



Echt??? Das hätte ich ja nie gedacht!

Alle 1000 Schülerinnen und Schüler einer Schule werden mit einem Corona-Selbsttest getestet. Testergebnisse können fehlerhaft sein, obwohl der Test richtig durchgeführt wurde. Im Beipackzettel des Tests steht, dass

- 0,9% der positiven Testergebnisse falsch sein können, das heißt bei 0,9% der Nicht-Infizierten wird eine Infektion angezeigt (das nennt man „falsch positiv“),
- 16,7% der negativen Testergebnisse falsch sein können, das heißt bei 16,7% der Infizierten wird die Infektion nicht angezeigt (das nennt man „falsch negativ“).

In der Stadt, in der die Schule liegt, sind 0,3% der Bevölkerung an Covid-19 erkrankt:

- Wie viele Covid-19 erkrankte könnten unter den Schülerinnen und Schülern der Schule sein? Werden diese alle vom Test als positiv erkannt?
- Berechne, wie viele falsch positive Testergebnisse in der Schule auftreten können? Berechne den Anteil der falschen positiven Testergebnisse an allen positiven Testergebnissen.
- Unten siehst du einen Auszug aus dem Beipackzettel des Schnelltests. Nimm zu dieser Aussage Stellung.

Ein positives Testergebnis bedeutet, dass Sie sehr wahrscheinlich an COVID-19 erkrankt sind. Bitte wenden Sie sich umgehend an Ihren Arzt/ Hausarzt oder das örtliche Gesundheitsamt und halten Sie die örtlichen Richtlinien zur Selbstisolation ein. Gegebenenfalls wird Ihr Arzt einen Bestätigungstest mittels PCR verordnen.

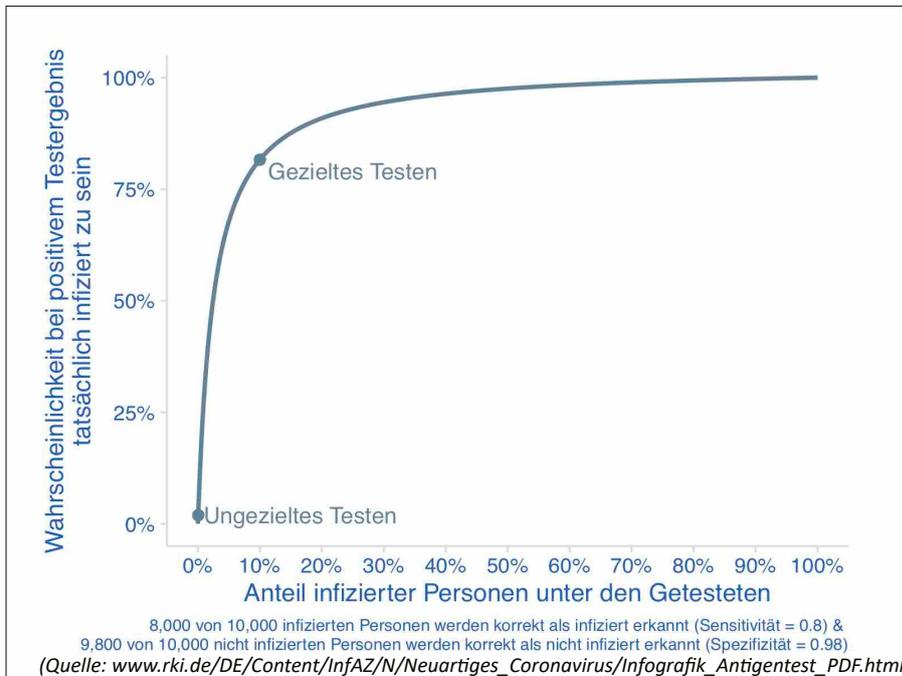
- Mit wie vielen negatives Testergebnissen ist insgesamt zu rechnen?
- Alle Schülerinnen und Schüler mit positivem Testergebnis im ersten Test werden ein zweites Mal mit dem Selbsttest getestet. Mit wie vielen falsch positiven Testergebnissen ist nach dem zweiten Test zu rechnen? Wie groß ist nun der Anteil der falsch positiven Testergebnisse an allen positiven Testergebnissen?
- Nimm erneut Stellung zur Aussage aus dem Beipackzettel des Schnelltests.
- Diskutiert in der Klasse, warum Selbsttests für alle auf jeden Fall sinnvoll sind. Welche Probleme treten dabei auf? Wie sollte man bei einem positiven Testergebnis reagieren?



