



Herzlich Willkommen zu

Mathematik mit Darstellungsvernetzung besser verstehen

Dilan Şahin-Gür, Bernd Ohmann

Initiiert durch



Deutsche Telekom **Stiftung**

Hinweise zu den Lizenzbedingungen



- Diese Folie gehört mit zum Material und darf nicht entfernt werden.
- Dieses Material wurde durch Susanne Prediger und ihr Team für das Deutsche Zentrum für Lehrerbildung Mathematik (DZLM) konzipiert und kann, soweit nicht anderweitig gekennzeichnet, unter der [Creative Commons Lizenz BY-SA: Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International](#) weiterverwendet werden.
- Das bedeutet insbesondere: Alle Folien und Materialien können für Zwecke der Aus- und Fortbildung gerne genutzt werden – unter der Voraussetzung, dass immer die Quellenhinweise aufgeführt bleiben.
- An der Erstellung des Materials haben mitgewirkt: Susanne Prediger, Lena Wessel, Volker Eisen, Udo Kietzman, Dilan Şahin-Gür.
- Dieses Material basiert auf Forschung und Entwicklung aus dem Dortmunder Projekt „MuM – Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit“. Einige Materialien wurden im Rahmen des Projekts „Sprachsensibel unterrichten fördern“ optimiert.
- Bildnachweise und Zitatquellen finden sich auf den jeweiligen Folien bzw. Zusatzmaterialien.
- Weitere Hinweise und Informationen zum DZLM finden Sie unter dzlm.de.

Wie begegnet uns Sprache im Mathematikunterricht?

Schriftliche Abfrage:

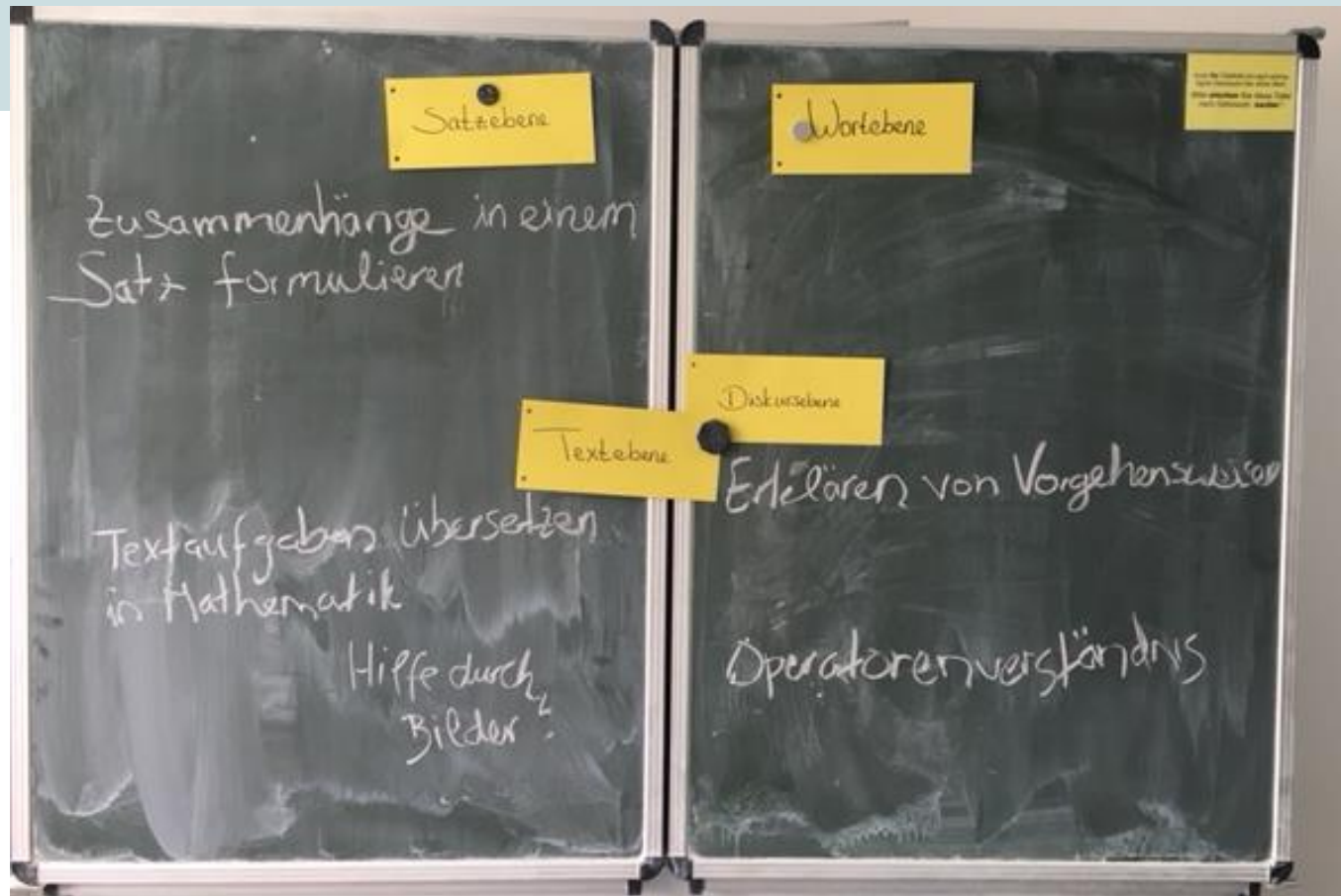
- Wo sehen Sie bei Ihren Lernenden die größten sprachlich bedingten Schwierigkeiten?



Wie begegnet uns Sprache im Mathematikunterricht?

Schriftliche Abfrage:

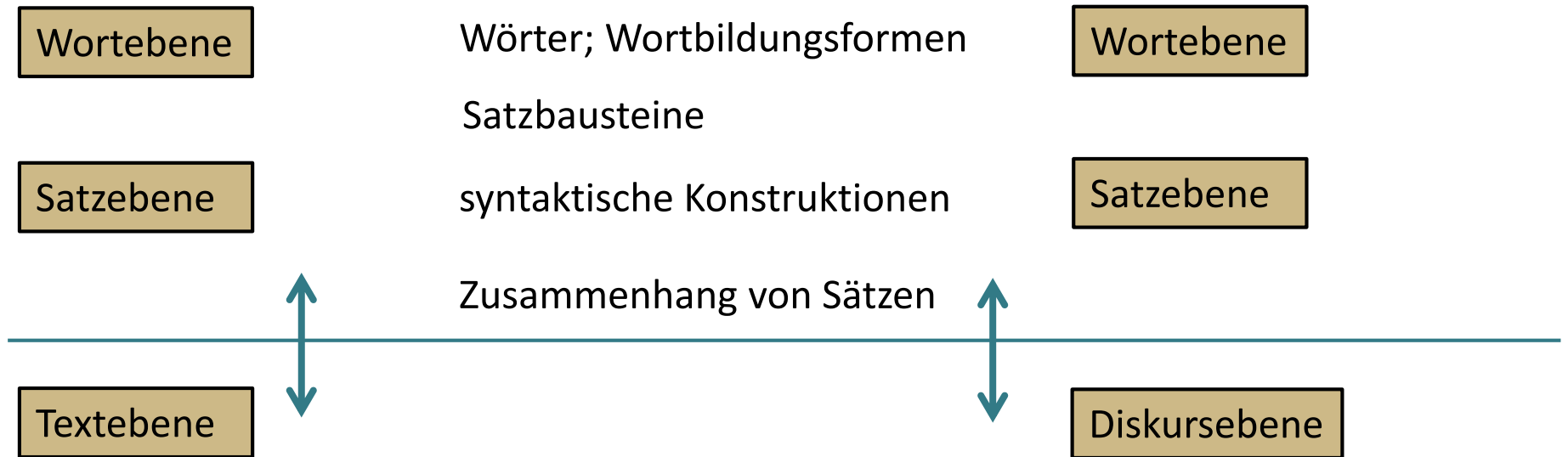
- Wo sehen Sie bei Ihren Lernenden die größten sprachlich bedingten Schwierigkeiten?



Ebenen der Sprache: nicht nur die Wortebene

Schriftliche Sprachrezeption & -produktion

Mündliche Sprachrezeption & -produktion



Textsorten, z.B.

Textaufgabe	Merksatz
Konstruktionsbeschreibung	
Stellungnahme	

Textsorten enthalten meist mehrere Sprachhandlungen

Sprachhandlungen, z.B.

nicht → diskursiv	Nennen von Zahlen / Einzelwörter	Beschreiben allgemei- ner Zusammenhänge
in Mathe → kaum relevant	Erzählen einer Alltagserfahrung	Erklären von Bedeutungen
	Erläutern eines Rechenwegs	Beurteilen der Richtig- keit einer Aussage
	Argumentieren

Wie begegnet uns Sprache im Mathematikunterricht?

Kartenabfrage:

- Wo sehen Sie bei Ihren Lernenden die größten sprachlich bedingten Schwierigkeiten?



Beim Aufhängen der Karten:

Sortieren Sie die Karten
beim Aufhängen bitte
gleich nach den Ebenen:

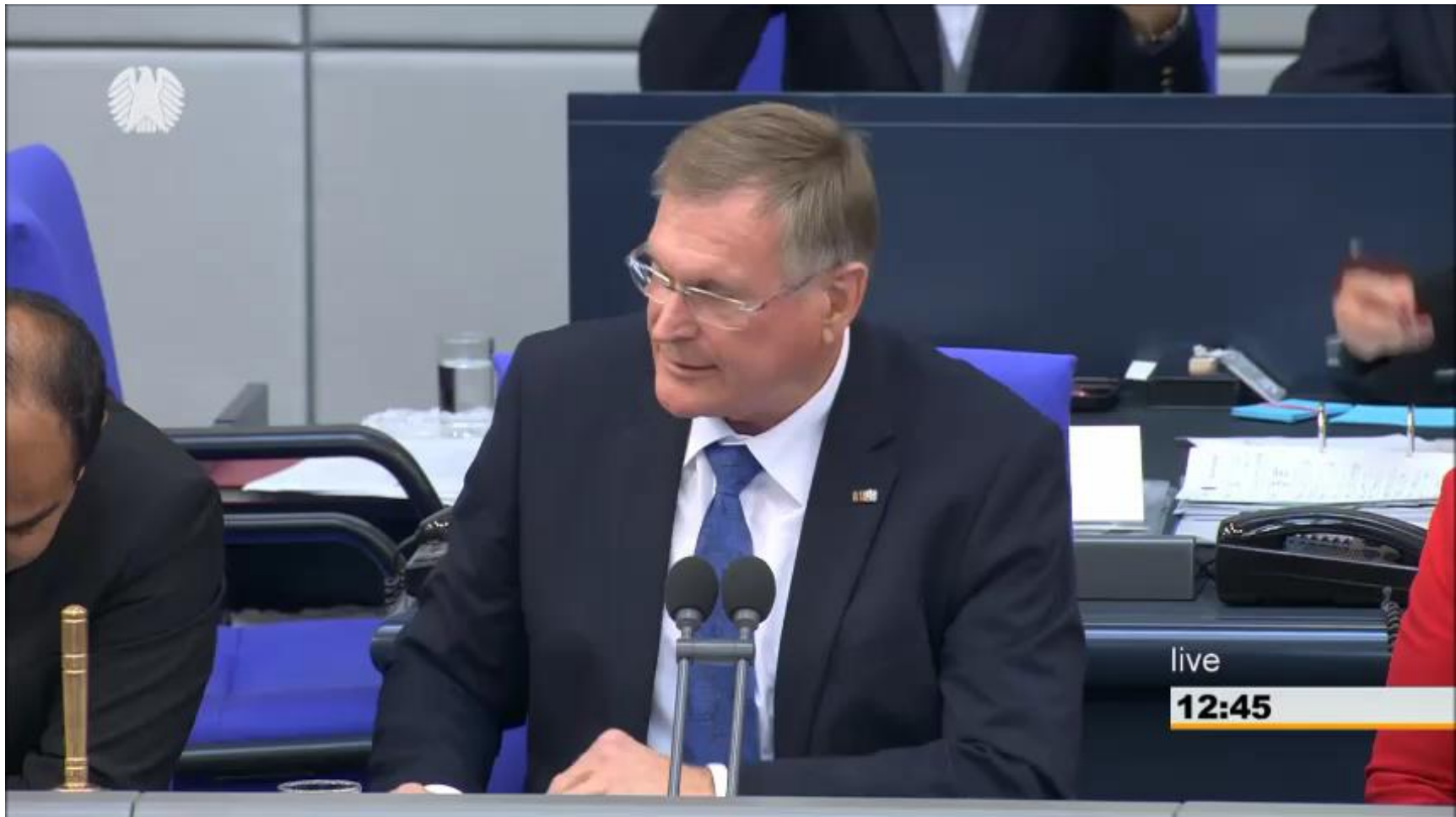
Wortebene

Satzebene

Textebene

Diskursebene

Beispiel zum Einstieg – aus der Bundestagsdebatte (5.9.2015)



Beispiel zum Einstieg – aus dem Bundestag

Ich nehme es sehr ernst, wenn jemand ... erklärt, die Rüstungsausgaben wolle man dadurch finanzieren, dass man die Sozialausgaben senkt.



