Schätzen von Wahrscheinlichkeiten I

|  |  |
| --- | --- |
| Für den seltsamen Dreieckswürfel rechts kennt man die Wahrscheinlichkeit für das Erscheinen der Augenzahlen 1 bis 5 nicht. Sie lassen sich auch nicht gut aus der Geometrie des Würfels schätzen, außer: die Wahrscheinlichkeit für 3 und 4 (unten) wird größer sein als die für 1, 2, 5 (verdeckt hinten). Wenn man über die Wahrscheinlichkeit der Ergebnisse eines Zufallsversuchs nichts Genaues weiß, kann man ihn aber sehr häufig durchführen. Dann lässt sich vielleicht mehr erkennen. | Würfel 1 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Zahl  der "3" | Summe  der Würfe | Summe  der "3" | relative  Häufigkeit |  | Hier wurde der Würfel 40mal in 100er-Serien geworfen mit den Ergebnissen für die 3 in der Tabelle.  1. Suche die kleinste und größte Anzahl für das Erscheinen der "3" in den Hunderterserien. Gib damit eine erste Schätzung für die Wahrscheinlichkeit einer "3" an.  2. Wie wurde zur 9. Serie die Zahl 222 in der 3. Spalte errechnet. Was besagt sie?  3. Rechne drei relative Häufigkeiten in der rechten Spalte der Tabelle nach.  4. Zur Schwankung der relativen Häufigkeit:  a) Um wie viel Prozentpunkte schwankt die relative Häufigkeit in den Würfen  \* von 100 bis 1000,  \* von 1100 bis 2000,  \* von 2100 bis 3000,  \* von 3100 bis 4000?  b) Formuliere eine Regel, wie sich die Schwankung der relativen Häufigkeit mit zunehmender Würfezahl ändert.  5. Schätze die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der "3".  6. Kommentiere: Ist die geschätzte Wahrscheinlichkeit richtig? Ist sie sicher?  7. Schätzt man die Wahrscheinlichkeit für das Erscheinen der "3" auf 27 %, so ergeben sich die Wahrscheinlich-keiten für die anderen Zahlen aufgrund der Symmetrie. Bestimme sie. |
| 35 | 100 | 35 | 35,0 % |  |
| 29 | 200 | 64 | 32,0 % |  |
| 30 | 300 | 94 | 31,3 % |  |
| 21 | 400 | 115 | 28,8 % |  |
| 18 | 500 | 133 | 26,6 % |  |
| 21 | 600 | 154 | 25,7 % |  |
| 20 | 700 | 174 | 24,8 % |  |
| 25 | 800 | 199 | 24,9 % |  |
| 23 | 900 | 222 | 24,7 % |  |
| 33 | 1000 | 255 | 25,5 % |  |
| 17 | 1100 | 272 | 24,7 % |  |
| 34 | 1200 | 306 | 25,5 % |  |
| 32 | 1300 | 338 | 26,0 % |  |
| 22 | 1400 | 360 | 25,7 % |  |
| 29 | 1500 | 389 | 25,9 % |  |
| 37 | 1600 | 426 | 26,6 % |  |
| 34 | 1700 | 460 | 27,1 % |  |
| 31 | 1800 | 491 | 27,3 % |  |
| 35 | 1900 | 526 | 27,7 % |  |
| 27 | 2000 | 553 | 27,7 % |  |
| 20 | 2100 | 573 | 27,3 % |  |
| 31 | 2200 | 604 | 27,5 % |  |
| 29 | 2300 | 633 | 27,5 % |  |
| 19 | 2400 | 652 | 27,2 % |  |
| 25 | 2500 | 677 | 27,1 % |  |
| 31 | 2600 | 708 | 27,2 % |  |
| 21 | 2700 | 729 | 27,0 % |  |
| 23 | 2800 | 752 | 26,9 % |  |
| 18 | 2900 | 770 | 26,6 % |  |
| 29 | 3000 | 799 | 26,6 % |  |
| 35 | 3100 | 834 | 26,9 % |  |
| 19 | 3200 | 853 | 26,7 % |  |
| 32 | 3300 | 885 | 26,8 % |  |
| 21 | 3400 | 906 | 26,6 % |  |
| 34 | 3500 | 940 | 26,9 % |  |
| 33 | 3600 | 973 | 27,0 % |  |
| 31 | 3700 | 1004 | 27,1 % |  |
| 23 | 3800 | 1027 | 27,0 % |  |
| 30 | 3900 | 1057 | 27,1 % |  |
| 18 | 4000 | 1075 | 26,9 % |  |
|  |  |  |  |  |

**Lösungen zum Schätzen von Wahrscheinlichkeiten I**

1. Größte Anzahl: 37, kleinste Anzahl 17. Die Wahrscheinlichkeit für eine 3 liegt vermutlich zwischen 17 % und 37 %.

2. In der 9. Serie ist 33mal die drei gefallen, in den ersten 9 Serien zusammen 222mal, denn in den ersten 800 Würfen war sie insgesamt 199mal gefallen und 199 + 33 = 222.

3. Dividiere die Summe der „3“ durch die Summe der Würfe und notiere das Dezimalzahlergebnis als Prozentsatz.

4a) Zur Schwankung der relativen Häufigkeit

• In den ersten tausend Würfen schwankt die relative Häufigkeit zwischen 24,7 % und 35,0 %; also um 10,3 Prozentpunkte.

• Im zweiten Tausender liegt die relative Häufigkeit zwischen 24,7 % und 27,7 %, schwankt also um 3 Prozentpunkte.

• Von 2100 bis 3000 Würfen gibt es minimal 26,6 % und maximal 27,5 %, also ein Schwankung um 0,9 Prozentpunkte.

• Im letzten Tausender schwankt die relative Häufigkeit zwischen 26,6 % und

27,1 %; also um 0,5 Prozentpunkte.

b) Die Schwankung der relativen Häufigkeit geht von 10,3 über 3 und 0,9 auf 0,5 Prozentpunkte zurück. Allgemein: Je häufiger ein Zufallsversuch durchgeführt wird desto geringer schwankt die relative Häufigkeit. Sie stabilisiert sich bei einem bestimmten Wert.

5. Schätzung der Wahrscheinlichkeit für die Augenzahl 2: etwa 27 %.

6. 27 % ist nicht ganz sicher, da die relative Häufigkeit am Ende der Versuchsreihe noch um 0,5 Prozentpunkte schwankte.

7. Die Wahrscheinlichkeit für 3 und 4 ist aus Symmetriegründen gleich: jeweils 27 %. Für 1, 2 und 5 bleiben 100 % - 54 % = 46 %, also jeweils %  15,3 %.

Anmerkung: Hier liegt eine Kombination von Überlegungen zur statistischen und zur Laplace-Wahrscheinlichkeit vor. Aufgrund von Symmetrieüberlegungen ist klar, dass einige Zahlen mit gleicher Wahrscheinlichkeit fallen. Aber nicht alle haben die gleiche Wahrscheinlichkeit (Laplace-Eigenschaft).

Mit einer langen Versuchsserie bestimmt man statistisch die Wahrscheinlichkeit für eine Zahl. Die anderen erschließt man aus Symmetrieüberlegungen.