



Echt??? Das hätte ich ja nie gedacht!

Die verfügbaren Schnelltests:

- Roche (erster Schnelltest an NRW-Schulen):
Sensitivität: 83,3 %, Spezifität 99,1%
- Vidomed (Schnelltest aus der Apotheke):
Sensitivität 95,39%, Spezifität 99,60 %
- Technomed (Schnelltest aus Drogerien):
Sensitivität 96,34%, Spezifität 99,16 %

Spezifität und Sensitivität

Die **Spezifität** gibt den Anteil der Personen in Prozent mit negativem Testergebnis unter den Nicht-Infizierten an. Vereinfacht gesagt, die Spezifität gibt an, wie häufig der Test bei Gesunden negativ ist.

Die **Sensitivität** gibt den Anteil der Personen in Prozent mit positivem Testergebnis unter den Infizierten an. Vereinfacht gesagt, die Sensitivität gibt an, wie häufig der Test bei Vorliegen einer bestimmten Krankheit positiv ist.

Alle Schülerinnen und Schüler Ihrer Schule werden mit dem Corona-Schnelltest von Roche getestet:

a) *Recherchiere, wie viele Schülerinnen und Schüler in deiner Schule getestet werden. Recherchiere, welcher der Anteil der Bevölkerung deiner Stadt aktuell infiziert sind.*

b) *Berechnen Sie die bedingte Wahrscheinlichkeit für die beiden Ereignisse:*

- Ich bin nicht infiziert, obwohl mein Testergebnis positiv ist.
- Ich bin infiziert, obwohl mein Testergebnis negativ ist.

Hinweis: Sie können zum Beispiel mit einem Baumdiagramm oder einer Vierfeldertafel arbeiten.

c) *Sie sehen unten einen Auszug aus dem Beipackzettel des Schnelltests. Bewerten Sie die Aussage.*

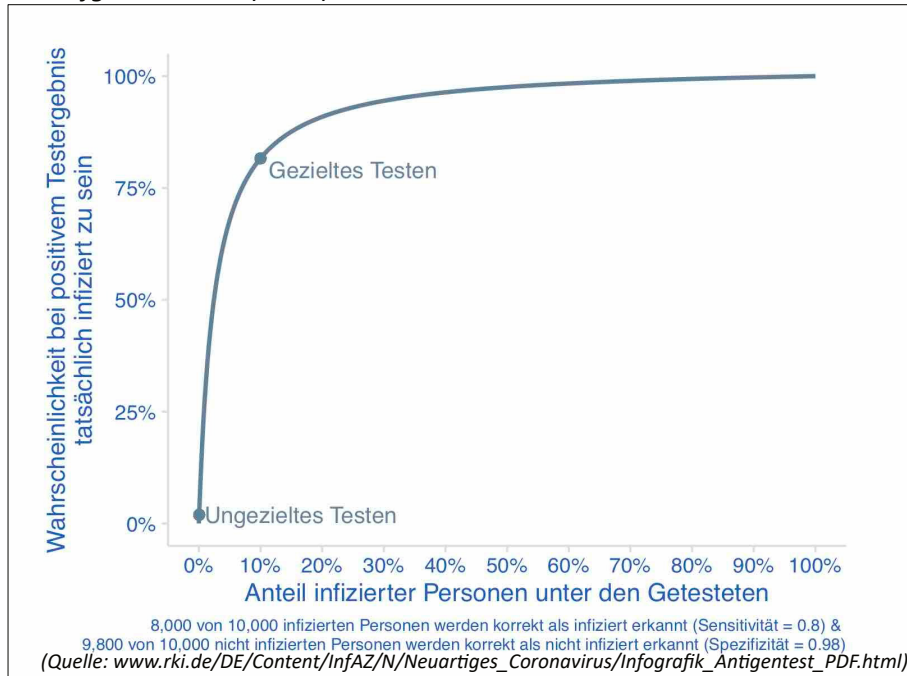
Ein positives Testergebnis bedeutet, dass Sie sehr wahrscheinlich an COVID-19 erkrankt sind. Bitte wenden Sie sich umgehend an Ihren Arzt/ Hausarzt oder das örtliche Gesundheitsamt und halten Sie die örtlichen Richtlinien zur Selbstisolation ein. Gegebenenfalls wird Ihr Arzt einen Bestätigungstest mittels PCR verordnen.

d) *Untersuchen Sie, ob es besser wäre, den Schnelltest aus der Apotheke zu verwenden.*



Echt??? Das hätte ich ja nie gedacht!

