



Echt??? Das hätte ich ja nie gedacht!

Alle Schülerinnen und Schüler deiner Schule werden mit einem Corona-Selbsttest getestet. Testergebnisse können fehlerhaft sein, obwohl der Test richtig durchgeführt wurde. Im Beipackzettel des Tests steht, dass

- 83,3% Sensitivität: Wahrscheinlichkeit, dass der Test bei einer infizierten Person positiv ist.
- 99,1 % Spezifität: Wahrscheinlichkeit, dass die negativen Testergebnisse richtig sind.

In der Stadt, in der die Schule liegt, sind 0,3% der Bevölkerung an Covid-19 erkrankt:

- a) *Recherchiere, wie viele Schülerinnen und Schüler in deiner Schule getestet werden. Recherchiere, welcher der Anteil der Bevölkerung deiner Stadt aktuell infiziert sind.*
- b) *Ergänze die Vierfeldertafel:*

| | Der Selbsttest ist positiv | Der Selbsttest ist negativ | |
|--------------------------------|----------------------------|----------------------------|--|
| nicht infizierte Schüler:innen | | | |
| infizierte Schüler:innen | | | |
| | | | |

- c) *Berechne den Anteil der falsch positiven Testergebnisse an allen positiven Testergebnissen. Unten siehst du einen Auszug aus dem Beipackzettel des Schnelltests. Bewerte die Aussage.*

Ein positives Testergebnis bedeutet, dass Sie sehr wahrscheinlich an COVID-19 erkrankt sind. Bitte wenden Sie sich umgehend an Ihren Arzt/ Hausarzt oder das örtliche Gesundheitsamt und halten Sie die örtlichen Richtlinien zur Selbstisolation ein. Gegebenenfalls wird Ihr Arzt einen Bestätigungstest mittels PCR verordnen.

Alle Schülerinnen und Schüler mit einem positiven Testergebnis werden ein zweites Mal mit dem Schnelltest getestet.

- d) *Ergänze erneut die Vierfeldertafel für diesen zweiten Test.*

| | Der Selbsttest ist positiv | Der Selbsttest ist negativ | |
|--------------------------------|----------------------------|----------------------------|--|
| nicht infizierte Schüler:innen | | | |
| infizierte Schüler:innen | | | |
| | | | |



Echt??? Das hätte ich ja nie gedacht!

- e) Berechne wieder den Anteil der falsch positiven an allen positiven Testergebnissen. Bewerte die Aussage des Beipackzettels aus dem Aufgabenteil c) mit den neuen Erkenntnissen.

Es gibt in Deutschland ungefähr 8,3 Millionen Schülerinnen und Schüler. Nimm an, dass alle getestet werden und dabei in 0,9 % der Fälle ein falsches negatives Testergebnis ermittelt wird. Gehe davon aus, dass der in Aufgabenteil a) recherchierte Anteil der Infektionen für alle gilt.

- f) Berechne wie viele mit Covid-19 infizierte Schülerinnen und Schüler fälschlicherweise ein negatives Testergebnis erhalten.
- g) Gib an, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind. Begründe deine Bewertung (mündlich).

| | Aussage | Richtig | Falsch |
|-----|--|---------|--------|
| I | Ich habe ein positives Ergebnis eines Schnelltests. Ich bin sehr wahrscheinlich mit Covid-19 infiziert. | | |
| II | Das Ergebnis meines Schnelltests ist negativ. Ich habe sicher kein Covid-19. | | |
| III | Das erste Ergebnis beim Schnelltest war positiv, das zweite negativ. Ich habe wohl doch kein Covid-19. | | |
| IV | Ich war auf einer Party mit 200 Leuten. Ca. 70 % sind jetzt infiziert. Bei allen wird ein Schnelltest durchgeführt. Mein Ergebnis ist negativ. Ich habe Glück gehabt, denn ich bin sicher nicht infiziert. | | |

