Mathe 9 Wahrscheinlichkeit Corona Antikörpertest

Corona-Antikörpertest

Corona-Viren sind die biologischen Auslöser für die Erkrankung Corvid-19. Diese Krankheit verläuft bei manchen Patienten symptomfrei andere erkranken mit mittelschweren oder schweren Symptomen oder sterben sogar an der Krankheit.

Zurzeit gibt es nur die Möglichkeit Abstand zu halten, gut auf Handhygiene zu achten, regelmäßig gut zu lüften und einen Mund-Nase-Schutz zu tragen, um eine Ausbreitung der Krankheit zu vermeiden. Ein Medikament oder gar ein Impfstoff wurden noch nicht entwickelt.

Nach einer Infektion mit dem Corona-Virus bildet der Mensch Antikörper gegen das Virus. Er kann dann – nach aktuellem Stand der Wissenschaft – weder selbst an diesem Virus erkranken noch andere damit infizieren. Diese Menschen könnten also wieder ohne Einschränkungen am gesellschaftlichen Leben teilnehmen, ohne sich oder anderen zu schaden.

Da aber nicht alle, die das Virus schon hatten, dies wissen, wäre es sehr nützlich, es testen zu können. Solche Tests gibt es schon. In Laboren kann man Antikörper gegen das Virus aufwändig nachweisen. Es gibt aber auch Schnelltests für zu Hause, die ähnlich funktionieren wie ein Schwangerschaftstest.

Derartige Tests reagieren allerdings auch manchmal auf Antikörper, die gegen ein *anderes* Virus gebildet wurden. Dann ist die Aussage des Tests *falsch testpositiv*.

Zuweilen entdecken solche Tests auch *nicht* die Antikörper, obwohl sie vorhanden sind. Das Testresul­tat ist in diesem Fall *falsch testnegativ*.

Unter der *Spezifität* eines Tests versteht man die Wahrscheinlichkeit, dass eine   
Person, die noch nicht mit dem Corona-Virus infiziert war, auch als testnegativ erkannt wird.

Mit *Sensitivität* eines Tests ist die Wahrscheinlichkeit gemeint, mit der eine   
Person, die Antikörper gegen das Corona-Virus hat, auch als testpositiv erkannt wird.

Die Bezeichnung *positiv* ist in diesem Zusammenhang kein Werturteil im Sinne von *gut*. Vielmehr bedeutet *testpositiv*, dass der Test das Vorhandensein von Antikörpern anzeigt. (Was in diesem Fall tatsächlich gut ist, das ist z.B. bei HIV-Tests anders.)

Aktuelle Corona-Antikörpertests sind schon ziemlich sicher. Beim Test *ELISA* (*Enzyme Linked Immunosorbent Assay*) beispielsweise kann man von einer Spezifität von etwa 99 % (die Firma Roche spricht von 99,8%) und von einer Sensitivität von 100% ausgehen.[[1]](#footnote-1)

Die Infektionsrate in einem betrachteten Gebiet bezeichnet man als *Prävalenz*.   
In Deutschland schätzt man zurzeit, dass etwa 2 Mio. von 83 Mio. Menschen schon mit dem Corona-Virus infiziert waren oder aktuell infiziert sind. Damit läge die Prävalenz (im Mittel über alle Altersklassen und Gebiete) bei 2,4 %.

Die Prävalenz bezieht sich auf alle Personen einer Bevölkerung. Sie ist relevant, wenn man Reihenuntersuchungen in der Normalbevölkerung macht. Wenn man mit konkretem Verdacht testet, weil z.B. Symptome vorlagen, aber kein Test im akuten Stadium gemacht wurde, oder wenn bekannter Maßen schon sehr viele Menschen in einer Gegend infiziert waren, verschieben sich die Werte.

a) Erläutere, welchen Effekt es haben würde, wenn ein Mensch bei einem Test *falsch testpositiv* getestet wird und diesem Testergebnis vertraut.

b) Wie groß ist nach deinem ersten Gefühl, die Wahrscheinlichkeit, dass man doch nicht immun ist, wenn man ein positives Testergebnis bekommt?

c) Entscheide, ob es schlimm wäre, wenn man einem *falsch testnegativen* Testergebnis glaubt.

d) Ergänze das Baumdiagramm mit den Daten aus dem Text, gehe zunächst von einer Spezifität von 99% aus. Überlege dazu vorher genau, was welcher Pfad bedeutet.

