionen) und
- die Forderung Nutzungskompetenzen (vgl. Pallack (2006)) einzubringen (hier: Zeichnen von Graphen)

von NON-CAS Aufgaben abheben.

Kurzanalyse

Die hervorragenden Möglichkeiten von CAS (z. B. experimenteller Zugang zu mathematischen Themen, Entdecken von Mustern...) kommen in Klausuraufgaben nur bedingt bzw. eingeschränkt zum Tragen: Im Unterricht behandelt man offene Aufgaben, die viel Eigenaktivität und Kreativität erfordern, in der Klausur sind es eher Aufgaben, die einigermaßen objektiv auswertbar sind. Im Unterricht behandelt man authentische Aufgaben und führt Modellierungen durch, in der Klausur kommt man maximal zu realitätsbezogenen Aufgaben und muss den Modellierungszyklus aufbrechen.

Fazit und Plädoyer

These: Das eigentliche Potenzial der CAS-Funktionalität neuer Technologien kommt in Klausur- und Prüfungsaufgaben kaum zum Tragen. Der tatsächliche und eigentliche Mehrwert liegt in der Nutzung dieser Technologie im Unterricht.

CAS ist ein nützliches Werkzeug in der Hand von Lernenden, das ihnen – richtig eingesetzt – hilft Mathematik zu treiben. Jedoch glaube ich – gerade mit Blick auf die technische Weiterentwicklung von NON-CAS-Systemen in den letzten Jahren – nicht, dass es heute noch ratsam ist in Klausuren zwischen CAS- und NON-CAS-Aufgaben zu unterscheiden.

Ziel von Mathematikunterricht ist die Vermittlung von mathematikbezogenen Kompetenzen. Das Ziel von Prüfungen sollte es sein, diese Kompetenzen zu überprüfen. Dabei sollten Lernende das Werkzeug, mit dem sie im Unterricht gearbeitet haben, einsetzen dürfen, um die Unterrichtsentwicklung vor Ort nicht zu behindern.

Um Klausur- und Prüfungsaufgaben zu entwickeln, die Kompetenzen nahezu unabhängig vom eingesetzten Werkzeug überprüfen, muss mit der bisherigen Prüfungs- und Klausurkultur gebrochen werden. Dabei bietet sich die hervorragende Chance, verständnisorientierte Aufgaben zu entwickeln und zu etablieren, womit auch Impulse zur Unterrichtsentwicklung gegeben werden könnten.

Literatur

- [1] Blum, Werner et al. (2006): Bildungsstandards Mathematik konkret. Cornelsen-Verlag, Berlin.
- [2] LFS/QA (2006): Der Modellversuch SINUS-Transfer NRW. Klett Verlag, Stuttgart.
- [3] MSW (2007): Impulse für den Mathematikunterricht in der Oberstufe, Konzepte und Materialien aus dem Modellversuch SINUS-Transfer NRW. Erscheint im Klett-Verlag.
- [4] Pallack, Andreas (2006): Mit CAS zum Abitur. Schroedel-Verlag, Braunschweig.
- [5] Pallack, Andreas (2008): Mit CAS zum Abitur. Erscheint in: Beiträge zum Mathematikunterricht 2007. Hildesheim, Franzbecker Verlag.
- [6] Pallack, Andreas (2007): Zentrale Mathematikprüfungen in NRW. Beiträge zum Mathematikunterricht 2006. Hildesheim, Franzbecker Verlag.