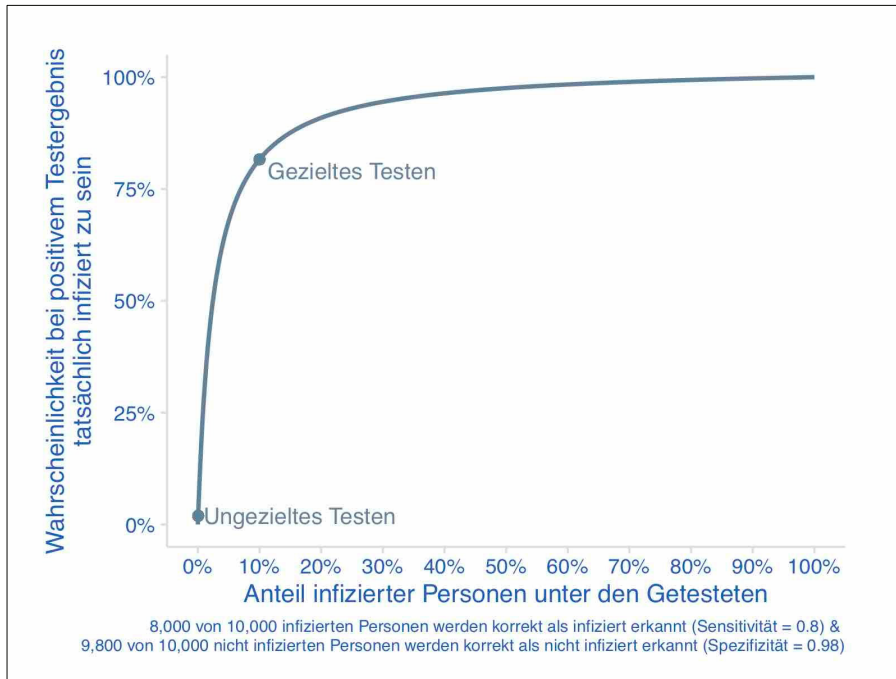
- h) Diskutiert in der Klasse, warum Selbsttests für alle auf jeden Fall sinnvoll sind. Welche Probleme treten dabei auf? Wie sollte man bei einem positiven Testergebnis reagieren?



Echt??? Das hätte ich ja nie gedacht!

Ergänzungen:

In einem Flyer des RKI ist folgendes Diagramm abgebildet. Beschreibe das Diagramm. Erkläre den Zusammenhang zu den Aufgabenteilen c) und e).



(Quelle: www.rki.de/DE/Content/InfAZ/N/Neuartiges_Coronavirus/Infografik_Antigentest_PDF.html)



Echt??? Das hätte ich ja nie gedacht!

Alle Schülerinnen und Schüler deiner Schule werden mit einem Corona-Selbsttest getestet. Testergebnisse können fehlerhaft sein, obwohl der Test richtig durchgeführt wurde. Im Beipackzettel des Tests steht, dass

- 83,3% Sensitivität: Wahrscheinlichkeit, dass der Test bei einer infizierten Person positiv ist.
- 99,1 % Spezifität: Wahrscheinlichkeit, dass die negativen Testergebnisse richtig sind.

In der Stadt, in der die Schule liegt, sind 0,3% der Bevölkerung an Covid-19 erkrankt:

- a) *Recherchiere, wie viele Schülerinnen und Schüler in deiner Schule getestet werden. Recherchiere, welcher der Anteil der Bevölkerung deiner Stadt aktuell infiziert sind.*

Beispielrechnung für Gelsenkirchen Stand: 08.04.2021 und das Ricarda-Huch-Gymnasium. Anzahl der getesteten Schüler*innen im Wechselunterricht: 370

Anteil der Bevölkerung, der aktuell infiziert ist: $\frac{730}{265000} = 0,28\%$

Im Folgenden kann dann entweder mit den absoluten Zahlen oder den Prozentangaben weitergearbeitet werden. Auf jeden Fall sollten bei den absoluten Zahlen die Rundungsproblematik angesprochen werden.

- b) *Ergänze die Vierfeldertafel:*

In der Vierfeldertafel sind sowohl die Prozentangaben als auch die absoluten Zahlen (in Klammern) zusammengestellt. Die dazugehörigen Rechnungen befinden sich unter der Vierfeldertafel. Die Zahlen in Klammern sind die absoluten Zahlen für das Ricarda-Huch-Gymnasium.

| | Der Selbsttest ist positiv | Der Selbsttest ist negativ | |
|--------------------------------|----------------------------|----------------------------|--------------|
| nicht infizierte Schüler:innen | 0,9% (3) * | 98,82% (366) *** | 99,72% (369) |
| infizierte Schüler:innen | 0,23% (1) **** | 0,05% (0) ** | 0,28% (1) |
| | 1,13% ***** | 98,87% ***** | 100% |

* 99,72% nicht infiziert, davon positiver Selbsttest: $0,9972 \cdot 0,009 \cdot 370 = 0,9\% \cdot 370 = 3,33$ für das RHG ca.3 SuS

** 0,28% infiziert, davon positiver Selbsttest: $0,0028 \cdot 0,167 \cdot 370 = 0,05\% \cdot 370 = 0,185$ für das RHG ca. 0 SuS

