Die Corona-Pandemie, Mathematik OK E1 23.03.2020, Smi

|  |  |
| --- | --- |
| Datum | Gesamtanzahl der Infektionen in Deutschland[[1]](#footnote-1) |
| 3.3.2020 | 194 |
| 4.3.2020 | 262 |
| 5.3.2020 | 400 |
| 6.3.2020 | 639 |
| 7.3.2020 | 795 |
| 8.3.2020 | 902 |
| 9.3.2020 | 1139 |
| 10.3.2020 | 1296 |
| 11.3.2020 | 1567 |
| 12.3.2020 | 2369 |
| 13.3.2020 | 3062 |
| 14.3.2020 | 3795 |
| **15.3.2020** | 4838 |
| 16.3.2020 | 6012 |
| 17.3.2020 | 7156 |
| 18.3.2020 | 8198 |
| 19.3.2020 | 10999 |
| 20.3.2020 | 13957 |
| 21.3.2020 | 16662 |
| 22.3.2020 | 18610 |

**Aufgabe**

Wir gehen davon aus, dass am 15. März die wichtigen Maßnahmen im Kampf gegen das Coronavirus getroffen wurden.

1. Bestimme eine Exponentialfunktion a(t), die die Anzahl der Infizierten in Deutschland im Zeitraum vom 3. bis 15. März in Abhängigkeit der Zeit t (in Tagen) beschreibt.   
   (Der 3. März sei t = 0.)
2. Bestimme, nach wie vielen Tagen die gesamte deutsche Bevölkerung (nach diesem Modell) infiziert wäre, wenn keine Sicherheitsmaßnahmen getroffen werden. Deutschland hat etwa 83.100.000 Einwohner[[2]](#footnote-2).
3. Begründe, warum die Funktion a(t) im Sachzusammenhang nicht passt.
4. Stelle die Funktion a(t) auf dem CAS dar. Stelle dann alle Daten aus der Tabelle (für Deutschland) bis zum 22. März als Punkte dar. Vergleiche den Funktionsgraphen mit dem Verlauf der Punkte. Beschreibe, was du feststellst.
5. Tatsächlich verläuft der Graph im Sachzusammenhang nur am Anfang exponentiell. Wenn man alle Daten im gegebenen Zeitraum betrachtet, also vom 3. bis 22. März, dann wird die Anzahl der Infizierten durch den Graphen einer *logistischen Funktion*[[3]](#footnote-3) besser beschrieben. Diese lautet:

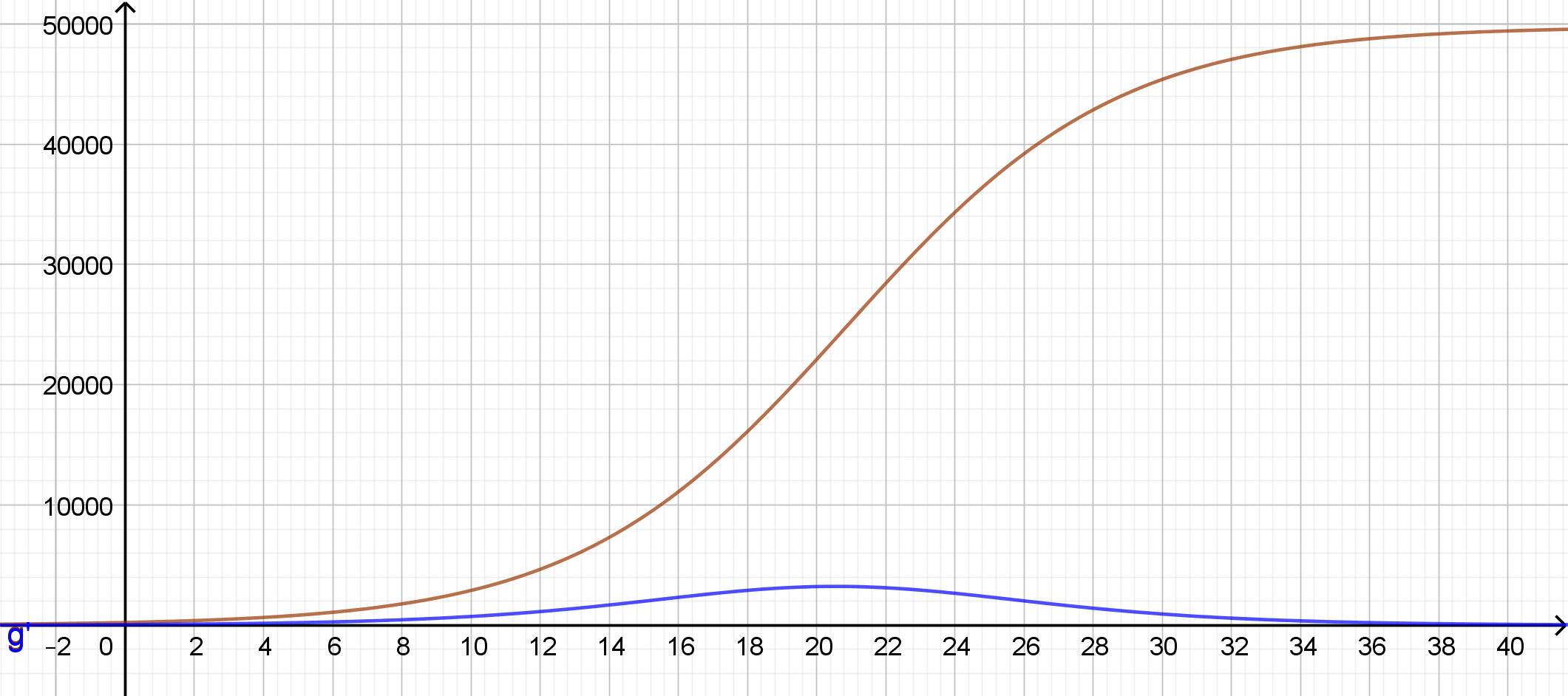
Stelle die Funktion b(t) auf dem CAS dar und vergleiche den Verlauf des Graphen (schriftlich) mit dem Verlauf von a(t). Beurteile, ob der Graph von b wahrscheinlicher ist.