Sigmar Gabriel
(SPD)

Wir werden in dem einen oder anderen Jahr weniger stark die Sozialleistungen erhöhen müssen, um mehr in Sicherheit zu investieren.



Jens Spahn (CDU)

Sie zitieren falsch.
Aber Sie können vielleicht mit mir konform gehen, dass „etwas weniger stark erhöhen“ etwas anderes bedeutet als „kürzen“.

Was hilft die Mathematik?

Ich nehme es sehr ernst, wenn jemand ... erklärt, die Rüstungsausgaben wolle man dadurch finanzieren, dass man die Sozialausgaben senkt.



Sigmar Gabriel
(SPD)

Wir werden in dem einen oder anderen Jahr weniger stark die Sozialleistungen erhöhen müssen, um mehr in Sicherheit zu investieren.



Jens Spahn (CDU)

Sie zitieren falsch.
Aber Sie können vielleicht mit mir konform gehen, dass „etwas weniger stark erhöhen“ etwas anderes bedeutet als „kürzen“.

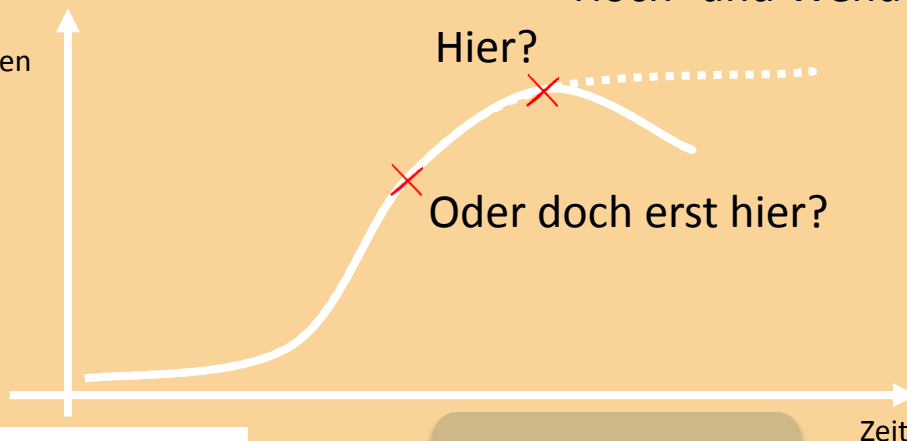
Auftrag zum Eindenken: Erläutern Sie den strittigen Deutungsunterschied

- mit Ihren Worten
- mit einem Graphen
- mit formal-symbolischen Bedingungen

Mathematische Begriffe zur Klärung der Situation

Wo in der Kurve der Sozialausgaben ist Spahn?

Sozial-
ausgaben



Unterschied zwischen
Hoch- und Wendepunkt?

Hier?

Oder doch erst hier?

$f(2016) > f(2018)$?

oder

$f'(2016) > f'(2018)$

Sozialausgaben
kürzen

Sozialausgaben
weniger stark erhöhen

Unterschied
zwischen Bestand
und Änderung?

Ich nehme es sehr ernst, wenn jemand ...
erklärt, die Rüstungsausgaben wolle man
dadurch finanzieren, dass man die
Sozialausgaben senkt.



Sigmar Gabriel
(SPD)

Wir werden in dem einen oder anderen Jahr
weniger stark die Sozialleistungen erhöhen
müssen, um mehr in Sicherheit zu
investieren.



Jens Spahn (CDU)

Sie zitieren falsch.
Aber Sie können vielleicht mit mir konform
gehen, dass „etwas weniger stark erhöhen“
etwas anderes bedeutet als „kürzen“.

Problem: Wie viele Ihrer Lernenden verfügen
über genügend Sprachmittel, um die Situation zu klären?
Wer nutzt auch die symbolsprachliche Ebene?
Woran liegt das?

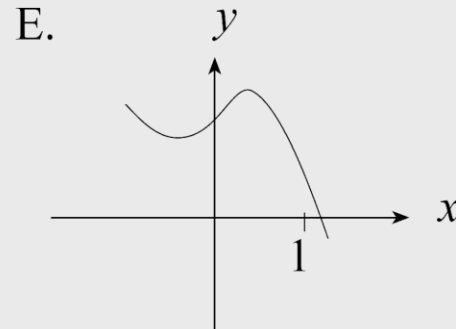
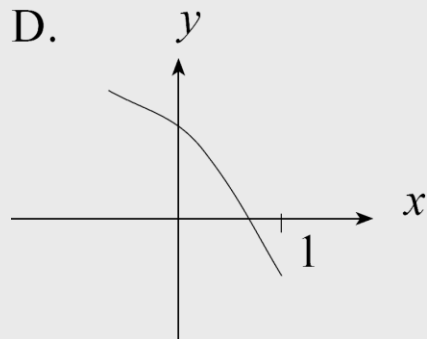
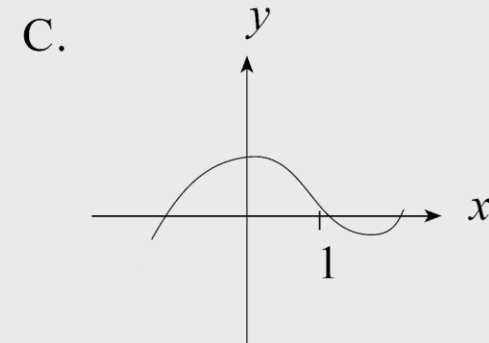
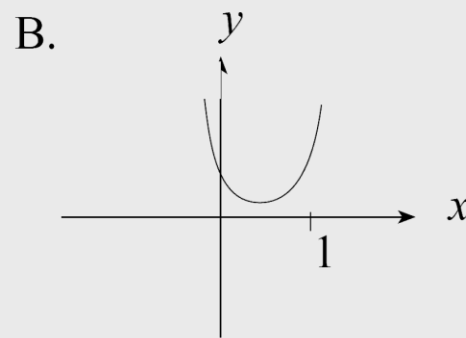
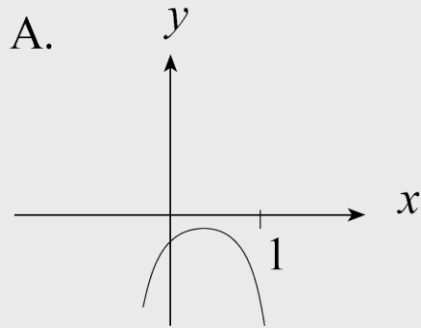
→ Sprachbildung und
konzeptuelles Verständnis
sind eng verknüpft!!

Was können deutsche Abiturientinnen und Abiturienten?

Aufgabenbeispiel aus TIMMS III

Welcher der folgenden Graphen hat die nachstehenden Eigenschaften:

$f'(0) > 0$, $f'(1) < 0$ und $f''(x)$ ist immer negativ?



Lösungshäufigkeit:
45% (international)
35% (Deutschland)

Videobeispiel für Blick in die Klasse (Aktivieren von Sprachmittel)

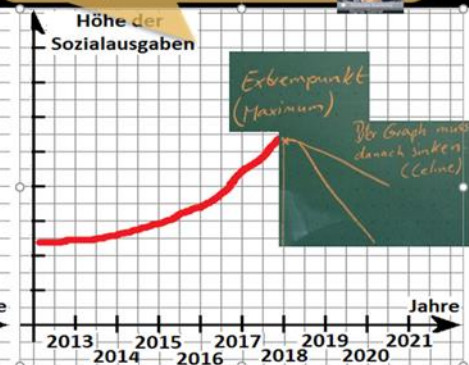
Wendestelle



Wir werden in dem einen oder anderen Jahr weniger stark die Sozialleistungen erhöhen müssen, um mehr in Sicherheit zu investieren.

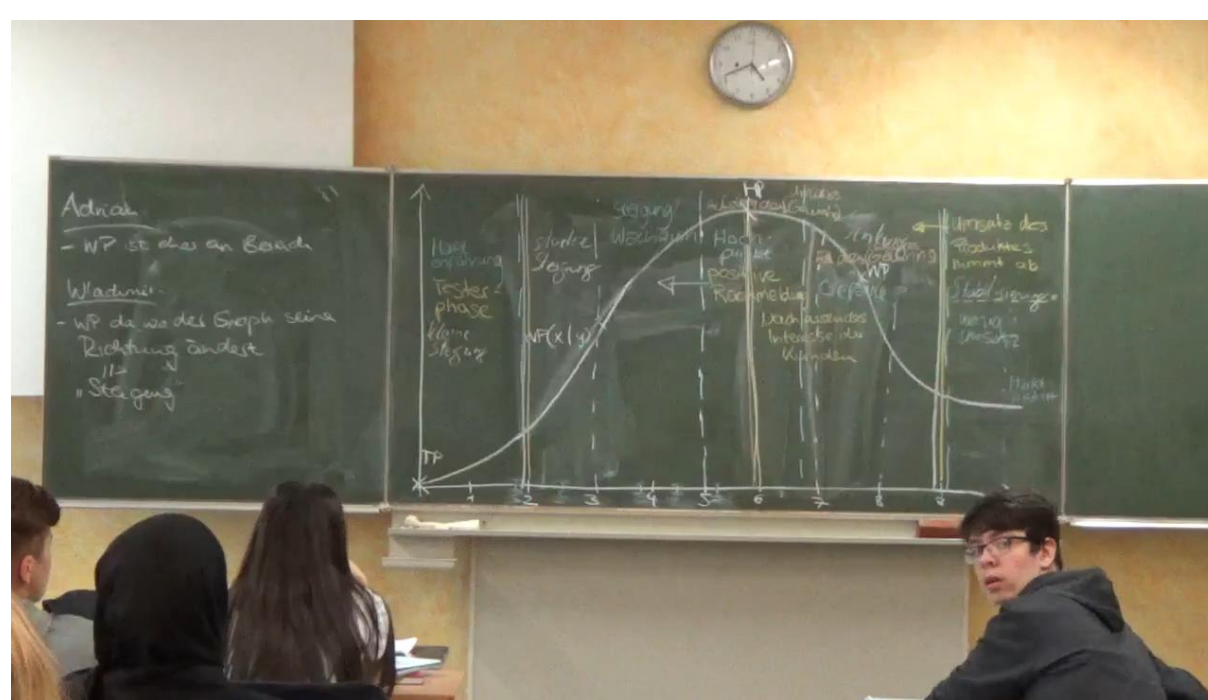


Ich nehme es sehr ernst, wenn jemand ... erklärt, die Rüstungsausgaben wolle man dadurch finanzieren, dass man die Sozialausgaben senkt.



