## **Zirkel - Matrizen und lineare Gleichungssysteme**

## **Mehrstufige Produktionsprozesse**

**Mathematische Grundlage**

*Bei mehrstufige Produktionsprozessen* sind die Materialverflechtungen jeder Stufe (also wie viele Produkte der Vorstufe werden jeweils zur Herstellung von je einem Produkt der Folgestufe benötigt) durch Matrizen beschrieben.

Als Vorwissen für diese Station benötigt man die Matrixschreibweise von linearen Gleichungssystemen ( ) sowie Kriterien für die Lösbarkeit von LGS (Gauß-Alg, …) und Matrizenoperationen.

**Arbeitsauftrag:**

Der deutsche Büromöbelhersteller „Relaxworkline“ stellt hochwertige Büromöbel und Accessoires her. Der Sitz des Hauptstandortes ist Coesfeld in Nordrhein-Westfahlen. Zur Dämpfung der Nebenkosten sind in den vergangenen Jahren auch mehrere Zweigwerke in Nachbarländern entstanden. So gibt es ein Werk in Lettland (Tallin) und ein Werk in Polen (Danzig). Hier werden einige Endprodukte aber vor allem Bauteile hergestellt, die in Deutschland dann die Endfertigung durchlaufen.

Im Zweigwerk P in Polen werden aus vier Rohstoffen R1, R2, R3 und R4 die drei Komponenten Zplus1, Zplus2 und Zplus3 hergestellt, aus denen in Deutschland fertige Regalbauwände RegA, RegB und RegC erstellt werden. Die folgenden Tabellen geben den bei der Fertigung auftretenden Materialfluss in Mengeneinheiten (ME) und die Material- und Fertigungskosten in Geldeinheiten (GE) an.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Komponenten  (K)  Rohstoffe (R) | ZPlus1 | ZPlus2 | ZPlus3 |  | Regalwände  (W)  Komponenten | RegA | RegB | RegC |
| R1 | 4 | 8 | 0 |  | ZPlus1 | 4 | 2 | 2 |
| R2 | 0 | 2 | 3 |  | ZPlus2 | 1 | 3 | 3 |
| R3 | 3 | 0 | 2 |  | ZPlus3 | 2 | 2 | 6 |
| R4 | 5 | 1 | 2 |  |  |  |  |  |

ROHSTOFFKOSTEN JE MENGENEINEHIT IN GE

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| R1 | R2 | R3 | R4 |
| 1 | 2 | 3 | 1 |

KOSTEN FÜR DIE FERTIGUNG JE EINER ME DER ZWISCHENPRODUKTE IN GE

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ZPLUS1 | ZPlus2 | ZPlus3 |
| 4 | 3 | 1 |

KOSTEN FÜR DIE FERTIGUNG JE EINER ME DER ENDPRODUKTE IN GE

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Reg1 | Reg2 | Reg3 |
| 2 | 4 | 6 |

1. Für einen Auftrag für einen Großhändler müssen 20 ME von RegA, 30 ME von RegB und 15 ME von RegC hergestellt und ausgeliefert werden. Es sind genügend Rohstoffe für diesen Auftrag auf Lager.   
   Ermitteln Sie mit Hilfe der Matrizenrechnung die Kosten für diesen Auftrag. Die in der Rechnung verwendeten Preisvektoren sollen sich immer auf je eine ME beziehen, um diese besser wiederverwenden zu können.

(Zur Kontrolle: Die Rohstoff-/Regalwandmatrix und der Vektor der Herstellungskosten der Regalwände (für je eine Wand):

; )

1. Wegen Renovierungsarbeiten im Rohstofflager soll das Lager komplett geräumt werden. Der vorhanden Lagerbestand wird durch den Vektor

beschrieben. Der Lagerleiter teilt Ihnen mit, dass sich der Bestand an R1, R2 und R3 komplett verbrauchen ließe, der Bestand von R4 hierzu aber noch passend ergänzt werden müsse. Prüfen Sie die Aussage des Lagerleiters und bestimmen Sie ggf. die noch zu ergänzende Menge des Rohstoffs R4.

**Hilfen zur Umsetzung**

|  |  |
| --- | --- |
| * Matrizen lassen sich einfach mit Hilfe der Tabellenansicht und dem Erzeuge-Matrix Menüpunkt aus dem Kontextmenü (rechte Maustaste erzeugen) * Sprechende Namen lassen sich in der Algebraansicht durch „Umbenennen“ vergeben, Indizes mit Unterstrich und geschweiften Klammern, falls der Index aus mehr als 1 Zeichen besteht. * Matrizenmultiplikationen, Additionen, … können z. B. im CAS-Fenster mit den üblichen Rechenzeichen erfolgen, sofern die Dimensionen passend sind. * Natürlich können auch Matrizen mit Parametern bzw. Variablen eingegeben werden.   X\_b:={{a},{b},{c}}   * Matrizengleichungen können ebenfalls im CAS-Fenster gelöst werden. Dies geht z. B. so, dass man rechte Seite – linke Seite rechnet und dann in der Folgezeile einen passenden LOESE-Befehl erstellt mit Bezug auf die obige Zeile. Das „=0“ setzen erfolgt automatisch, falls die Liste der Gleichungen keine rechte Seite hat.   Löse[#5, {a,b,c}]  M\*X\_b-BE |  |

**Lösung**

s. auch Datei STL\_Mat\_Prod\_Bearbeitung.ggb