Echt??? Das hätte ich ja nie gedacht!

Ergänzungen:

In einem Flyer des RKI ist folgendes Diagramm abgebildet. Beschreibe das Diagramm. Erkläre den Zusammenhang zu den Aufgabenteilen c) und f).



Benni aus der Klasse 7c ist jetzt ganz verwirrt: Was bringt mir denn nun der Schnelltest? Welche Aussagen sind deiner Meinung nach richtig, welche falsch? Kreuze in der Tabelle an. Begründe mündlich!

	Aussage	Richtig	Falsch
I	Ich habe ein positives Ergebnis eines Schnelltests. Ich bin sehr wahrscheinlich mit Covid-19 infiziert.		
II	Das Ergebnis meines Schnelltests ist negativ. Ich habe sicher kein Covid-19.		
III	Das erste Ergebnis beim Schnelltest war positiv, das zweite negativ. Ich habe wohl doch kein Covid-19.		
IV	Das erste Ergebnis beim Schnelltest war negativ und deshalb bin ich jetzt die nächsten Tage erst einmal sicher vor Covid-19.		



Echt??? Das hätte ich ja nie gedacht!

Alle 1000 Schülerinnen und Schüler einer Schule werden mit einem Corona-Selbsttest getestet. Testergebnisse können fehlerhaft sein, obwohl der Test richtig durchgeführt wurde. Im Beipackzettel des Tests steht, dass

- 0,9% der positiven Testergebnisse falsch sein können, das heißt bei 0,9% der Nicht-Infizierten wird eine Infektion angezeigt (das nennt man „falsch positiv“),
- 16,7% der negativen Testergebnisse falsch sein können, das heißt bei 16,7% der Infizierten wird die Infektion nicht angezeigt (das nennt man „falsch negativ“).

In der Stadt, in der die Schule liegt, sind 0,3% der Bevölkerung an Covid-19 erkrankt:

- a) *Wie viele Covid-19 erkrankte könnten unter den Schülerinnen und Schülern der Schule sein?*
0,3% von 1000 sind $0,003 \cdot 1000 = 3$

Werden diese alle vom Test als positiv erkannt? Bei 16,7% von 3 Personen kann die Infektion übersehen werden. Das sind $0,167 \cdot 3 = 0,501$

Es könnte sein, dass eine Person übersehen wird. Wir gehen davon aus, dass niemand übersehen wird.

Hier bietet es sich an, mit den S*S über die Interpretation zu reden: Man kann sich bei einem negativen Testergebnis ziemlich, aber nicht vollkommen sicher sein.

- b) *Berechne, wie viele falsch positive Testergebnisse in der Schule auftreten können?*

997 Personen sind nicht infiziert. Davon 0,9% sind $997 \cdot 0,009 = 8,973 \approx 9$

Berechne den Anteil der falschen positiven Testergebnisse an allen positiven Testergebnissen.

Gesucht ist der Anteil 9 von 12: $\frac{9}{12} = 75\%$

- c) *Unten siehst du einen Auszug aus dem Beipackzettel des Schnelltests. Nimm zu dieser Aussage Stellung.*

Eine genaue Definition von „sehr wahrscheinlich“ aus mathematischer Sicht wird von den S*S nicht im Schulbuch oder Internet gefunden werden, demnach werden sie auf ihre Intuition zurückgreifen. Allgemein ist mit „sehr wahrscheinlich“ auf jeden Fall gemeint, dass die Wahrscheinlichkeit höher als 50% ist. Das „sehr“ impliziert einen erheblich höheren Wert als 50%. Die Rechnung in c) hat ergeben, dass nur in $100\% - 75\% = 25\%$ aller Fälle ein positiv Getesteter auch wirklich an Covid-19 erkrankt ist – also deutlich weniger als 50%. Dies widerspricht der Aussage des Beipackzettels, in dem von einer „sehr wahrscheinlichen“ Erkrankten ausgegangen wird.