Satzbausteine für einen Spachausbau

- Notwendigkeit des Sprachausbaus
- Explizites Angebot an Sprachmitteln



Der Umsatz steigt immer stärker.

Der Umsatz ist am höchsten.

Der Umsatz ändert sich nicht mehr.

Der Umsatz ist null.

Der Graph steigt langsam an.

Der Graph fällt.

Der Graph fällt weniger stark.

Der Graph fällt immer stärker.

Der Graph hat eine Linkskrümmung.

Der Graph macht eine Rechtskurve.

Die Steigung steigt.

Die Steigung des Graphen ändert sich.

Die Steigung sinkt.

Verschiedene Schlagzeilen kontrastieren, auch im Hinblick auf Satzbausteine die hilfreich sind zum Verständnis der mathematischen Unterschiede

MIETENANSTIEG GESUNKEN!

Die Mietpreise für Wohnungen in großen Städten, z.B. in München, sind in den letzten Jahren immer weiter angestiegen. Damit ist jetzt Schluss. Denn im vergangenen Jahr ist der Mietanstieg erstmalig gesunken.

Bruttoinlandsprodukt

Ostdeutschland holt auf

Von wegen „arm aber sexy“: Ausgerechnet in der Hauptstadt und in Sachsen ist die Wirtschaft im vergangenen Jahr am stärksten gewachsen. Leistungsstärker sind aber andere Bundesländer.

Schuldenuhr

Von 2018 an läuft der Zähler rückwärts

Zum ersten Mal in ihrer Geschichte wird die Schuldenuhr rückwärts zählen. Doch das ist nicht auf eine größere finanzpolitische Disziplin zurückzuführen. Die Zinslast bleibt alarmierend.



Möglicher Arbeitsauftrag:

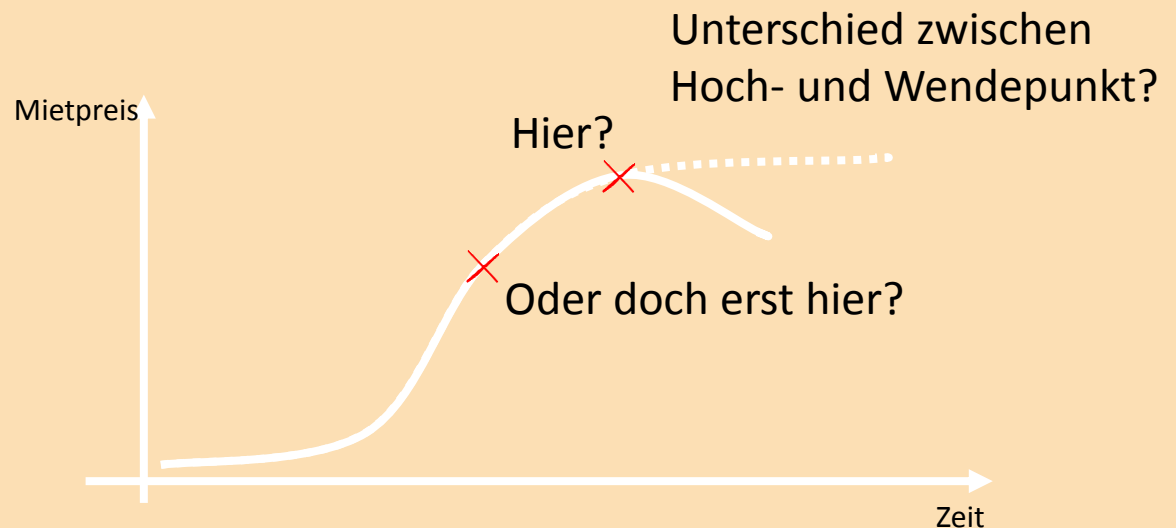
- d) Auf welche Formulierungen der Artikel haben Sie besonders geachtet beim Zeichnen der Graphen? Welche waren wichtig, um über die Graphen zu sprechen? Sammeln Sie die Satzbausteine auf dem Notizzettel.

Mathematische Begriffe zur Klärung der Situation

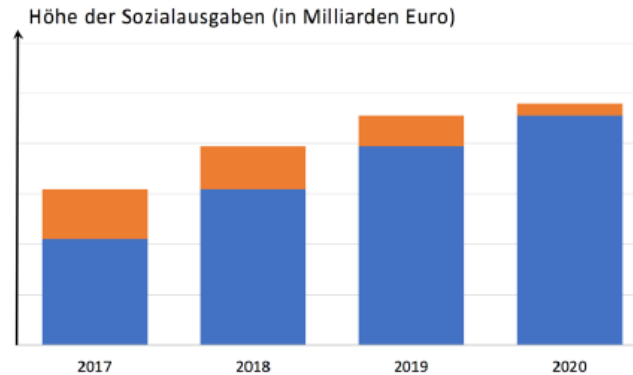
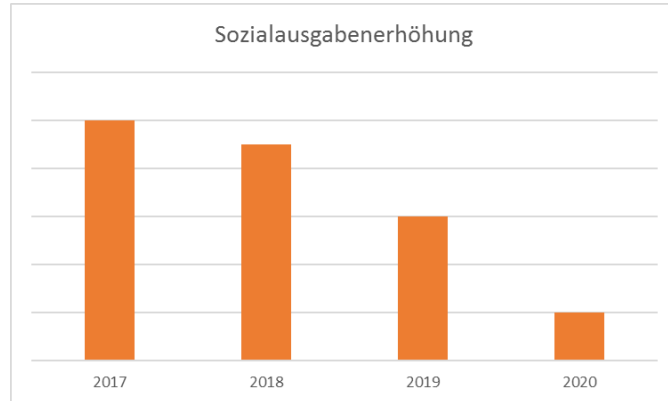
MIETENANSTIEG GESUNKEN!

Die Mietpreise für Wohnungen in großen Städten, z.B. in München, sind in den letzten Jahren immer weiter angestiegen. Damit ist jetzt Schluss. Denn im vergangenen Jahr ist der Mietanstieg erstmalig gesunken.

Wo in der Mietpreiskurve sind wir denn nun?



Es geht auch anders! Beispiel für journalistische Leistung



„In der Tat, die Steigerung der Sozialausgaben des Bundes sinken seit 2017.

Da es sich aber um **neue Sozialausgaben** handelt, kommen diese **auf den Ausgabenberg drauf**.

Das heißt, die **Gesamtsozialausgaben steigen trotzdem, nur eben langsamer**“.

Unterschied zwischen Bestand und Änderung

Ebenenverwechslung vorgebeugt!

übrigens: hier kein Wendepunkt, da neue Sozialausgaben nicht erstmalig sinken

Sprache als Lernvoraussetzung oder als Lerngegenstand?

MIETENANSTIEG GESUNKEN!

Die Mietpreise für Wohnungen in großen Städten, z.B. in München, sind in den letzten Jahren immer weiter angestiegen. Damit ist jetzt Schluss. Denn im vergangenen Jahr ist der Mietanstieg erstmalig gesunken.

Welche Bedingungen passt?

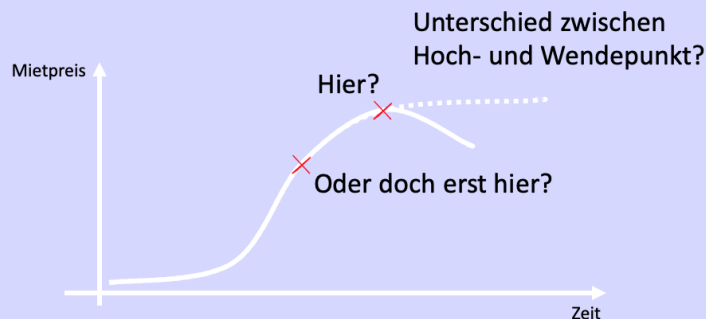
$$f(2016) > f(2018) \text{ oder}$$

$$f'(2016) < f'(2018)$$

Welche Aussagen passen?

f , f' und f'' sind monoton wachsend
 f und f' wachsen und f'' fällt;
 f wächst, f' fällt und f'' wächst.

Wo in der Mietpreiskurve sind wir denn nun?



Was passiert mit dem Mietanstieg?

- Person A: „Bei einer Senkung des Mietanstiegs geht die Belastung der Haushalte runter.“
- Reporter: „In der Tat, der Mietanstieg in München sinkt, seit 2016 von 7% auf nun wohl 5% im nächsten Jahr. Da es sich aber um den Mietanstieg handelt, kommen dieser auf den Mietzins drauf.“

Wer hat Recht?

Hintergrund: Unterschiede zwischen Alltags- und Bildungssprache

Typisch für Alltagssprache

- konzeptionelle Mündlichkeit
- flexibler Wortgebrauch
- unvollständige und einfache Sätze
- persönliche, aktive Formen
- kontextgebunden, viele unmittelbare Verweise (das da, ..)

Typisch für Bildungssprache

- konzeptionelle Schriftlichkeit
- präziser Wortgebrauch
- vollständige und komplexe Sätze (komplexe Attribute, Konjunktiv, verkürzte Nebensätze ...)
- unpersönliche Formen (man, Passiv, Substantivierungen)
- dekontextualisiert, abstrakt, expliziter formuliert

Was passiert mit dem Mietanstieg?

- Person A: „Bei einer Senkung des Mietanstiegs geht die Belastung der Haushalte runter.“
- Reporter: „In der Tat, der Mietanstieg in München sinkt, seit 2016 von 7% auf nun wohl 5% im nächsten Jahr. Da es sich aber um den Mietanstieg handelt, kommen dieser auf den Mietzins drauf.“

Wer hat Recht?

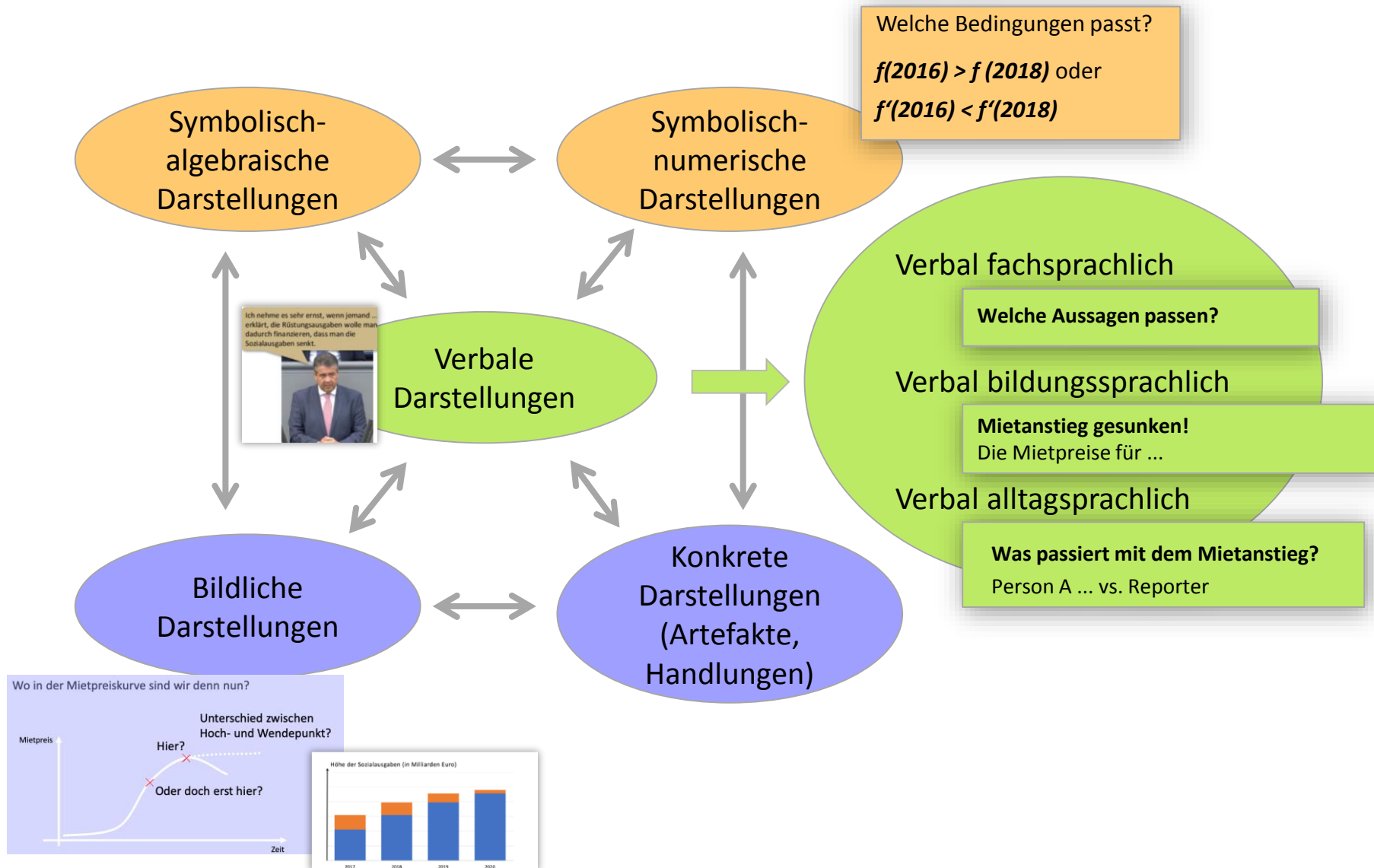
Kinder aus
Einwandererfamilien und
sozial benachteiligten
Familien erwerben eher
Alltagssprache (BICS),
aber kaum Bildungssprache
(CALP)

