

## Steckbriefaufgaben mit Unterstützung von Geogebra lösen

### Mathematik nutzen um die Realität modellhaft zu beschreiben

*Aus Situationsbeschreibungen, Bildern oder anderweitig aufbereiteten Informationen werden relevante Informationen entnommen und in mathematische Bedingungen passend zu einem gewählten mathematischen Funktionsansatz (mit Parametern) formuliert. Sofern möglich werden die Parameter anhand der Bedingungen ermittelt und anschließend die Güte des Modells überprüft. Gegebenenfalls sind weitere Informationen hinzuzunehmen, weitere Annahmen zu treffen oder der anfangsgewählte Funktionsansatz anzupassen.*



### Modellierungskreislauf

mathematisieren

strukturieren

überprüfen

interpretieren



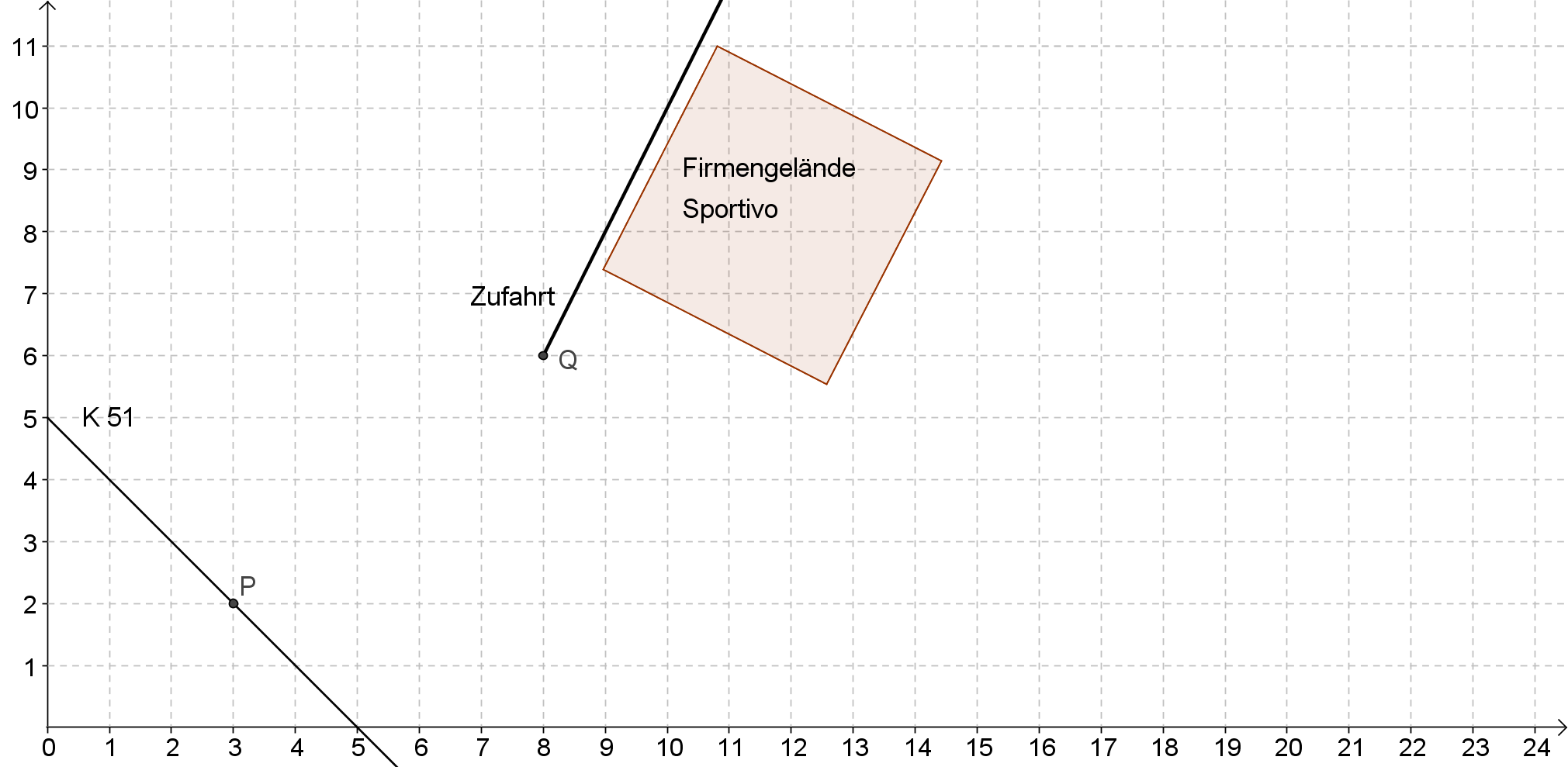


**SItuation**

Die *Sportivo GmbH* ist ein mittelständisches Unternehmen, aus Bochum, das Sportrucksäcke herstellt und vertreibt.