In diesem Sinne könnte der Eindruck aufkommen, den Autoren des Beipackzettels sei dort ein sachlicher Fehler unterlaufen, was an dieser Stelle zu Verunsicherungen führen kann. Andererseits liefert der Vergleich der Prävalenz mit der richtig positiv Wahrscheinlichkeit eine Steigerung der „subjektiven Gewissheit“ um etwa den Faktor 100. So gesehen ist ein positiver Befund NACH dem Test im Vergleich „sehr wahrscheinlich“. Eventuell wurde der Abschnitt des Beipackzettels bewusst „übertrieben“ formuliert, damit ein positives Testergebnis nicht verharmlost wird und unbedingt weitere Aktionen (Tests, Isolation) eingeleitet werden.



Echt??? Das hätte ich ja nie gedacht!

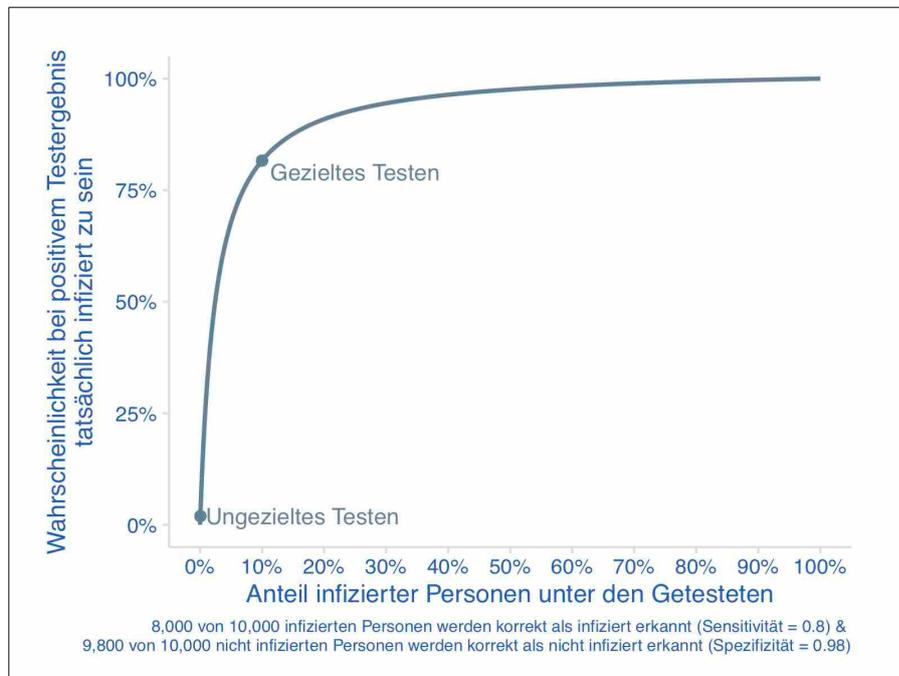
- d) *Mit wie vielen negativen Testergebnissen ist insgesamt zu rechnen?*
Es gibt 3 richtig positive Ergebnisse und 9 falsch positive Ergebnisse, zusammen 12.
Also ist mit $1000 - 12 = 9988$ negativen Testergebnissen zu rechnen.
- e) *Alle Schülerinnen und Schüler mit positivem Testergebnis im ersten Test werden ein zweites Mal mit dem Selbsttest getestet. Mit wie vielen falsch positiven Testergebnissen ist nach dem zweiten Test zu rechnen? Wie groß ist nun der Anteil der falsch positiven Testergebnisse an allen positiven Testergebnissen?*
Jetzt werden insgesamt 12 Personen getestet: 3 Infizierte und 9 Nicht-Infizierte.
Falsch positive Ergebnisse: $0,9\% \text{ von } 9 = 0,009 \cdot 9 = 0,081 \approx 0$
Hier beträgt der Anteil der falsch positiven Testergebnisse 0%.
Hinweis: Die Aussagen beruhen hier allerdings auf einer rein statistischen Betrachtung. Medizinisch-mechanistische Erklärungen relativieren evtl. den Nutzen einer zweiten Testung mit dem selben Testverfahren.
- f) *Nimm erneut Stellung zur Aussage aus dem Beipackzettel des Schnelltests.*
Im zweiten Test ist die Falsch-Positivrate mit 0% optimal. Bei einer größeren Anzahl von Getesteten würden auch hier wieder größere Werte als 0% auftauchen, allerdings wären die Ergebnisse immer noch erheblich besser als die des ersten Tests. Nach der Durchführung des zweiten Tests kann die Aussage des Beipackzettels uneingeschränkt gelten.
- g) *Diskutiert in der Klasse, warum Selbsttests für alle auf jeden Fall sinnvoll sind. Welche Probleme treten dabei auf? Wie sollte man bei einem positiven Testergebnis reagieren?*
Momentan ist vorgesehen, dass diese weitere Aufklärung grundsätzlich mittels PCR-Test erfolgt. Die Rechnungen zeigen, dass durch einen zweiten Schnelltest direkt im Anschluss an den ersten positiven Test Fehldiagnosen zeitnah und vor Ort erkannt werden können. Diese Möglichkeit sollte deswegen unbedingt angesprochen werden.