(BICS / CALP*, Cummins 1979)

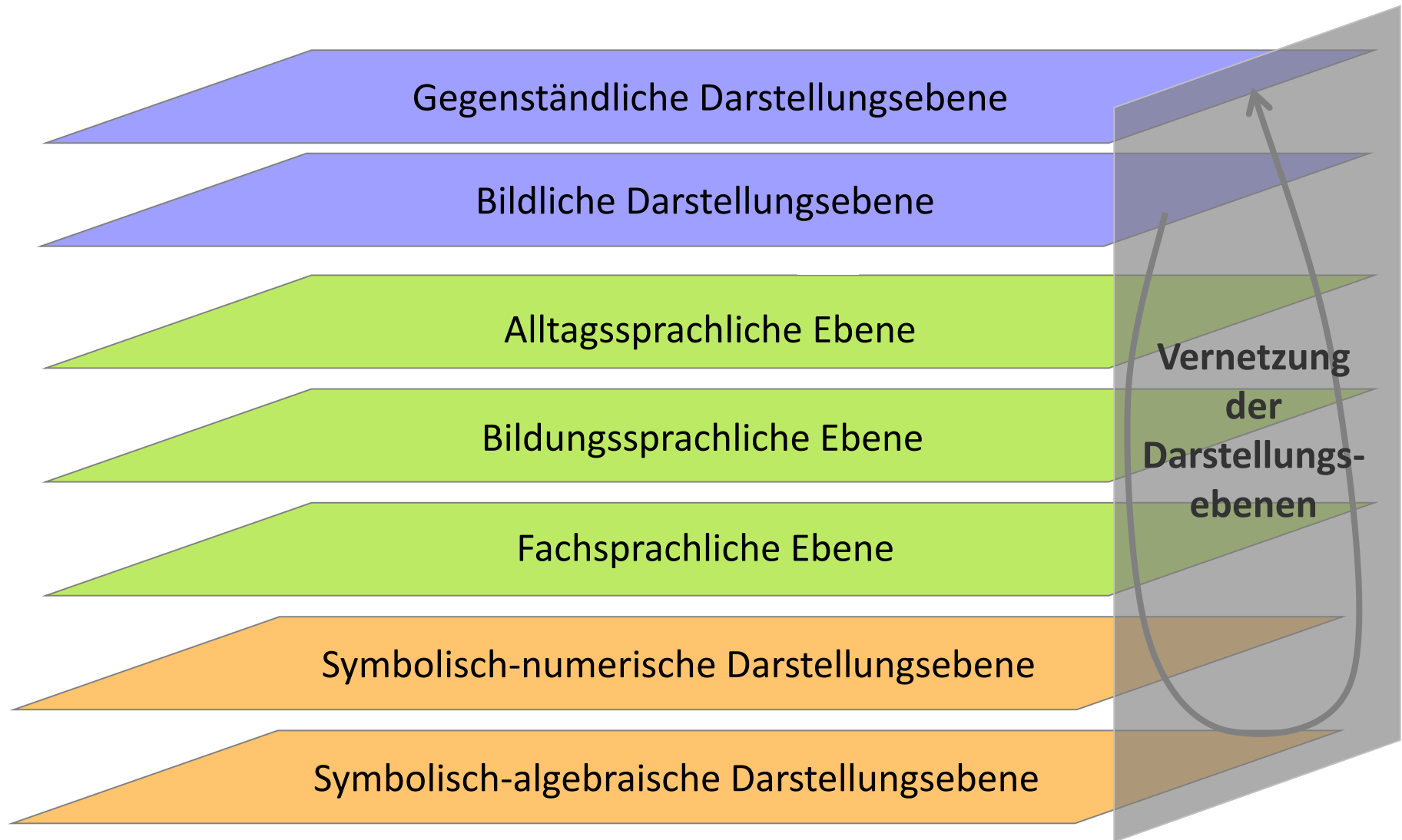
MIETENANSTIEG GESUNKEN!

Die Mietpreise für Wohnungen in großen Städten, z.B. in München, sind in den letzten Jahren immer weiter angestiegen. Damit ist jetzt Schluss. Denn im vergangenen Jahr ist der Mietanstieg erstmalig gesunken.

Darstellungsebenen und -wechsel im Mathematikunterricht



Prinzip der Vernetzung der Sprach- und Darstellungsebenen im MU



Bildungssprache als Lernvoraussetzung oder -gegenstand?

Beispiel Klasse 8: Bedeutung von Variablen verstehen

x-beliebig? Nee, das sagt unsere Mathelehrerin auch, aber was das heißt, wissen wir nicht. Das sagt man im Deutschen so.

Ayla & Gözden, Kl. 9



Alltagssprachliche Ebene

Bildungssprachliche Ebene

Fachsprachliche Ebene

Lernvoraussetzung



Stockwerke	sichtbare Quadrate
1	5 = 4 · 1 + 1
2	9 = 4 · 2 + 1
3	
4	

X-beliebig

Kennst du den Ausdruck
«x-beliebig»?
In welchem Zusammenhang
brauchst du ihn?



$4 \cdot x + 1$
x als Unbestimmte

Lerngegenstand

Bildungssprache tief im Denken verankert

Problem liegt tiefer:

Lernende wissen nicht, was Verallgemeinern bedeutet

e) Was heißt überhaupt x-beliebig?

x steht für die Zahl und beliebig heißt irgendeine Zahl.

Irgendeine Stelle von den Zahlen [....]
Aber welche weiß man ja nicht.

Förderung:

Lernende erarbeiten (bildungssprachtypische)

Sprach- und Denkhandlung des Verallgemeinerns



$2 + 3 \cdot x$
x als Unbestimmte



x-beliebig als
Konzept

Verallgemeinern
als Diskursfunktion



und an x-beliebiger
Position?

$2 + x \cdot 3$

Stelle	1.	2.	3.	4.	...	42.	...
Bilderfolge							
Zahlenfolge	5 $= 2 + 1 \cdot 3$	8 $= 2 + 2 \cdot 3$	11 $= 2 + 3 \cdot 3$	14 $= 2 + 4 \cdot 3$		$2 + 42 \cdot 3$	

Einordnung in die Sprachebenen

x-beliebig?

X-beliebig

Nicht nur Wort x-beliebig problematisch ...

Satzbausteine sind notwendig,
um Beziehungen herzustellen



Was heißt denn
verallgemeinern?

... sondern Sprach- und
Denkhandlung dahinter!!

Man rechnet den Term aus, indem man zunächst
für x die entsprechende Zahl einsetzt, dann ...
und schließlich

leichter →

Erläutern des Rechenwegs
oder Einsetzvorgangs

Die Variable x steht für jede beliebige Zahl (hier
Anzahl der Stockwerke). Wenn man für x die Zahl
der Stockwerke einsetzt, dann liefert der Term (...)
die Anzahl sichtbarer Quadrate ...

als die →

Erklären der Bedeutung
der Variable
x als Unbestimmte

Allgemeines Beschreiben
des funktionalen
Zusammenhangs



Zwischen der Zahl der Stockwerke und der Zahl der sichtbaren
Quadrate besteht ein Zusammenhang:

Sprachproduktion

Wortebene

Satzebene

Sprachhandlungen

Diskursebene

Einordnung in die Sprachebenen

x-beliebig?



Was heißt denn verallgemeinern?

So fachspezifische Sprache und dahinterliegendes Denken in allgemeinen Zusammenhängen kann man nicht im DaZ-Unterricht lernen
→ Mathematik für Sprachbildung auch zuständig!

... sondern Sprach- und Denkhandlung dahinter!!

Man rechnet den Term aus, indem man zunächst für x die entsprechende Zahl einsetzt, dann ... und schließlich

Die Variable x steht für jede beliebige Zahl (hier Anzahl der Stockwerke). Wenn man für x die Zahl der Stockwerke einsetzt, dann liefert der Term (...) die Anzahl sichtbarer Quadrate ...



Zwischen der Zahl der Stockwerke und der Zahl der sichtbaren Quadrate besteht ein Zusammenhang:

Sprachproduktion

Wortebene

Satzebene

Sprachhandlungen

Diskursebene

leichter →

Erläutern des Rechenwegs oder Einsetzvorgangs

als die →

Erklären der Bedeutung der Variable x als Unbestimmte

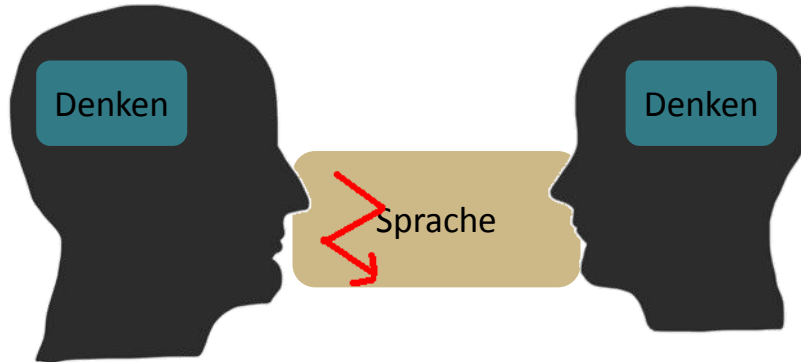
Allgemeines Beschreiben des funktionalen Zusammenhangs

Wo liegen die Probleme für sprachlich schwache Lernende?

Kommunikative Funktion von Sprache

Sprache als Kommunikationsmittel

Wer sprachlich schwach ist,
kann seine Kompetenzen und
Vorstellungen nicht richtig zeigen.