- e) In einem Flyer des RKI ist das folgende Diagramm abgebildet. Beschreiben Sie das Diagramm. Erklären Sie den Zusammenhang zu den Aufgabenteilen b) bis e).



- f) Sie waren auf einer Party mit 200 Leuten. Es stellt sich heraus, dass ca. 70 % der Partygäste infiziert sind. Bewerten Sie auf diesem Hintergrund Ihr negatives Testergebnis des schulischen Schnelltests.

Alle Schülerinnen und Schüler mit positivem Testergebnis im ersten Test werden noch einmal mit dem Schnelltest getestet:

- g) Berechnen Sie erneut für den Roche Test den Anteil der falsch positiven an allen positiven Testergebnissen. Bewerten Sie noch einmal die Aussage des Beipackzettels aus dem Aufgabenteil c).
- h) Es gibt in Deutschland ungefähr 8,3 Millionen Schülerinnen und Schüler. Nehmen Sie an, dass alle getestet werden und gehen Sie davon aus, dass der in Aufgabenteil a) recherchierte Anteil der Infektionen für alle gilt. Berechnen Sie, wie viele mit Covid-19 infizierte Schülerinnen und Schüler fälschlicherweise ein negatives Testergebnis erhalten.
- i) Diskutieren Sie im Kurs, warum Schnelltests für alle auf jeden Fall sinnvoll sind. Welche Probleme treten dabei auf? Wie sollte man bei einem positiven Testergebnis reagieren?



Echt??? Das hätte ich ja nie gedacht!

Die verfügbaren Schnelltests:

- Roche (erster Schnelltest an NRW-Schulen):
Sensitivität: 83,3 %, Spezifität 99,1%
- Vidomed (Schnelltest aus der Apotheke):
Sensitivität 95,39%, Spezifität 99,60 %
- Technomed (Schnelltest aus Drogerien):
Sensitivität 96,34%, Spezifität 99,16 %

Spezifität und Sensitivität

Die **Spezifität** gibt den Anteil der Personen in Prozent mit negativem Testergebnis unter den Nicht-Infizierten an. Vereinfacht gesagt, die Spezifität gibt an, wie häufig der Test bei Gesunden negativ ist.

Die **Sensitivität** gibt den Anteil der Personen in Prozent mit positivem Testergebnis unter den Infizierten an. Vereinfacht gesagt, die Sensitivität gibt an, wie häufig der Test bei Vorliegen einer bestimmten Krankheit positiv ist.

Alle Schülerinnen und Schüler Ihrer Schule werden mit dem Corona-Schnelltest von Roche getestet:

- a) *Recherchiere, wie viele Schülerinnen und Schüler in deiner Schule getestet werden. Recherchiere, welcher der Anteil der Bevölkerung deiner Stadt aktuell infiziert sind.*

Beispielrechnung für Gelsenkirchen Stand: 08.04.2021 und das Ricarda-Huch-Gymnasium

Anzahl der getesteten Schüler*innen im Wechselunterricht: 370

Anteil der Bevölkerung, der aktuell infiziert ist: $\frac{730}{265000} = 0,28\%$

- b) *Berechnen Sie die bedingte Wahrscheinlichkeit für die beiden Ereignisse:*

- Ich bin nicht infiziert, obwohl mein Testergebnis positiv ist.
- Ich bin infiziert, obwohl mein Testergebnis negativ ist.

Hinweis: Sie können zum Beispiel mit einem Baumdiagramm oder einer Vierfeldertafel arbeiten.

$$P_{\text{infiziert}} = 0,28\%, P_{\text{nicht_infiziert}} = 100\% - 0,28\% = 99,72\%$$



Echt??? Das hätte ich ja nie gedacht!