Echt??? Das hätte ich ja nie gedacht!

Ergänzungen:

In einem Flyer des RKI ist folgendes Diagramm abgebildet: Beschreibe das Diagramm. Erkläre den Zusammenhang zu den Aufgabenteilen c) und f).



Auf der x-Achse ist der Anteil der infizierten Personen unter den Getesteten (0-100%), auf der y-Achse die Wahrscheinlichkeit (0-100%) bei einem positiven Testergebnis auch wirklich infiziert zu sein. Der Graf befindet sich im ersten Quadranten, steigt monoton an und nähert sich asymptotisch einem Grenzwert um 100% in y-Richtung. Zwei Punkte am Grafen sind hervorgehoben. Nahe (0%/0%) wird mit „ungezieltes Testen“ bezeichnet, (10%/80%) mit „gezieltes Testen“. Weil im Intervall 0% bis 10% auf der x-Achse die Funktionswerte kleiner als 80% sind, scheint die Wahrscheinlichkeit für eine wirkliche Infektion bei positivem Testergebnis zu gering zu sein für „gezieltes“ Testen. Dies spiegelt sich in den Ergebnissen aus Aufgabe c) wider. Wir hatten dort einen sehr geringen Anteil von infizierten Personen (0,3%) und dementsprechend eine eher geringe Wahrscheinlichkeit wirklich infiziert zu sein bei positivem Testergebnis. Erst ein zweiter Test, in dem der Anteil der infizierten Personen unter den Getesteten erheblich höher ist (25%), zeigt dann auch eine bessere Wahrscheinlichkeit an, wirklich infiziert zu sein bei positivem Testergebnis. Der Funktionswert für $x=25\%$ im Grafen abgelesen läge zwischen 80-90%. Wir kommen auf 100% aufgrund von Rundungsungenauigkeiten bei der geringen Anzahl der Getesteten. Unser zweiter Test liegt im Bereich des „gezielten Testens“, der erste Test diente demnach dazu den Anteil der potentiell nicht positiven Personen zu reduzieren und den Anteil der infizierten Personen unter den Getesteten erheblich zu erhöhen.



Echt??? Das hätte ich ja nie gedacht!

Benni aus der Klasse 7c ist jetzt ganz verwirrt: Was bringt mir denn nun der Schnelltest? Welche Aussagen sind deiner Meinung nach richtig, welche falsch? Kreuze in der Tabelle an. Begründe mündlich!

	Aussage	Richtig	Falsch
I	Ich habe ein positives Ergebnis eines Schnelltests. Ich bin sehr wahrscheinlich mit Covid-19 infiziert.		X
II	Das Ergebnis meines Schnelltests ist negativ. Ich habe sicher kein Covid-19.		X
III	Das erste Ergebnis beim Schnelltest war positiv, das zweite negativ. Ich habe wohl doch kein Covid-19.	X	
IV	Das erste Ergebnis beim Schnelltest war negativ und deshalb bin ich jetzt die nächsten Tage erst einmal sicher vor Covid-19.		X

Als Begründungen zu I bis III dienen die Ergebnisse der vorhergehenden Aufgaben:

In b) wurde geklärt, dass der Anteil der falsch positiven Testergebnisse sehr groß ist und in d) wurde gezeigt, dass der zweite Test viele / fast alle falsch positiven Testergebnisse aussortiert.

IV sollte unbedingt diskutiert werden: Ein negativer Test bedeutet nicht, dass man vor Covid-19 geschützt ist. Es bedeutet nur, dass man zum Zeitpunkt des Tests (ziemlich) sicher keine Covid-19 Erkrankung hat. Das kann am nächsten Tag schon anders sein.