Beispiele für kommunikative Hürden:

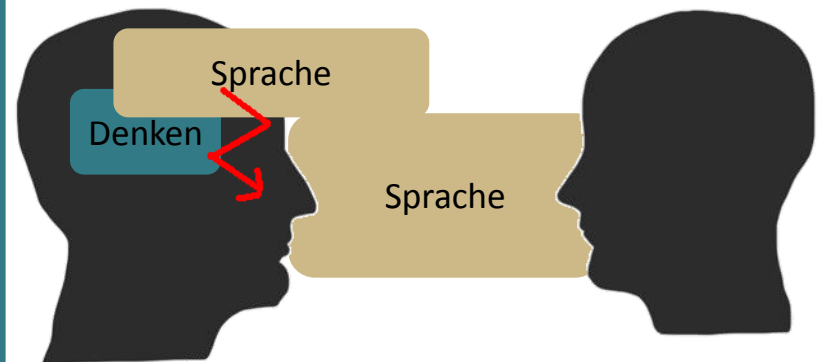
- Textaufgaben lesen
- präsentieren
- schreiben

Kognitive Funktion von Sprache

Sprache als Werkzeug des Denkens

Wer sprachlich schwach ist,
kann Kompetenzen und Vorstellungen
nicht entwickeln...

... besonders in Verstehensprozessen.



Beispiele für kognitive Hürden:

- (sich selbst) erklären
- Zusammenhänge verstehen durch Verbalisieren
- denken durch Schreiben

Wie reagieren auf sprachliche Schwierigkeiten?

Ich senke meine Ansprüche halt immer weiter, zum Glück gibt es Päckchen ohne Text

2a)	682	b)	7789	c)	34924	d)	92034	e)	600600600
	<u>+ 6703</u>		<u>+ 9679</u>		+ 201905		+ 177		+ 6650
					+ 81		+ 8902		+ 80099900
	37824		60503		<u>+ 65912</u>		+ 15422		+ 1000000643
	<u>+ 90040</u>		<u>+ 43543</u>				<u>+ 6543</u>		<u>+ 90532430</u>

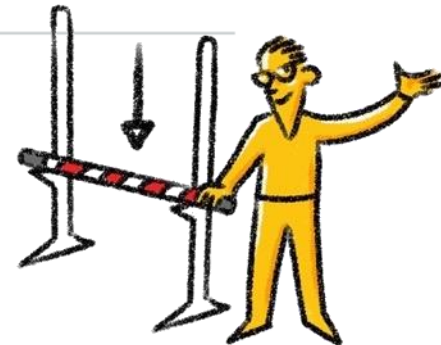
2* Berechne.

$$88 + (55 - 33) - 11 + (22 - 3)$$

$$(88 + 55) - 33 - (11 + 22) - 3$$

$$88 - (55 + 33) + 11 + (22 - 3)$$

$$88 - (55 - 33) - 11 - (22 - 3)$$



Ich mache die Textaufgaben immer einfacher

Von der defensiven zur offensiven Strategie

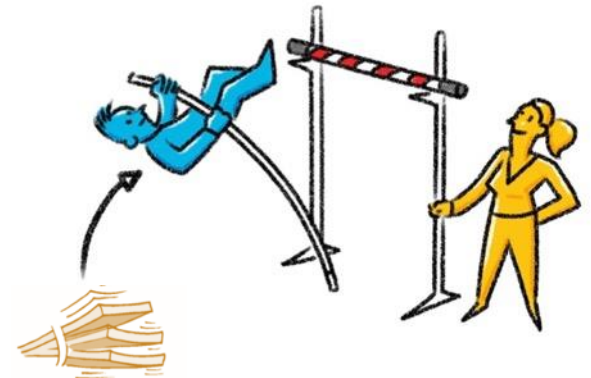
Defensive Strategie:

- Anforderungen (z.B. der Texte) senken, bis sie zur Kompetenz der Lernenden passen
- mögliche Folge: Fossilierung der Sprachkompetenz statt Weiterentwicklung
- dennoch evtl. notwendig für neu Zugewanderte mit noch sehr rudimentären DaZ-Kenntnissen (beim Texte lesen)



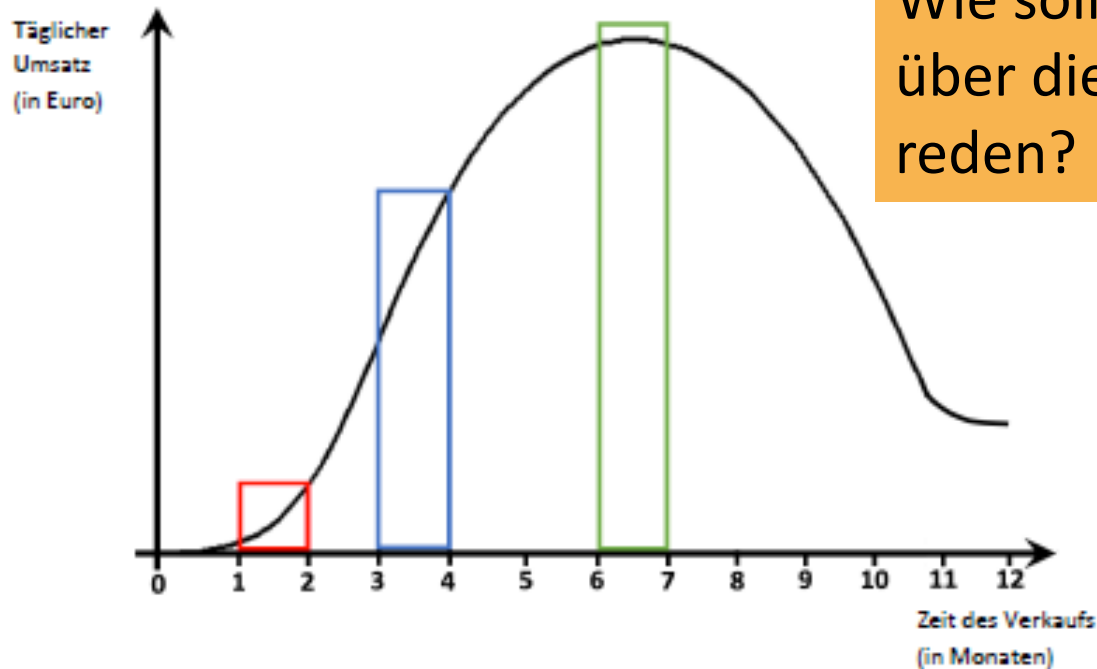
Offensive Strategie:

- nur wirklich unnötige Hürden vermeiden
- sonst lieber Lernende auf Hürden vorbereiten, d.h. ihre Kompetenz den Anforderungen anpassen
← immer wieder sprachlich herausfordern („Sprachbad“ herstellen)
- gilt auch für Sprechen und Schreiben der neu Zugewanderten, wenn auch ggf. mit „Sprungbrett“ wie Formulierungshilfen



Erwartungshorizont für Aufgabe 7d erstellen

7 Produktlebenszyklus – Genauer betrachtet

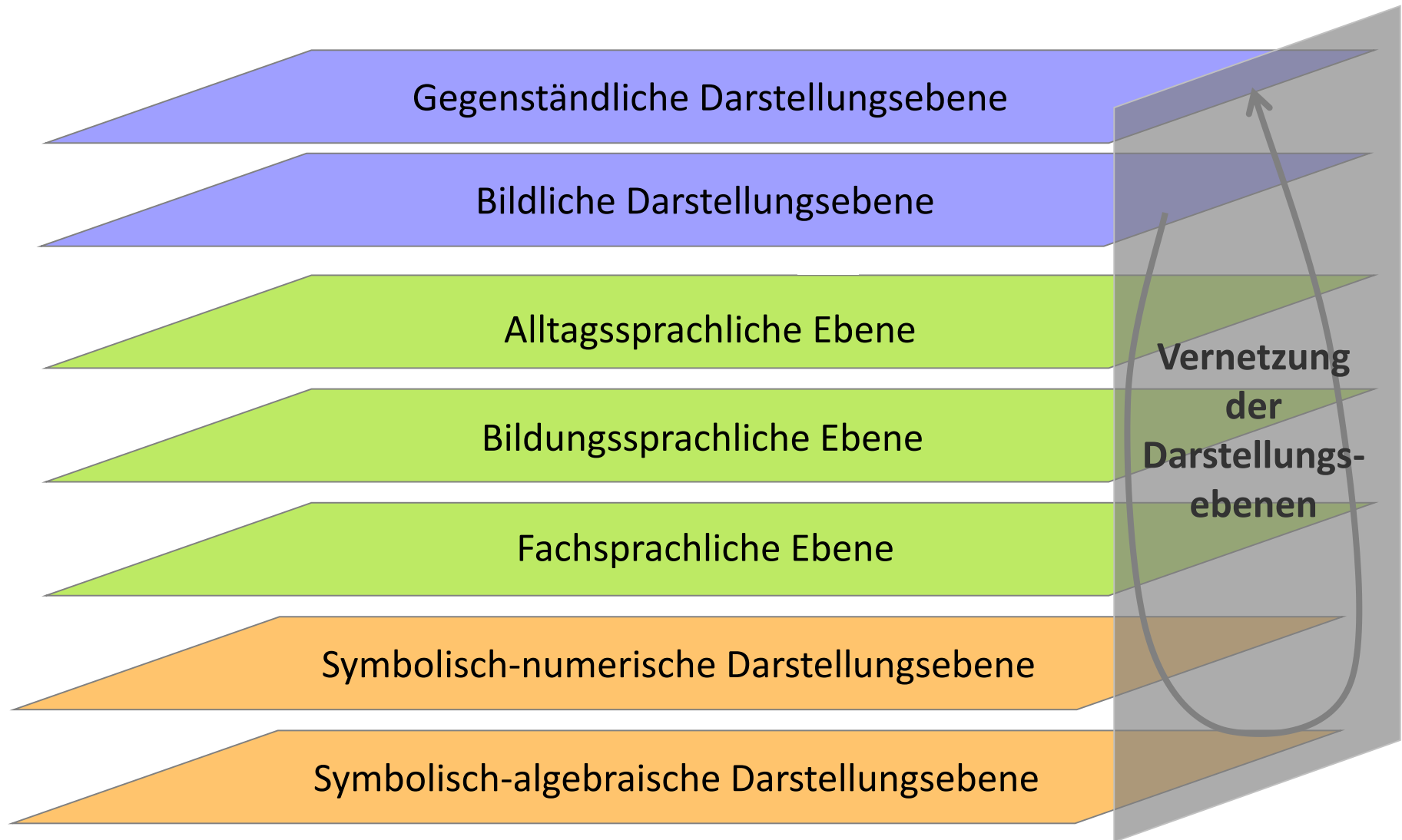


Wie sollen die Lernenden über die Unterschiede reden?

- a) Das kleine Rechteck markiert die täglichen Umsätze im 2. Monat. Wie könnten die Umsätze an den vier Mittwochen im 2. Monat aussehen?

Tage im 2. Monat	Täglicher Umsatz (in €)
erster Mittwoch	1000, -
zweiter Mittwoch	
dritter Mittwoch	
vierter Mittwoch	

Prinzip der Vernetzung der Sprach- und Darstellungsebenen im MU



Aufgabenformate für Darstellungsvernetzungsaktivitäten

Wechseln von einer Darstellung in eine andere (hier symbolisch → verbal)

Stelle eine Textaufgabe zum
Funktionsterm $y = 0,2x + 5$ oder $y = 3x + 1$

Fabienne

10 min kosten bei einem Telefonat
von einem Handy $y = 10 + 0,2 = 10,20 \text{ €}$
Wieviel kostet bei einem Telefonat von
einem Handy 5 min.
 $y = 0,2x + 5 = 3,2 \text{ €}$

Paul

1 € Grundgebühr auf dem Handy
3 € pro minute (Anruf)
Wie viel zahle ich, wenn ich 2 sth. Telefonat habe?
 $y = 3x + 1$
 $y = 3 \cdot 120 + 1$
 $y = 361 \text{ €}$

Sven

Ein Freund von dir braucht Hilfe beim
Umzug... Er bringt dir ein 5 m langes
Brett, davon sägt er alle 5 Minuten
0,2 m ab.
Nach wie vielen Minuten ist das Brett
auseinander gesägt?