*** 99,72 % nicht infiziert, davon negativer Selbsttest: $0,9972 \cdot 0,991 \cdot 370 = 98,82\% \cdot 370 = 366$ für das RHG ca. 366 SuS

**** 0,28% infiziert, davon negativer Selbsttest: $0,0028 \cdot 0,833 \cdot 370 = 0,005\% \cdot 370 = 1,036$ für das RHG ca.1 SuS

***** Ergänzende Infos: Die Wahrscheinlichkeit infiziert zu sein bei einem positives Testergebnis: $0,23\% : (0,23\% + 0,9\%) = 20,4\%$,
Damit beträgt die Wahrscheinlichkeit nicht infiziert zu sein bei einem positivem Testergebnis: $100\% - 20,4\% = 79,6\%$
Natürlich kann diese Wahrscheinlichkeit auch direkt berechnet werden mit $0,9\% : (0,23\% + 0,9\%) = 79,6\%$.

***** Ergänzende Infos: Die Wahrscheinlichkeit infiziert zu sein bei einem negatives Testergebnis: $0,05\% : (0,05\% + 98,82\%) = 0,05\%$

Corona-Schnelltest - Aufgabenblatt 3b

Echt??? Das hätte ich ja nie gedacht!

Lösungen



- c) Berechne den Anteil der falsch positiven Testergebnisse an allen positiven Testergebnissen.

$0,9\% : 1,13\% = 79,6\%$. Das heißt, dass in ca. 80% aller Fälle ein positives erstes Testergebnis fälschlicherweise eine Infektion angibt.

Unten siehst du einen Auszug aus dem Beipackzettel des Schnelltests. Bewerte die Aussage.

Eine genaue Definition von „sehr wahrscheinlich“ aus mathematischer Sicht wird von den S*S nicht im Schulbuch oder Internet gefunden werden, demnach werden sie auf ihre Intuition zurückgreifen. Allgemein ist mit „sehr wahrscheinlich“ auf jeden Fall gemeint, dass die Wahrscheinlichkeit höher als 50% ist. Das „sehr“ impliziert einen erheblich höheren Wert als 50%. Die Rechnung in c) hat ergeben, dass nur in $100\% - 75\% = 25\%$ aller Fälle ein positiv Getesteter auch wirklich an Covid-19 erkrankt ist – also deutlich weniger als 50%. Dies widerspricht der Aussage des Beipackzettels, in dem von einer „sehr wahrscheinlichen“ Erkrankung ausgegangen wird.

In diesem Sinne könnte der Eindruck aufkommen, den Autoren des Beipackzettels sei dort ein sachlicher Fehler unterlaufen, was an dieser Stelle zu Verunsicherungen führen kann. Andererseits liefert der Vergleich der Prävalenz mit der richtig positiv Wahrscheinlichkeit eine Steigerung der „subjektiven Gewissheit“ um etwa den Faktor 100. So gesehen ist ein positiver Befund NACH dem Test im Vergleich „sehr wahrscheinlich“. Eventuell wurde der Abschnitt des Beipackzettels bewusst „übertrieben“ formuliert, damit ein positives Testergebnis nicht verharmlost wird und unbedingt weitere Aktionen (Tests, Isolation) eingeleitet werden.

Alle Schülerinnen und Schüler mit einem positiven Testergebnis werden ein zweites Mal mit dem Schnelltest getestet.

- d) Ergänze erneut die Vierfeldertafel für diesen zweiten Test.

Bei den Zahlen in der linken Spalte der Tabelle handelt es sich um die gerundeten Zahlen aus Aufgabenteil b). Falls mit den genaueren Prozentangaben 79,6% und 20,4% weitergerechnet wird, kommen ähnliche Ergebnisse heraus, jedoch wird nicht beachtet, dass am zweiten Test ja wirklich nur 4 Schüler:innen teilnehmen, die nach der Rundung im ersten Test ein positives Ergebnis erhalten haben. Auf jeden Fall könnte diese Frage auch gut mit den Schüler:innen diskutiert werden, ob mit gerundeten oder genaueren Zahl weiterzuarbeiten ist.

| | Der Selbsttest ist positiv | Der Selbsttest ist negativ | |
|--------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------|
| nicht infizierte Schüler:innen | 4,175% (0)* | 74,325% (3) *** | 75% (3) |
| infizierte Schüler:innen | 20,825% (1)** | 0,75% (0) **** | 25% (1) |
| | 24,925% (1) | 75,075% (3) | 100% (4) |

Corona-Schnelltest - Aufgabenblatt 3b

Echt??? Das hätte ich ja nie gedacht!