Die Produktionsstätte des Unternehmens *Sportivo* soll künftig auch an die Kreisstraße K51 angeschlossen werden. Hierzu soll die am Firmengelände vorbeiführende Zufahrt so verlängert werden, dass in Q die Zufahrt knickfrei fortgeführt wird, und dass sie im Punkt P in die Kreisstraße einmündet so dass eine T-Kreuzung mit rechtem Winkel entsteht. Die direkte Verbindung von Q nach P sowie ein 100m Streifen auf beiden Seiten gehört noch zum Firmengelände. Neben dem Interesse an einer sicheren Straßenführung möchte das Unternehmen für Ihre Planung wissen, ob noch Grundstück hinzu erworben werden muss und wie lang die Gesamtstrecke ist, um die Baukosten abzuschätzen.

(s. Skizze, 1 LE entspricht 100 m )



http://i2.ztat.net/detail/JA/44/4A/00/G1/01/JA444A00G-101@2.1.jpg

Welches Problem stellt sich?

Welche Annahmen fließen mit ein?

Wie kann Mathematik bei diesem Problem helfen? Was könnte hier ein geeignetes mathematisches Modell sein?

**Hilfen zum Mathematischen Modell**

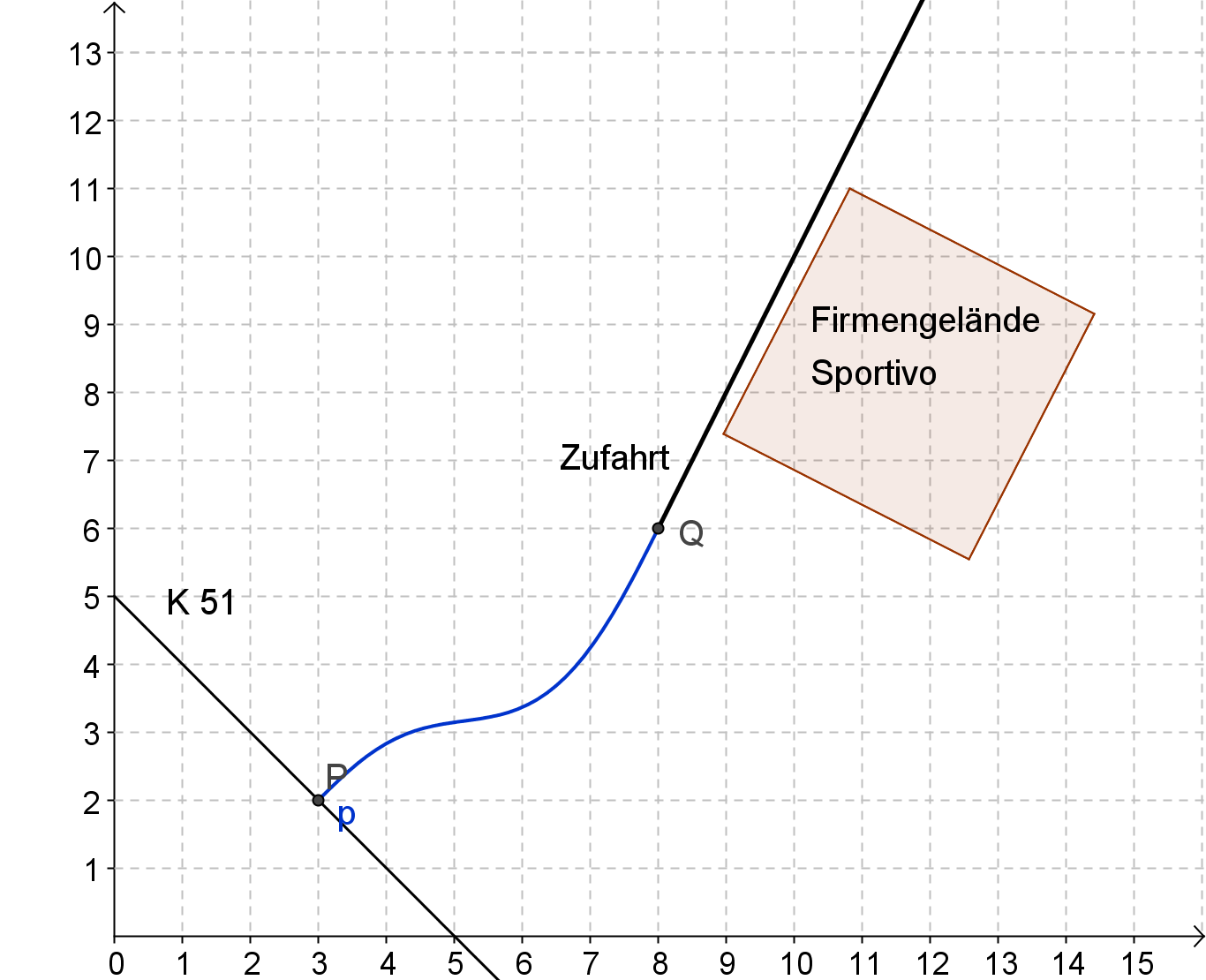
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| a) | Zeichnen Sie K 51 und die Zufahrt sowie die Punkte P und Q in Geogebra ein und ergänzen Sie mit Hilfe des Freihandtools eine mögliche Straßenführung zwischen P und Q, die die obenstehenden Bedingungen berücksichtigt. |  |
| b) | Ein Mitarbeiter behauptet: „Die Fortführung der Zufahrt zwischen Q und P kann nicht mit Hilfe einer linearen oder quadratischen Funktion modelliert werden, da sich sonst unsere Bedingungen nicht realisieren lassen“.  Nehmen Sie begründet Stellung zu dieser Aussage. |  |
| c) | Nun soll versucht werden die neue Anbindung mithilfe einer ganzrationalen Funktion zu beschreiben. Entscheiden Sie, welchen Grad diese Funktion haben soll.  Leiten Sie aus den Text- und Bildinformationen mathematische Bedingungen her. | **CAS löse** |