Klara

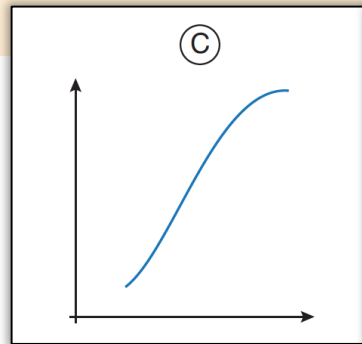
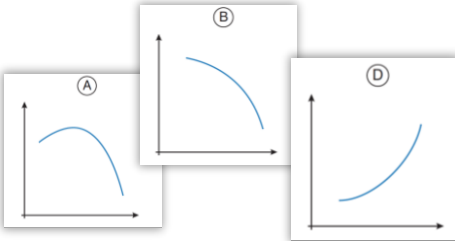
Ich möchte 3 Tomaten kaufen, und
kriege 1 Gratis dazu.

Darstellungsvernetzung als Chance mit vielfältigen Funktionen

Aufgabe: Formuliere passende Schlagzeilen zu den vorliegenden Graphen. Beschrifte dazu die Achsen.

Marvins mehrschrittiger Schreibprozess zu Graph C:

Sprache diagnostizieren



„... Handynutzung drastisch gestiegen.“

Sucht oder
... immer mobiler.
noch nicht jeder
ein Handy, aber die Zahl der Nutzer wächst. Doch in den
letzten Jahren ist die Handynutzung drastisch
gestiegen. Heutzutage haben sogar 8-Jährige
ein Handy!

Erste Überarbeitung

1. Doch im letzten Jahr ist der Handyverkauf gesunken
da jeder da fast jeder in Deutschland
besitzt. Sogar 8-Jährige.

„... im letzten Jahr ist der Handyverkauf gesunken.“

Sprache einfordern

Zweite Überarbeitung

1.2. Aber jetzt im Jahr 2016 hat die Handynutzung nicht
mehr so stark zugenommen, wie in den Jahren zuvor,
obwohl heute fast jeder ein Handy hat.

„... die Handynutzung nicht mehr so stark zugenommen.“

Viele Aufgaben, viele Kommunikationsanlässe

Welcher Anteil ist größer?



bildlich-graphisches Register

Wer ist der beste Torschütze?

Vier Kinder kämpften um den Titel des besten Torschützen...

verbal alltägssprachliche Ebene

Studie zur Koordinationsfähigkeit
In einer Gesamtschule in
Nordrhein-Westfalen wurde ...

verbal bildungssprachliche Ebene

Welches ist der größte Anteil?

verbal fachsprachliche Ebene

Was ist größer
 $\frac{3}{5}$ oder $\frac{3}{4}$

symbolisch-numerische Darstellungsebene

Vielfältiges Repertoire an Vernetzungsaktivitäten

Lena Wessel, Susanne Prediger & Dilan Şahin-Gür

Aktivität	Beispielauftrag zu Brüchen												
Wechseln von einer Darstellung in eine andere (frei wählbare oder vorgegebene)	<ul style="list-style-type: none"> Stelle den Bruch $\frac{3}{4}$ als Bild oder Situation dar. Finde zur Situation ... ein Bild / einen Bruch. Hier ist eine Rechenaufgabe, finde eine Textaufgabe dazu. Hier ist eine türkische Aufgabe, kannst du sie übersetzen? Hier ist ein recht komplizierter Zeitungstext. Schreibe ihn so um, dass andere Kinder ihn gut verstehen können. 												
Zuordnen vorgegebener Darstellungen, auch zur Sicherung von Fachwörtern	<ul style="list-style-type: none"> Von den Karten mit Brüchen, Situationen und Bildern gehören immer drei zusammen, ordne sie einander zu. Vorsicht, einige Bilder und Situationen fehlen, ergänze sie. Verbinde die Fachwörter Zähler, Nenner, Teil, Anteil, Ganzes mit dem Beispielbruch, um dir ihre Bedeutung zu merken. 												
Prüfen / Korrigieren der Passung zwischen Darstellungen	<ul style="list-style-type: none"> Ole hat zum Bruch $\frac{4}{5}$ folgendes Bild gemalt ... Verändere das Bild so, dass es passt. Pia hat zu $\frac{3}{4} > \frac{3}{5}$ eine Situation aufgeschrieben ... Korrigiere Pias Fehler in der Beschreibung. 												
Erklären der (Nicht-)Passung zwischen Darstellungen	<ul style="list-style-type: none"> Ole hat zum Bruch $\frac{4}{5}$ folgendes Bild gemalt ... Erkläre ihm, wieso es nicht passt. Verändere das Bild so, dass es passt. 												
Ermitteln mathematischer Beziehungen / Strukturen durch Darstellungswechsel	<ul style="list-style-type: none"> Welcher Bruch ist größer, $\frac{3}{4}$ oder $\frac{3}{5}$? Bestimme mit einem Bild oder mit einer Situation. 												
Erklären, wie mathematische Beziehungen / Strukturen in unterschiedlichen Darstellungen zu erkennen sind	<ul style="list-style-type: none"> Wie sieht man an dem Bild, welcher Anteil größer ist? Erkläre. 												
Sammeln und Reflektieren unterschiedlicher Möglichkeiten innerhalb einer Darstellung	<ul style="list-style-type: none"> Sammelt möglichst verschiedene Bilder für $\frac{3}{4} > \frac{3}{5}$. Geht alle Aufgaben der Buchseiten 23–27 durch und schreibt alle Ausdrücke heraus, mit denen Anteile beschrieben wurden (jeder 3.....). Schreibt sie auf ein großes Plakat. 												
Operatives Variieren in Darstellungen und Beschreiben / Begründen der Auswirkung auf weitere Darstellungen	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Anteil, den Can von einem Duplo nimmt:</th><th>Bild von Cans Teil</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\frac{1}{5}$</td><td></td></tr> <tr> <td>$\frac{2}{5}$</td><td></td></tr> <tr> <td>$\frac{3}{5}$</td><td></td></tr> <tr> <td>$\frac{4}{5}$</td><td></td></tr> <tr> <td>$\frac{5}{5}$</td><td></td></tr> </tbody> </table> <p>Untersuche die Anteile und Bilder genau:</p> <ul style="list-style-type: none"> Was verändert sich bei dem Anteil, den Can von einem Duplo nimmt? 	Anteil, den Can von einem Duplo nimmt:	Bild von Cans Teil	$\frac{1}{5}$		$\frac{2}{5}$		$\frac{3}{5}$		$\frac{4}{5}$		$\frac{5}{5}$	
Anteil, den Can von einem Duplo nimmt:	Bild von Cans Teil												
$\frac{1}{5}$													
$\frac{2}{5}$													
$\frac{3}{5}$													
$\frac{4}{5}$													
$\frac{5}{5}$													

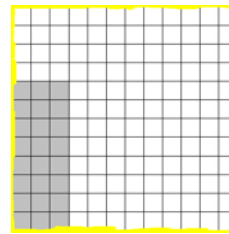
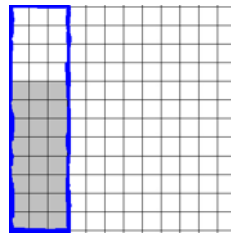
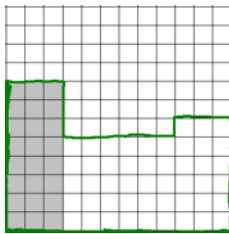
Aufgabenformate für Darstellungsvernetzungsaktivitäten

Wechseln von einer Darstellung in eine andere

- *Stelle den Bruch als Bild oder Situation dar!*
- *Hier ist ein Zeitungstext mit Anteilen, schreibe ihn um, so dass er leichter verständlich ist.*

Zuordnen von vorgegebenen Darstellungen

- *Von den Bildern und Brüchen gehören immer zwei zusammen. Ordne sie einander zu.*



$$\frac{1}{6}$$

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{3}$$

Prüfen / Korrigieren der Passung zwischen Darstellungen

- *Pia hat folgende Situation aufgeschrieben... . Überprüfe ob sie zu der fachsprachlichen Formulierung passt.*

Ermitteln / Erklären mathematischer Beziehungen & Strukturen durch Darstellungswechsel

- *Welcher der Brüche ist größer? Bestimme mit einem Bild oder mithilfe einer Situation.*
- *Wie sieht man an den Bruchstreifen, welcher Anteil größer ist?*

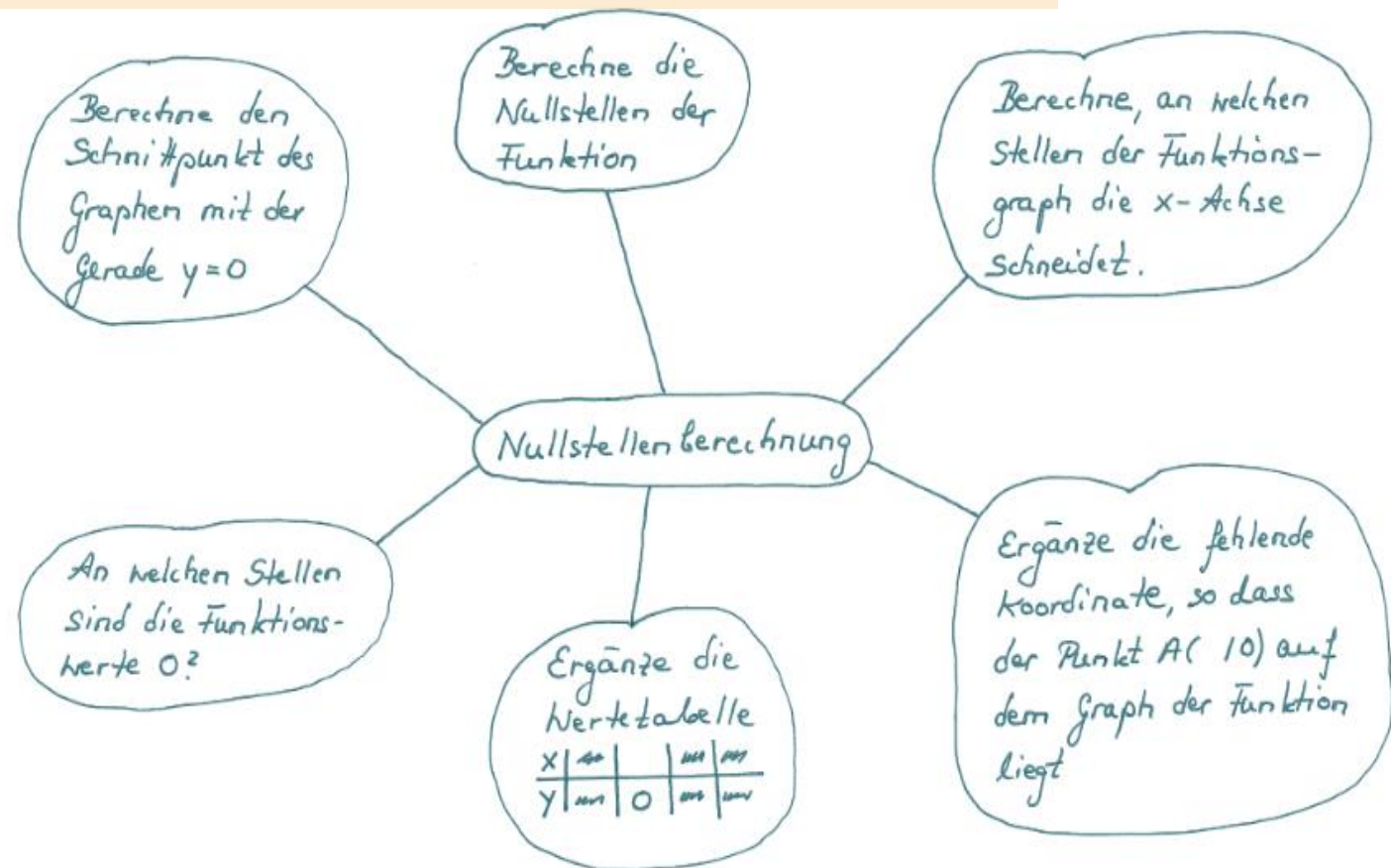
Sammeln und Reflektieren

- *Sammelt verschiedene Ausdrücke, mit denen Anteile beschrieben werden.*

Sammeln und Reflektieren (Wortfelderschließung)

Auftrag an Klasse:

Sammelt alle Satzbausteine aus den Schulbuch-Aufgaben, bei denen man die Nullstellen einer Funktion berechnen muss. Findet möglichst unterschiedliche.