Hilfe: Es gibt die Ast-Wahrscheinlichkeit, dass

... jemand, der Antikörper hat, negativ getestet wird

... keine Antikörper vorhanden sind

... jemand, der keine Antikörper hat, positiv getestet wird

... jemand, der keine Antikörper hat, negativ getestet wird

... Antikörper vorhanden sind

... jemand, der Antikörper hat, positiv getestet wird

Baumdiagramm

Antikörper vorhanden

keine Antikörper

e) Berechne mit Hilfe der Pfadregel die Wahrscheinlichkeiten am Ende jedes Pfades.   
Gib dabei jeweils an, was diese Wahrscheinlichkeit aussagt. Also z.B. für den ersten Pfad: „Wahrscheinlichkeit, dass jemand aus der Bevölkerung Antikörper hat und positiv getestet wird.“

Ordne auch die Begriffe *falsch testpositiv* und *falsch testnegativ* zu.

Eine alternative Darstellungsform zu Baumdiagrammen ist in diesem Fall eine Vierfeldertafel. Übertrage die Werte aus dem Baumdiagramm in die Vierfeldertafel und entscheide, welche Darstellungsform du übersichtlicher findest.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | testpositiv | testnegativ |  |
| Antikörper-positiv |  |  |  |
| Antikörper-negativ |  |  |  |
|  |  |  | 100% 83.000.000 |

Die eigentlich Interessante Frage ist hiermit aber noch nicht beantwortet.

Mich interessiert ja, ob ich immun bin. Wenn ich nun einen positives Testergebnis erhalte, frage ich mich, mit welcher Wahrscheinlichkeit ich dann tatsächlich Antikörper habe.

Wir betrachten also zunächst alle positiven Testergebnisse.

f) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Testergebnis positiv ausfällt? (Pfadadditionsregel)

g) Welcher Anteil der positiven Testergebnisse ist unter den gegebenen Annahmen *falsch testpositiv*?

Dieser Anteil der *falsch testpositiven* Personen hängt sehr stark von der Prävalenz und der Sensitivität ab.

h) Berechne auf die gleiche Weise, wie die Zahlen sich ändern, wenn die Sensitivität folgende Werte hat

1. Sensitivität 99,8% (wie vom Hersteller angegeben), Prävalenz weiterhin 2,4%
2. Sensitivität 97% (wie es z.B. sein könnte, wenn gerade viele andere Erkältungsviren unterwegs sind.), Prävalenz 2,4%.
3. Sensitivität von 99,8%, aber eine Prävalenz von nur 0,2% (wie sie in sehr wenig betroffenen Gegenden durchaus anzunehmen ist).

Insgesamt kann man sagen, dass ELIZA-Tests eine sehr gute Möglichkeit sind, diejenigen herauszufiltern, bei denen es sich lohnt, einen aufwändigen Labortest zu machen, um festzustellen, ob eine Immunität gegen das Corona-Virus vorliegt. Allein auf einen ELIZA-Test zu vertrauen, wäre bei der aktuellen Situation nicht angebracht.