Lösungen



* 75 % nicht infiziert, davon positiver Selbsttest: $0,75 \cdot 0,009 \cdot 4 = 0,027$
für das RHG ca. 0 SuS

** 25% infiziert, davon positiver Selbsttest: $0,25 \cdot 0,833 \cdot 4 = 0,833$ für das RHG
ca.1 SuS

*** 75 % nicht infiziert, davon negativer Selbsttest: $0,75 \cdot 0,991 \cdot 4 = 2,973$ für das RHG

**** 25% infiziert, davon negativer Selbsttest: $0,25 \cdot 0,167 \cdot 4 = 0,167$
für das RHG ca.0 SuS

- e) *Berechne wieder den Anteil der falsch positiven an allen positiven Testergebnissen. Bewerte die Aussage des Beipackzettels aus dem Aufgabenteil c) mit den neuen Erkenntnissen.*

Hier beträgt der Anteil der falsch positiven Testergebnisse 0%. Im zweiten Test ist die Falsch-Positivrate mit 0% optimal. Bei einer größeren Anzahl von Getesteten würden auch hier wieder größere Werte als 0% auftauchen, allerdings wären die Ergebnisse immer noch erheblich besser als die des ersten Tests. Nach der Durchführung des zweiten Tests kann die Aussage des Beipackzettels uneingeschränkt gelten.

Hinweis: Die Aussagen beruhen hier allerdings auf einer rein statistischen Betrachtung. Medizinisch-mechanistische Erklärungen relativieren evtl. den Nutzen einer zweiten Testung mit dem selben Testverfahren.

Es gibt in Deutschland ungefähr 8,3 Millionen Schülerinnen und Schüler. Nimm an, dass alle getestet werden und dabei in 0,9 % der Fälle ein falsches negatives Testergebnis ermittelt wird. Gehe davon aus, dass der in Aufgabenteil a) recherchierte Anteil der Infektionen für alle gilt.

- f) *Berechne wie viele mit Covid-19 infizierte Schülerinnen und Schüler fälschlicherweise ein negatives Testergebnis erhalten.*

$$8430000 \cdot \frac{730}{265000} \cdot 0,009 \approx 209$$

209 Schüler*innen wiegen sich in Sicherheit, obwohl sie mit Covid-19 infiziert sind. Das sind zwar nur 0,0025% aller getesteten Schüler*innen, jedoch geht von ihnen ein hohes Ansteckungsrisiko aus, gerade auch, weil das Ansteckungsrisiko der Mutationen von Covid-19 erheblich höher sein soll. Dementsprechend wäre es wichtig alle empfohlenen Hygienemaßnahmen auch nach einem Schnelltest unbedingt weiter einzuhalten, auch und gerade in der Schule, in der so viele Menschen auf engem Raum zusammenkommen.



Echt??? Das hätte ich ja nie gedacht!

g) Gib an, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind. Begründe deine Bewertung (mündlich).

| | Aussage | Richtig | Falsch |
|-----|--|---------|--------|
| I | Ich habe ein positives Ergebnis eines Schnelltests. Ich bin sehr wahrscheinlich mit Covid-19 infiziert | | X |
| II | Das Ergebnis meines Schnelltests ist negativ. Ich habe sicher kein Covid-19. | | X |
| III | Das erste Ergebnis beim Schnelltest war positiv, das zweite negativ. Ich habe wohl doch kein Covid-19. | X | |
| IV | Ich war auf einer Party mit 200 Leuten. Ca. 70 % sind jetzt infiziert. Bei allen wird ein Schnelltest durchgeführt. Mein Ergebnis ist negativ. Ich habe Glück gehabt, denn ich bin sicher nicht infiziert. | | X |

Als Begründungen zu I bis III dienen die Ergebnisse der vorhergehenden Aufgaben: In d) wurde geklärt, dass der Anteil der falsch positiven Testergebnisse sehr groß ist und in e) wurde gezeigt, dass der zweite Test viele/fast alle falsch positiven Testergebnisse aussortiert.

IV sollte unbedingt diskutiert werden: Ein negativer Test bedeutet nicht, dass man vor Covid-19 geschützt ist. Es bedeutet nur, dass man zum Zeitpunkt des Tests (ziemlich) sicher keine Covid-19 Erkrankung hat. Das kann am nächsten Tag schon anders sein.

Diskutiert in der Klasse, warum Selbsttests für alle auf jeden Fall sinnvoll sind. Welche Probleme treten dabei auf? Wie sollte man bei einem positiven Testergebnis reagieren?

Momentan ist vorgesehen, dass diese weitere Aufklärung grundsätzlich mittels PCR-Test erfolgt. Die Rechnungen zeigen, dass durch einen zweiten Schnelltest direkt im Anschluss an den ersten positiven Test Fehldiagnosen zeitnah und vor Ort erkannt werden können. Diese Möglichkeit sollte deswegen unbedingt angesprochen werden.