	Der Selbsttest ist positiv	Der Selbsttest ist negativ	
nicht infizierte Schüler:innen	0,9% *	98,82%***	99,72%
infizierte Schüler:innen	0,23% **	0,05% ****	0,28%
	1,13% *****	98,87% *****	100%

* 99,72 % nicht infiziert, davon positiver Selbsttest: $0,9972 \cdot 0,009 = 0,9 \%$.

** 0,28% infiziert, davon positiver Selbsttest: $0,0028 \cdot 0,833 = 0,23 \%$.

*** 99,72 % nicht infiziert, davon negativer Selbsttest: $0,9972 \cdot 0,991 = 98,82\%$.

**** 0,28% infiziert, davon negativer Selbsttest: $0,0028 \cdot 0,833 = 0,005 \%$.

***** Die Wahrscheinlichkeit infiziert zu sein bei einem positives Testergebnis:
 $0,23\% : (0,23\% + 0,9\%) = 20,4\%$, Damit beträgt die Wahrscheinlichkeit nicht infiziert zu sein bei einem positivem Testergebnis $100\% - 20,4\% = 79,6\%$.
 Natürlich kann diese Wahrscheinlichkeit auch direkt berechnet werden mit:
 $0,9\% : (0,23\% + 0,9 \%) = 79,6\%$.

***** Die Wahrscheinlichkeit infiziert zu sein bei einem negatives Testergebnis:
 $0,05\% : (0,05\% + 98,82\%) = 0,05\%$

- Ich bin nicht infiziert, obwohl mein Testergebnis positiv ist.
 Die Spezifität beträgt 99,1%. Für den Fall, dass eine nicht infizierte Person den Test durchführt, kommt es in 0,9% (bedingte Wahrscheinlichkeit) aller Fälle zu einem positiven Testergebnis, obwohl keine Infektion vorliegt.
 Die Wahrscheinlichkeit bei einem positivem Testergebnis wirklich auch infiziert zu sein, könnte dann z.B. mit dem Satz von Bayes berechnet werden: 20,4%.
 Diese Wahrscheinlichkeit entspricht dem Anteil der falschen positiven Testergebnisse in Bezug auf alle positiven Testergebnisse.
- Ich bin infiziert, obwohl mein Testergebnis negativ ist.
 Die Sensitivität beträgt 83,3%. Für den Fall, dass eine infizierte Person den Test macht, besteht dann die (bedingte) Wahrscheinlichkeit von $100\% - 83,3\% = 16,7\%$, dass diese fälschlicherweise ein negatives Testergebnis erhält, d.h. die Infektion wird übersehen.
 Die Wahrscheinlichkeit bei einem negativem Testergebnis wirklich auch nicht infiziert zu sein, könnte dann z.B. mit dem Satz von Bayes berechnet werden: 0,05%. Diese Wahrscheinlichkeit entspricht dem Anteil der falschen negativen Testergebnisse in Bezug auf alle negativen Testergebnisse.
 Zusätzlich bietet es sich an, mit den Schüler:innen über die Interpretation zu reden. Man kann sich bei einem negativen Testergebnis ziemlich, aber nicht vollkommen sicher sein.



Echt??? Das hätte ich ja nie gedacht!

- c) Sie sehen unten einen Auszug aus dem Beipackzettel des Schnelltests. Bewerten Sie die Aussage.