1. Bestimme, mit wie vielen Infizierten in Deutschland insgesamt zu rechnen ist, wenn man b(t) als Grundlage nimmt. Berechne, wie viel Prozent der deutschen Bevölkerung das sind.
2. Bestimme mit dem CAS die Ableitung von b(t) und stelle den Graphen von b’(t) mit dem CAS dar. Welche Form hat die Kurve. Was stellt sie dar? Interpretiere die Kurve und ihren Verlauf im Sachzusammenhang.
3. Bestimme (mit dem CAS) den Wendepunkt von b(t). Erläutere dessen Bedeutung im Sachzusammenhang.

**Lösung**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Datum | Tag | Anzahl | Quotienten |
| 3.3. | 0 | 194 |  |
| 4.3. | 1 | 262 | 1,351 |
| 5.3. | 2 | 400 | 1,527 |
| 6.3. | 3 | 639 | 1,598 |
| 7.3. | 4 | 795 | 1,244 |
| 8.3. | 5 | 902 | 1,135 |
| 9.3. | 6 | 1139 | 1,263 |
| 10.3. | 7 | 1296 | 1,138 |
| 11.3. | 8 | 1567 | 1,209 |
| 12.3. | 9 | 2369 | 1,512 |
| 13.3. | 10 | 3062 | 1,293 |
| 14.3. | 11 | 3795 | 1,239 |
| 15.3. | 12 | 4838 | 1,275 |
| 16.3. | 13 | 6012 |  |
| 17.3. | 14 | 7156 |  |
| 18.3. | 15 | 8198 |  |
| 19.3. | 16 | 10999 |  |
| 20.3. | 17 | 13957 |  |
| 21.3. | 18 | 16662 |  |
| 22.3. | 19 | 18610 |  |

1. Bildet man den Durchschnitt der Quotienten, so erhält man einen Wachstumsfaktor von .  
   Mit ergibt sich die Funktionsgleichung:
2. Die Funktion schneidet die Funktion bei . (mit CAS gelöst)  
   Nach 48 Tagen wäre die gesamte deutsche Bevölkerung infiziert. (Verwendet man die Einwohnerzahl von 81.500.000, dann sind es ebenfalls 48 Tage.)
3. Beispiel: Es werden Maßnahmen ergriffen, um den exponentiellen Verlauf der Infektionen zu bremsen.
4. Bis zum 15. März () beschreibt der Graph von a gut die Punkte. Danach steigt der Abstand zwischen dem Graphen und den Punkten immer mehr.
5. Der Graph von a geht für größer werdende t gegen unendlich. Der Graph von b nähert sich hingegen an den Wert an (siehe Abbildung unten). liegt bei 49420,26, liegt bei 49503,64 und liegt bei 49568,39.  
   Beurteilung: individuelle Lösungen.
6. Da sich der Graph von b dem Wert 49792 nähert, gibt es nach diesem Modell insgesamt (nur) 49792 Infektionen. Das sind etwa 0,06% der deutschen Bevölkerung.
7. Die Funktion g’ gibt die Anzahl der Neuinfektionen in Abhängigkeit der Tage wieder. Der Graph von g’ hat eine Glockenform (siehe Abbildung unten).
8. Den Wendepunkt bestimmt man z.B., in dem man das Maximum von g’ ermittelt. Dieses liegt bei . Zu diesem Zeitpunkt gibt es etwa 3236 Neuinfektionen. Die Wendestelle gibt an, zu welchem Zeitpunkt die Anzahl der Neuinfektionen am größten ist. Danach geht diese zurück.



1. Quelle: Robert-Koch-Institut: [www.rki.de/DE/Content/InfAZ/N/Neuartiges\_Coronavirus/Situationsberichte/Archiv.html](https://www.rki.de/DE/Content/InfAZ/N/Neuartiges_Coronavirus/Situationsberichte/Archiv.html) (23.03.2020) [↑](#footnote-ref-1)
2. Quelle: [www.destatis.de](http://www.destatis.de) (23.03.2020). Laut [countrymeters.info/de/Germany](https://countrymeters.info/de/Germany) gibt es in Deutschland 81.500.000 Einwohner (23.03.2020). Verwendet einen der beiden Werte! [↑](#footnote-ref-2)
3. Diese lernen wir in der Q1 näher kennen. Da sie aber gerade aktuell ist, möchte ich sie euch vorstellen. Ihr müsst den Aufbau der Gleichung noch nicht verstehen. [↑](#footnote-ref-3)