Corona-Schnelltest - Aufgabenblatt 3b

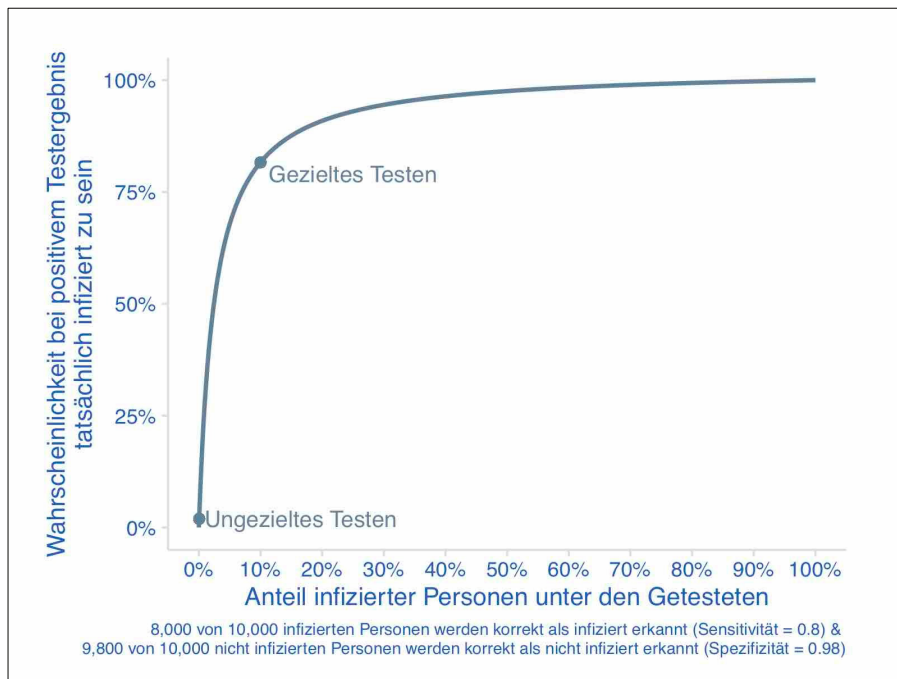
Echt??? Das hätte ich ja nie gedacht!

Lösungen



Ergänzungen:

In einem Flyer des RKI ist folgendes Diagramm abgebildet. Beschreibe das Diagramm. Erkläre den Zusammenhang zu den Aufgabenteilen c) und e).



(Quelle: www.rki.de/DE/Content/InfAZ/N/Neuartiges_Coronavirus/Infografik_Antigentest_PDF.html)

Auf der x-Achse ist der Anteil der infizierten Personen unter den Getesteten (0-100%), auf der y-Achse die Wahrscheinlichkeit (0-100%) bei einem positiven Testergebnis auch wirklich infiziert zu sein. Der Graf befindet sich im ersten Quadranten, steigt monoton an und nähert sich asymptotisch einem Grenzwert um 100% in y-Richtung. Zwei Punkte am Grafen sind hervorgehoben. Nahe (0%/0%) wird mit „ungezieltes Testen“ bezeichnet, (10%/80%) mit „gezieltes Testen“. Weil im Intervall 0% bis 10% auf der x-Achse die Funktionswerte kleiner als 80% sind, scheint die Wahrscheinlichkeit für eine wirkliche Infektion bei positivem Testergebnis zu gering zu sein für „gezieltes“ Testen. Dies spiegelt sich in den Ergebnissen aus Aufgabe c) wider. Wir hatten dort einen sehr geringen Anteil von infizierten Personen $\frac{730}{265000}$, das sind ungefähr 0,28% und dementsprechend nur eine geringe Wahrscheinlichkeit wirklich infiziert zu sein bei positivem Testergebnis. Erst ein zweiter Test, in dem der Anteil der infizierten Personen unter den Getesteten erheblich höher ist (25%), zeigt dann auch eine bessere Wahrscheinlichkeit an, wirklich infiziert zu sein bei positivem Testergebnis. Der Funktionswert für $x=25\%$ im Grafen abgelesen läge zwischen 80-90%. Wir kommen auf 100% aufgrund von Rundungsungenauigkeiten bei der geringen Anzahl der Getesteten. Unser zweiter Test liegt im Bereich des „gezielten Testens“, der erste Test diente demnach dazu den Anteil der potentiell nicht positiven Personen zu reduzieren und den Anteil der infizierten Personen unter den Getesteten erheblich zu erhöhen.