Eine genaue Definition von „sehr wahrscheinlich“ aus mathematischer Sicht wird von den S*S nicht im Schulbuch oder Internet gefunden werden, demnach werden sie auf ihre Intuition zurückgreifen. Allgemein ist mit „sehr wahrscheinlich“ auf jeden Fall gemeint, dass die Wahrscheinlichkeit höher als 50% ist. Das „sehr“ impliziert einen erheblich höheren Wert als 50%. Die Rechnung in c) hat ergeben, dass nur in $100\% - 75\% = 25\%$ aller Fälle ein positiv Getesteter auch wirklich an Covid-19 erkrankt ist – also deutlich weniger als 50%. Dies widerspricht der Aussage des Beipackzettels, in dem von einer „sehr wahrscheinlichen“ Erkrankung ausgegangen wird. In diesem Sinne könnte der Eindruck aufkommen, den Autoren des Beipackzettels sei dort ein sachlicher Fehler unterlaufen, was an dieser Stelle zu Verunsicherungen führen kann. Andererseits liefert der Vergleich der Prävalenz mit der richtig positiv Wahrscheinlichkeit eine Steigerung der „subjektiven Gewissheit“ um etwa den Faktor 100. So gesehen ist ein positiver Befund NACH dem Test im Vergleich „sehr wahrscheinlich“. Eventuell wurde der Abschnitt des Beipackzettels bewusst „übertrieben“ formuliert, damit ein positives Testergebnis nicht verharmlost wird und unbedingt weitere Aktionen (Tests, Isolation) eingeleitet werden.

- d) Untersuchen Sie, ob es besser wäre, den Schnelltest aus der Apotheke zu verwenden.

$$P_{\text{infiziert}} = 0,28\%, P_{\text{nicht_infiziert}} = 100\% - 0,28\% = 99,72\%$$

	Der Selbsttest ist positiv	Der Selbsttest ist negativ	
nicht infizierte Schüler:innen	0,4%	99,32%	99,72%
infizierte Schüler:innen	0,267%	0,013%	0,28%
	0,667% *	98,87% **	100%

- * Die Wahrscheinlichkeit nicht infiziert zu sein bei einem positivem Testergebnis beträgt: $0,4\% : (0,267\% + 0,4\%) = 59,97\%$
Die Wahrscheinlichkeit infiziert zu sein bei einem positives Testergebnis: $0,267\% : (0,267\% + 0,4\%) = 40\%$

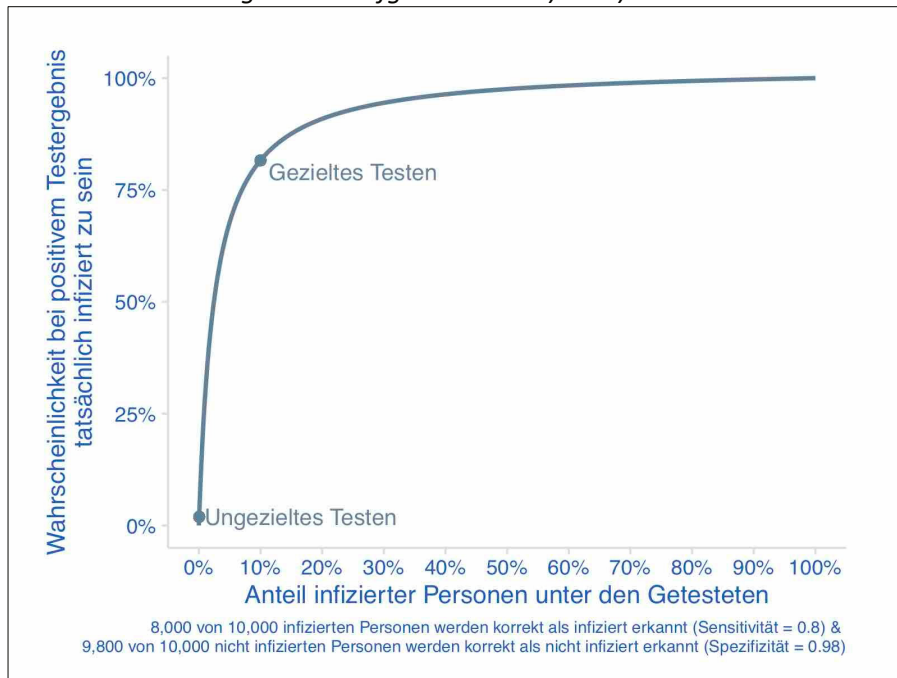
- ** Die Wahrscheinlichkeit infiziert zu sein bei einem negatives Testergebnis: $0,013\% : (0,013\% + 99,32\%) = 0,013\%$

Diese Wahrscheinlichkeit nicht infiziert zu sein bei einem positiven Testergebnis beträgt rund 60%. Im Vergleich zu dem Roche-Test, bei dem diese Wahrscheinlichkeit ca. 80% anzugeben ist, ist der Apothekentest auf jeden Fall „sicherer“ in dieser Aussage. Allerdings ist nicht zu vernachlässigen, dass auch der Apothekentest mit der Sensitivität von 95,39% bei weitem nicht ausreicht, um eine hinreichend sichere Aussage zu treffen.