Aufgabenformate für Darstellungsvernetzungsaktivitäten

Operatives Variieren & Beschreiben der Auswirkungen

Duploaufgaben

1. Aufgabe

Can teilt sich mit Freunden gerecht ein Duplo.



Er überlegt sich, welchen Anteil er bekommt, wenn sie zusammen zwei, drei, vier Freunde sind. Dazu hat er die folgende Tabelle angefangen. Fülle sie weiter aus.

Duplo verteilt an Freunde:	Bild von Cans Teil	Anteil, den Can von einem Duplo bekommt:
1 Duplo - 2 Freunde		$\frac{1}{2}$
1 Duplo - 3 Freunde		$\frac{1}{3}$
1 Duplo - 4 Freunde		$\frac{1}{4}$
1 Duplo - 5 Freunde		$\frac{1}{5}$

Untersuche die Bilder und Anteile genau:

- Wie verändert sich der Anteil, den Can von einem Duplo bekommt?
- Warum verändert sich der Anteil?

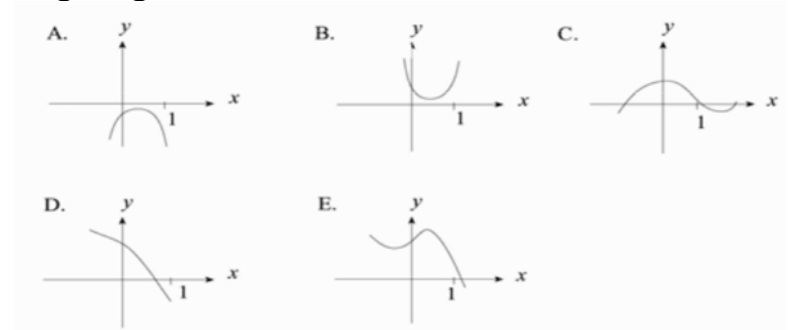
Vernetzungsaktivitäten zum Thema Wendepunkt

Wechseln von einer Darstellung in eine andere

- Zeichnen Sie jeweils einen Funktionsgraphen in einem geeigneten Intervall, sodass die angegebenen Bedingungen erfüllt sind: ...

Zuordnen von vorgegebenen Darstellungen

- Welche der folgenden Graphen hat die nachstehenden Eigenschaften:
 $f'(0) < 0$, $f'(1) < 0$ und $f''(x)$ ist immer negativ?



Prüfen / Korrigieren der Passung zwischen Darstellungen

- Petra hat zu dem Änderungsgraphen eine Beschreibung formuliert. Korrigiere Petras Fehler in der Beschreibung.

Ermitteln / Erklären mathematischer Beziehungen & Strukturen durch Darstellungswechsel

- Begründen Sie mithilfe des Graphen von f' :
 - f hat keine lokalen Extrema.
 - Die kleinste Steigung ist an der Stelle $x=2$.
 - f ist im ganzen Definitionsbereich streng monoton wachsend.

Sammeln und Reflektieren

- Sammeln Sie alle Ausdrücke, mit denen Wendepunkte beschrieben wurden (Blick in die Schulbücher).

Petra hat zu dem Änderungsgraphen eine Beschreibung formuliert. Korrigiere Petras Fehler in der Beschreibung.

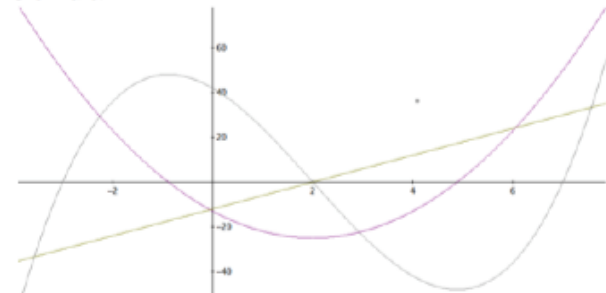


Rechenverfahren erklären I

Um eine Wendestelle zu berechnen, sind zwei Schritte notwendig:

- man bestimmt die Nullstelle x_0 der ersten Ableitung und
- man überprüft, ob $f''(x_0) \neq 0$ ist.

Erläutern Sie anhand der Graphen, warum man mit den Schritten (1) und (2) eine Wendestelle erhält.



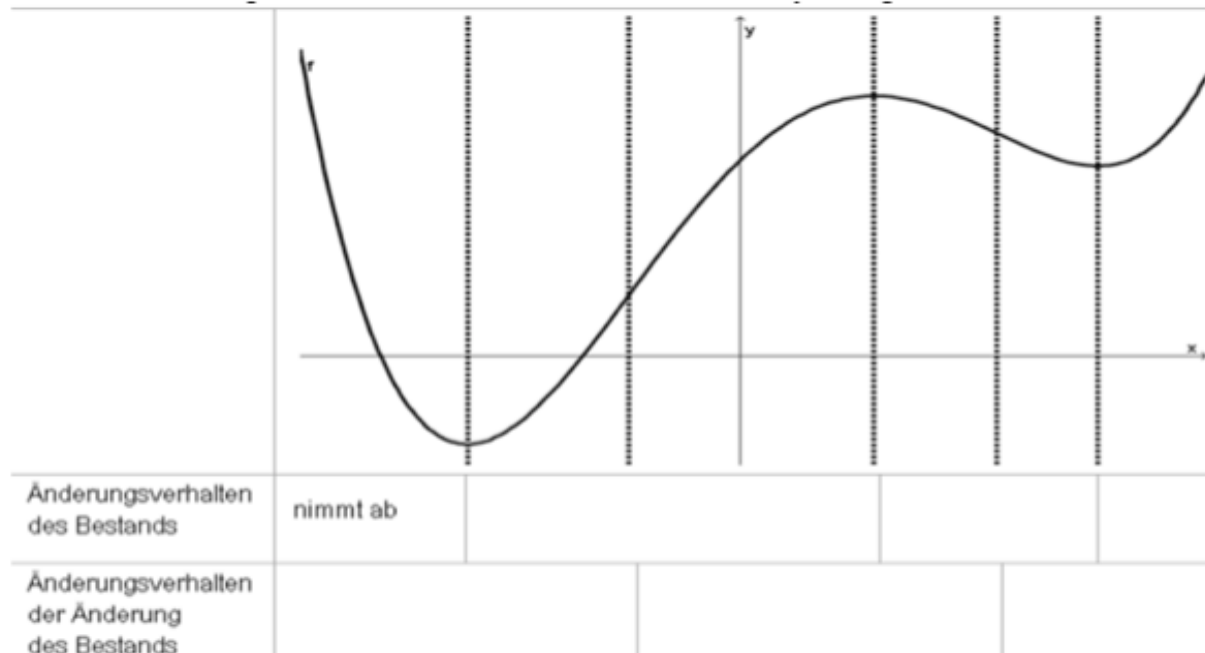
immer langsamer bis nahezu keine Wasserzunahme zu verzeichnen ist.

Vernetzungsaktivitäten zum Thema Wendepunkt

Operatives Variieren & Beschreiben der Auswirkungen

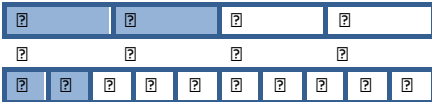















Im Folgenden sehen Sie den Graphen einer Funktion f , der durch gestrichelte Linien in Intervalle eingeteilt wurde.

- a. Füllen Sie die Tabelle aus, indem Sie das Änderungsverhalten des Bestandes sowie das Änderungsverhalten der Änderung des Bestandes mit „nimmt ab“ oder „nimmt zu“ für die jeweiligen Intervalle kommentieren.



- b. Untersuchen Sie die Intervalle und das Änderungsverhalten genau:
- Wann verändert sich was am Änderungsverhalten des Bestands (f)?
 - Wie verändert sich das Änderungsverhalten der Änderung des Bestands (f') und warum?

Aktivität: Aufgaben zur Darstellungsvernetzung konstruieren

Aktivität	Beispielauftrag zu Brüchen												
Wechseln von einer Darstellung in eine andere (frei wählbare oder vorgegebene)	<ul style="list-style-type: none"> • Stelle den Bruch $\frac{3}{4}$ als Bild oder Situation dar. • Finde zur Situation $\frac{1}{2}$ ein Bild (einen Bruch). • Hier ist eine Rechenaufgabe, finde eine Textaufgabe dazu. • Hier ist eine türkische Aufgabe, kannst du sie übersetzen? • Hier ist ein recht komplizierter Zeitungstext. Schreibe ihn so um, dass andere Kinder ihn gut verstehen können. 												
Zuordnen vorgegebener Darstellungen, auch zur Sicherung von Fachwörtern	<ul style="list-style-type: none"> • Von den Karten mit Brüchen, Situationen und Bildern gehören immer drei zusammen, ordne sie in der Reihe. • Vorsicht, einige Bilder und Situationen fehlen, ergänze sie. • Verbinde die Fachwörter Zähler, Nenner, Teil, Anteil, Ganzes mit dem Beispielbruch, um ihre Bedeutung zu merken. 												
Prüfen / Korrigieren der Passung zwischen Darstellungen	<ul style="list-style-type: none"> • Ole hat zum Bruch $\frac{2}{5}$ folgendes Bild gemalt. Verändere das Bild so, dass es passt. • Pia hat zu $\frac{2}{3}$ eine Situation aufgeschrieben. Korrigiere Pias Fehler in der Beschreibung. 												
Erklären der (Nicht-)Passung zwischen Darstellungen	<ul style="list-style-type: none"> • Ole hat zum Bruch $\frac{2}{5}$ folgendes Bild gemalt. Erkläre ihm, wieso es nicht passt. Verändere das Bild so, dass es passt. 												
Ermitteln mathematischer Beziehungen durch Strukturwechsel	<ul style="list-style-type: none"> • Welcher Bruch ist größer, $\frac{2}{4}$ oder $\frac{3}{5}$? Bestimme mit einem Bild oder einer Situation. 												
Erklären, wie mathematische Beziehungen in unterschiedlichen Darstellungen zu erkennen sind	<ul style="list-style-type: none"> • Wie sieht man an dem Bild, welcher Anteil größer ist? Erkläre. 												
Sammeln und Reflektieren unterschiedlicher Möglichkeiten innerhalb einer Darstellung	<ul style="list-style-type: none"> • Sammle möglichst verschiedene Bilder für $\frac{2}{4}$ / $\frac{3}{5}$. • Geht alle Aufgaben der Buchseiten 23-27 durch und schreibe alle Ausdrücke heraus, mit denen Anteile beschrieben wurden (jeder $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{5}$). Schreibe sie auf ein großes Plakat. 												
Operatives Variieren in Darstellungen und Beschreiben / Begründen der Auswirkung auf weitere Darstellungen	<p>Untersuche die Anteile und Bilder genau:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Anteil, den Can von einem Duplo nimmt:</th><th>Bild von Cans Teil</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1/5</td><td></td></tr> <tr> <td>2/5</td><td></td></tr> <tr> <td>3/5</td><td></td></tr> <tr> <td>4/5</td><td></td></tr> <tr> <td>5/5</td><td></td></tr> </tbody> </table> <p>Was verändert sich bei dem Anteil, den Can von einem Duplo nimmt?</p> <p>Wie verändert sich sein Teil und warum?</p>	Anteil, den Can von einem Duplo nimmt:	Bild von Cans Teil	1/5		2/5		3/5		4/5		5/5	
Anteil, den Can von einem Duplo nimmt:	Bild von Cans Teil												
1/5													
2/5													
3/5													
4/5													
5/5													

Aktivität: Aufgaben zur Darstellungsvernetzung konstruieren

Vielfältiges Repertoire von Vernetzungsaktivitäten

Aktivität Beispielauftrag zum Thema

Wendepunkt (Kl. 11/12)

Wechseln von einer Darstellung in eine andere frei wählbare oder vorgegebene

?

oder

Pfadregel (Kl. 9)

Division natürlicher Zahlen (Kl. 5)

Binomialkoeffizient (Kl. 11/12)

Nullstelle einer Funktion (Kl. 8/9)

Zuordnen vorgegebener Darstellungen, auch zur Sicherung von Fachwörtern

?

