## **Simulation mit Geogebra (Stochastik)**

## **Geburtstagsparadoxon**

**Mathematische Grundlagen/Vorwissen**

*Wahrscheinlichkeitsbegriff ist bereits eingeführt sowie mehrstufige Experimente mit Baumdarstellungen und Pfadregeln.*

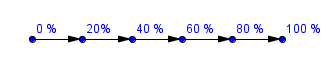
**Arbeitsauftrag:**

Was denken Sie? Beantworten Sie die Fragen spontan zunächst ohne zu rechnen.

1. Wie groß sollte eine Personengruppe mindestens sein, dass es sich lohnt (mit einer Chance von mehr als 50 %) darauf zu wetten, dass mindestens zwei am selben Tag Geburtstag haben.

🗆 10-30 🗆 31-50 🗆 51-70 🗆 71-90 🗆 91-110 🗆 > 110

1. Wie wahrscheinlich ist es, dass von 25 Personen mindestens zwei am selben Tag Geburtstag haben? Setzen Sie ein Kreuz an die ihrer Meinung nach passenden Stelle:



Die Fragen beziehen sich auf das sogenannte Geburtstagsproblem, dass 1939 von Richard von Mises gestellt wurde.

1. Erstellen Sie eine Simulation des Geburtstagsproblems in der Tabellenansicht. Dieses ist beim ersten Mal etwas ungewohnt. Daher können Sie hier auch der nachfolgenden „Schritt für Schritt-Anweisung“ folgen.

**Hilfen zur Umsetzung**

|  |  |
| --- | --- |
| * Das Graphikfenster nutzen wir zur Dynamisierung. Hier legen wir einen Schieberegler für die Personenanzahl an (n) sowie einen Schieberegler über die wir eine Simulation animieren (m) |  |
| * Einstellungen n: 1 bis 100, Schrittweite 1 * Einstellungen m: 1 bis 100, Schrittweite 1, Animation: Zunehmend einmalig. |  |
| * Tabellenansicht, Spalte A: Personennummern erzeugen: Hierzu „Personennr“ in A1, Wert 1 in A2 und und rechtsstehende Formel in A3 eintragen und bis A101 runterziehen. | **Spalte: Personennr:**  In A3:  =Wenn[n > A2, A2 + 1] |
| * Tabellenansicht Spalte B: Jeder Person wird zufällig ein Geburtstag zugeordnet (Zahlen von 1 bis 365).  Verwendeter Trick: Durch den Ausdruck m/m wird die Berechnung der Zufallszahlen neu durchgeführt sobald m geändert wird.   **Anmerkung**: Für die Zeilen in denen keine Personen mehrexistieren schreibt Geogebra Fragezeichen. | **Spalte: Geburtstag:**  In B2:  Wenn[A2 > 0, (m / m)\* Zufallszahl[1, 365]]  Anschließend „runter kopieren“. |
| * Tabellenansicht Spalte C:  Für jeden Geburtstag wird nun gezählt, ob es ihn ein zweites Mal gibt.  Hier wird auch darauf geachtet, dass jedes Paar nur einmal gezählt wird. (Aber Zellinhalt = 2, wenn ein Geb. dreimal vorkommt.) | **Spalte: Geburtstagspaare**  In C2:  ZähleWenn[x == B2, B3:$B$100]  Anschließend „runter kopieren“. |
| * Für die Fragestellung b) ist es nur wichtig zu wissen: gibt es mindestens ein Paar oder nicht?  Geogebra gibt hier entsprechend den Wahrheitswert true bzw. false aus. | **Spalte: Geburtstagspaar vorhanden?**  In D2:  Summe[C2:C101, n] > 0 |
| * Jetzt kann schon mal getestet werden. Mit <strg r> werden jeweils neue Zufallszahlen erzeugt. So kann man das Experiment mehrfach ausführen |  |
| * Nun soll automatisiert werden: Hierzu definiert man im **Algebrafenster (Eingabezeile)** eine Variable wert, die das Ergebnis des Experiment dokumentiert. * Tipp: An dieser Stelle sind Namen gut, die nicht mit einer Zelladresse verwechselt werden können! | Wert=Wenn[D2, 1, 0] |
| * Rechter Mausklick auf wert, Menüpunkt „Werte in Tabelle eintragen“ wählen. * In dem sich öffnenden Fenster tragen Sie dann ein, dass Sie die Spurwerte in eine Liste schreiben wollen und in der Zeile 2 starten wollen. * Geogebra nutzt für die Spuraufzeichnung automatisch die nächste freie Spalte. In unserem Fall also die Spalte E. | C:\Users\gk\AppData\Local\Temp\SNAGHTML35597dce.PNG |
| * Nun kann man den Schieberegler m auf 1 stellen und Animieren einschalten (rechte Maustaste). Und 100 Experimente laufen automatisiert ab und werden in die Liste E2 in die Tabelle geschrieben. |  |
| * Für die durchgeführte Simulation kann man nun die relative Häufigkeit für die Existenz von Geburtstagspaaren berechnen. | **Eingabezeile Algebrafenster:**  Wenn[Länge[E2] > 0, Summe[E2] / Länge[E2], 0] |
| * Mit „Alle Spuren löschen“ und erneuter Animation kann die Simulation nun beliebig oft durchgeführt werden. |  |

1. Nachdem die Simulationen überzeugend gezeigt haben, dass die Wahrscheinlichkeit doch einiges höher ist, als viele im ersten Moment vermuten, ist jetzt zu überlegen, wie dies auch rechnerisch belegt werden kann.   
   (Tipp: Nutzen Sie das Gegenereignis).

Berechnen Sie die W’Keiten mit Hilfe von Geogebra für n=1, …, 50 und stellen Sie die sich ergebenden Punkte (Personenzahl, W’Keit für mindestens ein Paar ) mit Geogebra dar.

**Lösung**