Echt??? Das hätte ich ja nie gedacht!

- e) In einem Flyer des RKI ist das folgende Diagramm abgebildet. Beschreiben Sie das Diagramm. Erklären Sie den Zusammenhang zu den Aufgabenteilen b) bis e).



Auf der x-Achse ist der Anteil der infizierten Personen unter den Getesteten (0-100%), auf der y-Achse die Wahrscheinlichkeit (0-100%) bei einem positiven Testergebnis auch wirklich infiziert zu sein. Der Graf befindet sich im ersten Quadranten, steigt monoton an und nähert sich asymptotisch einem Grenzwert um 100% in y-Richtung. Zwei Punkte am Grafen sind hervorgehoben. Nahe (0%/0%) wird mit „ungezieltes Testen“ bezeichnet, (10%/80%) mit „gezieltes Testen“. Weil im Intervall 0% bis 10% auf der x-Achse die Funktionswerte kleiner als 80% sind, scheint die Wahrscheinlichkeit für eine wirkliche Infektion bei positivem Testergebnis zu gering zu sein für „gezieltes“ Testen. Dies spiegelt sich in den Ergebnissen aus Aufgabe c) wider. Wir hatten dort einen sehr geringen Anteil von infizierten Personen, das sind ungefähr 0,27% und dementsprechend nur eine geringe Wahrscheinlichkeit wirklich infiziert zu sein bei positivem Testergebnis. Erst ein zweiter Test, in dem der Anteil der infizierten Personen unter den Getesteten erheblich höher ist (25%), zeigt dann auch eine bessere Wahrscheinlichkeit an wirklich infiziert zu sein bei positivem Testergebnis. Der Funktionswert für $x=25\%$ im Grafen abgelesen läge zwischen 80-90%. Wir kommen auf 100% aufgrund von Rundungsungenauigkeiten bei der geringen Anzahl der Getesteten. Unser zweite Test liegt im Bereich des „gezielten Testens“, der erste Test diente demnach dazu den Anteil der potentiell nicht positiven Personen zu reduzieren und den Anteil der infizierten Personen unter den Getesteten erheblich zu erhöhen.



Echt??? Das hätte ich ja nie gedacht!

- f) Sie waren auf einer Party mit 200 Leuten. Es stellt sich heraus, dass ca. 70 % der Partygäste infiziert sind. Bewerten Sie auf diesem Hintergrund Ihr negatives Testergebnis des schulischen Schnelltests.

Es könnte sein, dass hier noch einige Schüler:innen aus dem Bauch heraus formulieren, dass eine so geringe Wahrscheinlichkeit infiziert zu sein bei einem negativem Testergebnis eine bestimmte Sicherheit bedeute.

Allerdings beziehen sie sich auf den Anteil der infizierten Bevölkerung von oben. Hier allerdings ist der Anteil der infizierten Partygängern von allen Partygängern mit 70% sehr hoch.

Die SuS sollten unbedingt die Wahrscheinlichkeit infiziert zu sein bei negativem Testergebnis berechnen und könnten ins Staunen geraten...

	Der Selbsttest ist positiv	Der Selbsttest ist negativ	
nicht infizierte Schüler:innen	0,27%	29,73%	30%
infizierte Schüler:innen	58,31%	11,69%	70%
	58,58% *	41,42% **	100%

- * Die Wahrscheinlichkeit nicht infiziert zu sein bei einem positivem Testergebnis beträgt: $0,27\% : (58,31\% + 0,27\%) = 0,46\%$
Die Wahrscheinlichkeit infiziert zu sein bei einem positives Testergebnis: $58,31\% : (58,31\% + 0,27\%) = 99,54\%$

- ** Die Wahrscheinlichkeit infiziert zu sein bei einem negativen Testergebnis: $11,69\% : 41,42\% = 28,22\%$

Zusätzlich sollte unbedingt diskutiert werden: Ein negativer Test bedeutet nicht, dass man vor Covid-19 geschützt ist. Es bedeutet nur, dass man zum Zeitpunkt des Tests (ziemlich) sicher keine Covid-19 Erkrankung hat. Das kann am nächsten Tag schon anders sein.