Lösungen

a) Diese Person würde nicht mehr Abstand halten und damit möglicherweise leicht sich und andere infizieren.

b) Ca. 1% auf den ersten Blick

c) Nein – man wäre nur unnötigerweise weiter vorsichtig.

d) - ... Antikörper vorhanden sind

- ... jemand, der Antikörper hat positiv getestet wird

- ... jemand, der Antikörper hat negativ getestet wird

- ... keine Antikörper vorhanden sind

- ... jemand, der keine Antikörper hat, positiv getestet wird

- ... jemand, der keine Antikörper hat, negativ getestet wird

e) Wahrscheinlichkeit, dass jemand Antikörper hat und positiv getestet wird. 2,4%

Wahrscheinlichkeit, dass jemand Antikörper hat und negativ getestet wird 0 %

Wahrscheinlichkeit, dass jemand keine Antikörper hat und positiv getestet wird 96,624%

Wahrscheinlichkeit, dass jemand keine Antikörper hat und negativ getestet wird 0,976%

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | testpositiv | testnegativ |  |
| Antikörper-positiv | 100% von 2,4% 2 Mio | 0% von 2,4%  0 | 2 Mio  2,4% von 83 Mio |
| Antikörper-negativ | 1% von 97,6%  0,976%  810.000 | 99% von 81 Mio 80.190.000 | 81 Mio  97,6% von 83 Mio |
|  | 2.810.000 | 80.190.000 | 83 Mio |

Die Werte für die Prävalenz in dieser Tabelle sind grob geschätzt und daher die tatsächlichen Zahlen auch grob gerundet.

f) 2,4% + 0,976% = 3,376%

g) 810.000 von 2.810.00 sind 28,8% (oder 0,976 von 3,376 = 0,289, Rundungseffekt)

h) (1) Sensitivität 99,8% (wie vom Hersteller angegeben), Prävalenz weiterhin 2,4%

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | testpositiv | testnegativ |  |
| Antikörper-positiv | 100% von 2,4% 2 Mio | 0% von 2,4%  0 | 2 Mio  2,4% von 83 Mio |
| Antikörper-negativ | 0,2% von 97,6%  0,195%  157.950 | 99,8% von 81 Mio 80.028.000 | 81 Mio  97,6% von 83 Mio |
|  | 2.157.950 | 80.028.000 | 83 Mio |

157.950 : 2.157.950 = 0,073; also ist ein positives Testergebnis mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa 7,3 % *falsch testpositiv.*

(2) Sensitivität 97% (wie es z.B. sein könnte, wenn gerade viele andere Erkältungsviren unterwegs sind.), Prävalenz 2,4%.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | testpositiv | testnegativ |  |
| Antikörper-positiv | 100% von 2,4% 2 Mio | 0% von 2,4%  0 | 2 Mio  2,4% von 83 Mio |
| Antikörper-negativ | 3% von 97,6%  2,928%  2.430.240 | 97% von 81 Mio 78.570.000 | 81 Mio  97,6% von 83 Mio |
|  | 4.430.240 | 78.570.000 | 1. io |

2.430.240 : 4.430.240 = 0,55; also ist ein positives Testergebnis mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa 55 % *falsch testpositiv.*

(3) Sensitivität von 99,8%, aber eine Prävalenz von nur 0,2% (wie sie in sehr wenig betroffenen Gegenden durchaus anzunehmen ist).

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | testpositiv | testnegativ |  |
| Antikörper-positiv | 100% von 0,2% 166.000 | 0% von 0,2%  0 | 166.000  0,2% von 83 Mio |
| Antikörper-negativ | 0,2% von 99,8%  0,1996%  165.668 | 99,8% von 82,8 Mio 82.668.332 | 82.834.000  97,6% von 82,8 Mio |
|  | 331.668 | 82.668.332 | 83 Mio |

165.668 : 331.668 = 0,50; also ist ein positives Testergebnis mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa 50 % *falsch testpositiv.*

1. <https://www.ndr.de/nachrichten/info/coronaskript192.pdf> und https://www.f az.net/aktuell/wirtschaft/unternehmen/roche-darf-corona-antikoerpertest-auf-den-markt-bringen-16752454.html (beide zuletzt zugegriffen 12.5.20 8:00) [↑](#footnote-ref-1)