### Hilfen zur Umsetzung

|  |  |
| --- | --- |
| * Aufstellen von mathematischen Bedingungen und nutzen des Löse-Befehls in Kombination mit Liste von Gleichungen sowie Liste von Variablen. Zeilen können mit Referenznamen versehen werden, hier: g1, g2) * Hilfreich: mit $4 kann man beispielsweise auf Zeile 4 dynamisch zugreifen. * Die Lösung aus Zeile 4 lässt sich auch direkt in den parametrisierten Funktionsterm einsetzen:   Ersetze[$1, $4] |  |
| * Alternativ: Matrixschreibweise verwenden (hilfreich bei überbestimmten oder nicht lösbaren LGS) |  |

### Lösungsskizze (Mathematisches Modell)

a)



b)

Modellierung der Situation mit einer linearen Funktion:

Um P und Q linear zu verbinden, gibt es nur eine Möglichkeit, nämlich die direkte Strecke von P nach Q. Dies führ aber in Q zu einem Knick und in P entsteht kein rechter Winkel zur Kreisstraße.

Modellierung der Situation mit einer quadratischen Funktion:

Setzt man in Q einen Parabelbogen an, so ist das durchaus möglich diesen knickfrei anzusetzen. Auch lässt sich der Parabelbogen so gestalten, dass er durch den Punkt P geht. Dieser Anschluss mündet aber nicht rechtwinklig ein, sondern ist wesentlich flacher. Um dieses zu erreichen müsste man den Kurvenverlauf wenden. Parabeln haben aber keine Wendestelle.

Also beide Modellierungsmöglichkeiten bieten nicht die Möglichkeit alle Bedingungen zu berücksichtigen.

c)

**1. Schritt: Modellierung der Anschlussstücke:**

**Bundesstraße K51:** Diese kann aufgrund des Bildausschnitts im relevanten Bereich als Gerade durch die Punkte (0|5) und (5|0) aufgefasst werden, also:

**Zufahrt parallel zur Grenze des Firmengeländes**: Kann ebenfalls als Abschnitt einer linearen Funktion mit Steigung 2 aufgefasst werden, der im Punkt beginnt, also:

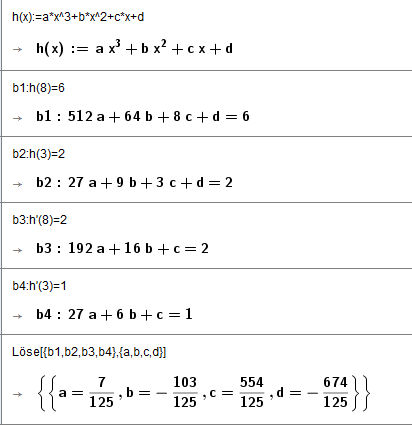
Einsetzen von liefert:

Also:

**2. Schritt: Modellierung der Verbindung zwischen P und Q mit einer ganzrationalen Funktion dritten Grades**.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Bild- bzw. Textinformation** | **Mathematische Bedingung** |  |
| Zufahrt endet in Q |  |  |
| Zufahrt endet in P |  |  |
| In Q knickfrei |  |  |
| T-Kreuzung in P |  |  |

**Lösen mit Geogebra:**



Mit dem Befehl h1(x):=Ersetze[h(x),$1]lassen sich die Ergebnisse direkt einsetzen. Der konkrete Funktionsterm erhält hier den neuen Bezeichner h1.