Echt??? Das hätte ich ja nie gedacht!

Alle Schülerinnen und Schüler mit positivem Testergebnis werden noch einmal mit dem Corona-Schnelltest getestet:

- g) Berechnen Sie erneut für den Roche Test den Anteil der falsch positiven an allen positiven Testergebnissen. Bewerten Sie noch einmal die Aussage des Beipackzettels aus dem Aufgabenteil c).

	Der Selbsttest ist positiv	Der Selbsttest ist negativ	
nicht infizierte Schüler:innen	0,72%	78,93%	76,65% (0,9% : 1,13%)
infizierte Schüler:innen	16,95%	3,4%	20,35% (0,23% : 1,13%)
	17,67%	82,33%	100%

Die Wahrscheinlichkeit infiziert zu sein bei einem positives Testergebnis:
 $16,95\% : 17,67\% = 95,93\%$

Die Wahrscheinlichkeit infiziert zu sein bei einem negatives Testergebnis:
 4,13%

Hier wird deutlich, dass bei einem zweiter Test mit über 90%iger Wahrscheinlichkeit ein positives Testergebnis auch auf eine Infektion verweist. Zudem liegt die Wahrscheinlichkeit bei einem negativem Testergebnis infiziert zu sein unter 5%. Aufgrund der deutlich aussagekräftigeren Resultate ist es sinnvoll diesen zweiten Test mit der veränderten Testgruppe der im ersten Test positiv getesteten zeitnah nach dem ersten Test anzusetzen. Die Formulierung des Beipackzettels trifft jetzt voll zu, ganz anders als beim ersten Test. Hinweis: Die Aussagen beruhen hier allerdings auf einer rein statistischen Betrachtung. Medizinisch-mechanistische Erklärungen relativieren evtl. den Nutzen einer zweiten Testung mit dem selben Testverfahren.

- h) Es gibt in Deutschland ungefähr 8,3 Millionen Schülerinnen und Schüler. Nehmen Sie an, dass alle getestet werden und gehen Sie davon aus, dass der in Aufgabenteil a) recherchierte Anteil der Infektionen für alle gilt. Berechnen Sie wie viele mit Covid-19 infizierte Schülerinnen und Schüler fälschlicherweise ein negatives Testergebnis erhalten.

$$8\,300\,000 \cdot \frac{730}{265000} \cdot 0,009 \approx 209$$

209 Schüler*innen wiegen sich in Sicherheit, obwohl sie mit Covid-19 infiziert sind. Das sind zwar nur 0,0025% aller getesteten Schüler*innen, jedoch geht von ihnen ein hohes Ansteckungsrisiko aus, gerade auch, weil das Ansteckungsrisiko der Mutationen von Covid-19 erheblich höher sein soll. Dementsprechend wäre es wichtig alle empfohlenen Hygienemaßnahmen auch nach einem Schnelltest unbedingt weiter einzuhalten, auch und gerade in der Schule, in der so viele Menschen auf engem Raum zusammenkommen.



Echt??? Das hätte ich ja nie gedacht!

- i) Diskutieren Sie im Kurs, warum Schnelltests für alle auf jeden Fall sinnvoll sind. Welche Probleme treten dabei auf? Wie sollte man bei einem positiven Testergebnis reagieren?

Momentan ist vorgesehen, dass diese weitere Aufklärung grundsätzlich mittels PCR-Test erfolgt. Die Rechnungen zeigen, dass durch einen zweiten Schnelltest direkt im Anschluss an den ersten positiven Test Fehldiagnosen zeitnah und vor Ort erkannt werden können. Diese Möglichkeit sollte deswegen unbedingt angesprochen werden.