Prüfen/Korrigieren der Passung zwischen Darstellungen

?

Erklären der (Nicht-)Passung zwischen Darstellungen

?

....

(Hauptsache, das Beispiel braucht Verstehen)

Ermitteln mathematischer Beziehungen / Strukturen durch Darstellungswechsel

?

Aufgabe (im 2er Team):

Erstellen Sie zu einem selbstgewählten

mathematischen Konzept (mit Verstehensbedarf) ein ähnliches Aufgabenset.

Beginnen Sie mit Beispielen zu **einer** Darstellungsvernetzungsaktivität.

Erklären, wie mathematische Beziehungen / Strukturen in unterschiedlichen Darstellungen zu erkennen sind

?

Sammeln und Reflektieren unterschiedlicher Möglichkeiten innerhalb einer Darstellung

?

Operatives Variieren in Darstellungen und Beschreiben/Begründen der Auswirkung auf weitere Darstellungen

?

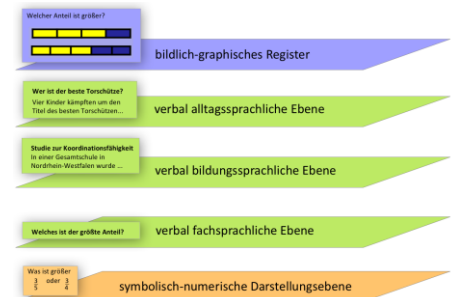
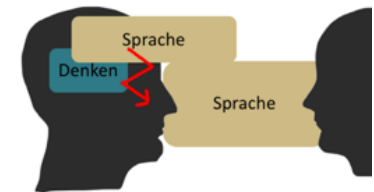
Fazit: Wo ist das Problem?

- sprachliche Anforderungen liegen nicht nur auf der Wortebene, sondern auch auf Satz-, Text- und Diskursebene
- nicht nur beim Lesen sondern vor allem beim Aufbau von Verständnis
- neben der kommunikativen Funktion ist vor allem die kognitive Funktion relevant für Lernprozesse.
- dabei müssen wir besonders achten auf bedeutungsbezogene Sprache, die oft aus der Bildungssprache kommt

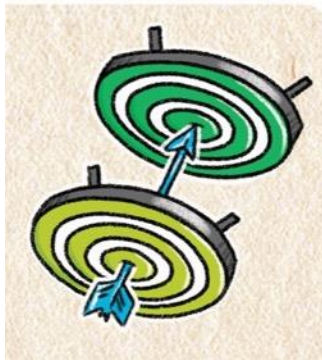
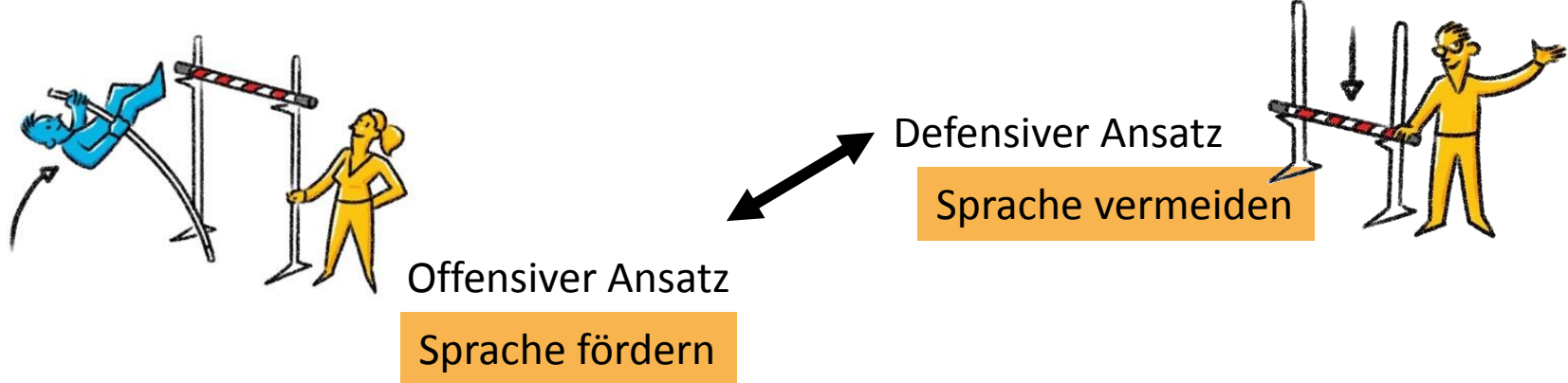
Berichten des Rechenwegs

Erklären der Bedeutung

Allg. Zusammenhänge beschreiben



Fazit: Was können wir im Mathe-Unterricht tun?



Relevanz der Sprachbildung für fachliches Lernen:

- viele Lernende sind betroffen,
- für alle (auch sprachlich Starke) wird fach- und sprachintegrierter Unterricht lernwirksam, weil
 - Prozesse intensiviert werden
 - Verständnis gestützt wird
 - wer fachliche Lernziele erreichen will, muss auch an sprachlichen Lernzielen arbeiten

Darstellungswechsel Graph mit Wortspeicher in einen Kontext



Ihr Fazit

Twitter-Runde

Was ist das Wichtigste, das Sie von heute für Ihren Unterricht mitnehmen?



Twitter-Regeln:

Alle dürfen sich beim Twittern äußern (hier mündlich), aber keiner muss.

Jede Twitter-Nachricht ist auf 140 Zeichen begrenzt.

Es gibt keine feste Reihenfolge und kein Melden.

Basistexte:

- Meyer, M. & Prediger, S. (2012). Sprachenvielfalt im Mathematikunterricht – Herausforderungen, Chancen und Förderansätze. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 54(45), 2–9. http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/veroeff/12-Meyer_Prediger_PM-H45_Webversion.pdf
- Prediger, S. (2016). Wer kann es auch erklären? Sprachliche Lernziele identifizieren und verfolgen. *Mathematik differenziert*, 7(2), 6–9. <http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/veroeff/16-MatheDiff-Prediger-Sprachliche-Lernziele.pdf>
- Prediger, S. & Wessel, L. (2012). Darstellungen vernetzen – Ansatz zur integrierten Entwicklung von Konzepten und Sprachmitteln. In: *Praxis der Mathematik in der Schule* 54(45), 29–34. http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/veroeff/12-Prediger_Wessel_PM-H45-Webversion.pdf

Sprachdidaktischer Hintergrund zur Bildungssprache:

- Feilke, H. (2012). Bildungssprachliche Kompetenzen – fördern und entwickeln. *Praxis Deutsch*, 39(233), 4–13.

Weitere zitierte Literatur:

- Bruner, J. S. (1971). Über kognitive Entwicklung. In: J. Bruner et al.: Studien zur kognitiven Entwicklung, Klett, Stuttgart: Kohlhammer, 21–53.
- Cummins, J. (1979). Cognitive/academic language proficiency, linguistic interdependence, the optimum age question and some other matters. Working Papers on Bilingualism (19), 121–129.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. In: Educational Studies in Mathematics 61(1-2), 103–131.
- Leisen, J. (2005). Wechsel der Darstellungsformen. Ein Unterrichtsprinzip für alle Fächer. In: Der Fremdsprachliche Unterricht Englisch 78, 9–11 (online verfügbar).
- Link, M. (2012). Grundschulkindern beschreiben operative Zahlenmuster: Entwurf, Erprobung und Überarbeitung von Unterrichtsaktivitäten als ein Beispiel für Entwicklungsforschung. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Maier, H. & Schweiger, F. (1999). Mathematik und Sprache. Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Unterricht. Wien: oebv und hpt Verlagsgesellschaft.
- Morek, M. & Heller, V. (2012). Bildungssprache – Kommunikative, epistemische, soziale und interaktive Aspekte ihres Gebrauchs. Zeitschrift für angewandte Linguistik, 57(1), 67–101.
- Prediger, S. (2015). „Die Aufgaben sind leicht, weil ... die leicht sind.“ Sprachbildung im Fachunterricht – am Beispiel Mathematikunterricht. In: W. Ostermann, T. Helmig, N. Schadt & J. Boesten (Hrsg.). Sprache bildet! Auf dem Weg zu einer durchgängigen Sprachbildung in der Metropole Ruhr. Mülheim: Verlag an der Ruhr, 185–196. .
- Prediger, S. & Krägeloh, N. (2015). “x-arbitrary means any number, but you do not know which one” - The epistemic role of languages while constructing meaning for the variable as generalizers, . In: A. Halai & P. Clarkson (Hrsg.), Teaching and Learning Mathematics in Multilingual Classrooms: Issues for policy, practice and teacher education (S. 89–108). Rotterdam: Sense.
- Prediger, S. & Wessel, L. (2017/18, im Druck). Brauchen mehrsprachige Jugendliche eine andere fach- und sprachintegrierte Förderung als einsprachige? Differentielle Analysen zur Wirksamkeit zweier Interventionen in Mathematik. Erscheint in Zeitschrift für Erziehungswissenschaft.
- Prediger, S. (2017). „Kapital multipliziert durch Faktor halt, kann ich nicht besser erklären“- Sprachschätze für einen verstehensorientierten Mathematikunterricht. In B. Lütke, I. Petersen, & T. Tajmel (Hrsg), Fachintegrierte Sprachbildung - Forschung, Theoriebildung und Konzepte für die Unterrichtspraxis (S. 229–252). Berlin: de Gruyter.
- Prediger, S., Wilhelm, N., Büchter, A., Benholz, C. & Gürsoy, E. (2015). Sprachkompetenz und Mathematikleistung – Empirische Untersuchung sprachlich bedingter Hürden in den Zentralen Prüfungen 10. Journal für Mathematik-Didaktik, 36(1), 77–104.
- Rasch, H. (2010). Wortfelder suchen – Spracharbeit im Mathematikunterricht. PM : Praxis der Mathematik in der Schule, 52(35), 42–43.
- Selter, C., Prediger, S., Nührenbörger, M. & Hußmann, S. (Hrsg.). (2014). Mathe sicher können – Natürliche Zahlen. Förderbausteine und Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen. Berlin: Cornelsen.
- Stanat, P. (2006). Disparitäten im schulischen Erfolg: Forschungsstand zur Rolle des Migrationshintergrunds. Unterrichtswissenschaft, 36(2), 98–124.
- Wessel, L. (2015). Fach- und sprachintegrierte Förderung durch Darstellungsvernetzung und Scaffolding. Ein Entwicklungsforschungsprojekt zum Anteilbegriff. Heidelberg: Springer Spektrum.