

**Zu der Bearbeitung von Kurvenscharen ist Folgendes wichtig:**

Ein Parameter in Geogebra kann entweder mit einem Schieberegler verknüpft werden oder im CAS-Fenster zur paramterabhängigen Berechnung von Funktionseigenschaften dienen, aber er kann nicht beides gleichzeitig leisten!

Daher ist es sinnvoll parametrisierte Funktionen mit verschiedenen Bezeichnern und Parameternamen sowohl im CAS-Fenster, als auch im Algebra-Fenster einzugeben.

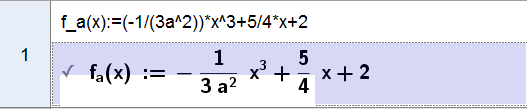
Da die meisten Aufgaben sich auf das CAS-Fenster beziehen, empfiehlt es sich hier die Originalbezeichner der Aufgabe zu verwenden und im Algebra-Fenster f1 statt f und anstelle von a den Namen a1 zu verwenden.

Bearbeitungs- und Lösungshinweise zum Einsatz mit Geogebra finden sich auf der Folgeseite

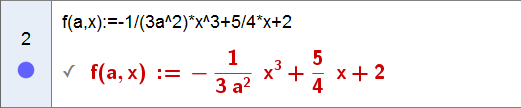
## Funktionseingabe

Typische Stolpersteine:

* Zum Definieren von Objekten im CAS-Fenster stets **:=** verwenden!
* Lieber ein Klammerpaar mehr verwenden als zu wenig! Lässt man z. B. unten die Klammern um (3a^2) weg, wird nur durch 3 geteilt und mit a^2 multipliziert.
* Die Schreibweise versteht Geogebra als einen neuen Variablennamen. Erst bei Verwendung des \* weist Geogebra darauf hin, dass das Produkt aus a und x zu bilden ist:  
  .
* Für Exponentialfunktionen am besten exp(x) verwenden, dass e der Tastatur entspricht nicht der Konstante e!



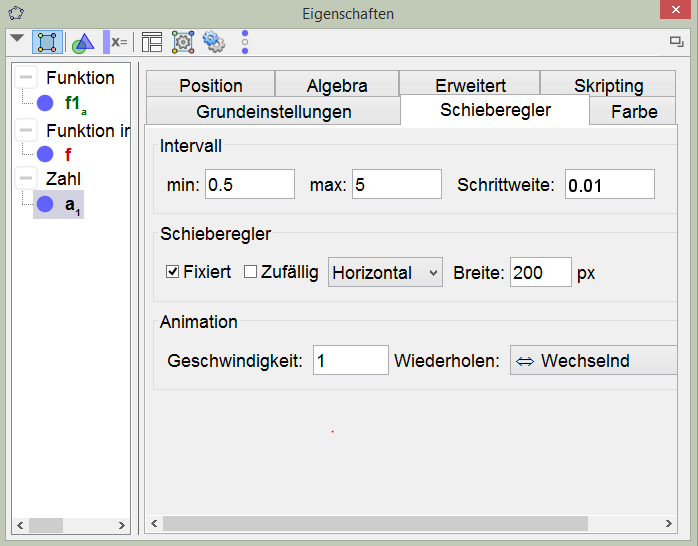
**Alternative**: Funktionseingabe als Funktion mit zwei Veränderlichen.

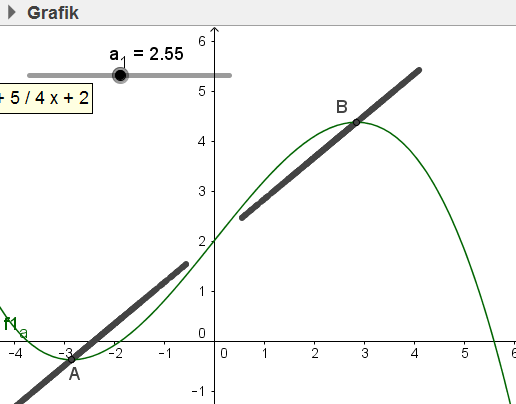


**Aufgabenteil a)**

## Graphenänderungen beobachten mit Schieberegler und Spurpunkten

Eingabe der Funktion im Algebra-Fenster zur Beobachtung der Veränderung mit Hilfe eines Schiebereglers. Dieser wird automatisch erzeugt, sobald Sie im Algebra-Fenster andere Variablennamen als x und y verwenden.





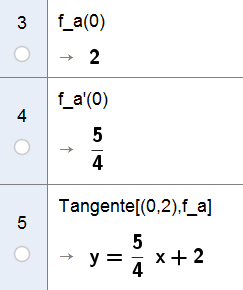
Nun kann die Veränderung des Graphen durch Veränderung des Schiebereglers beobachtet werden.

Tipp: Mit der Funktion Extremum[f1\_a] werden die Extrempunkte gekennzeichnet. Legt man für diese Punkte in den Eigenschaften (Rechte Maustaste auf den Punkten im Algebra-Fenster) fest, dass die Spur aufgezeichnet wird, so wird die Veränderung dieser Punkte ebenfalls visualisiert.

Zu b)

## Funktionswerte, Steigungen und Tangenten an den Graphen berechnen,

y-Werte können einfach durch Einsetzen ermittelt werden. Durch Beobachtung der Graphen oder durch Analyse des Funktionsterms wird deutlich, dass der Punkt (0|2) allen Graphen der Funktionsschar gemeinsam ist.

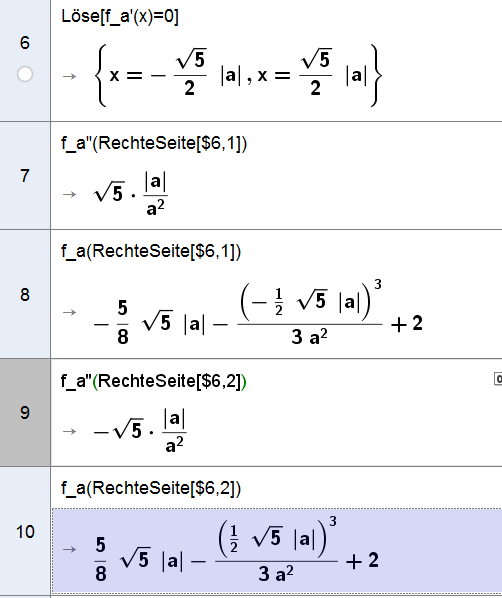
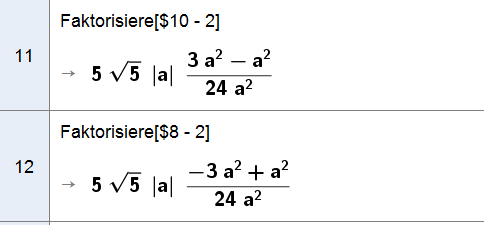


Eingabe eines Punktes

Zu c)

## Extrempunkte ermitteln mit notwendigen und Hinreichenden Kriterium, Löse-Befehl.

Rechnung in Geogebra:

**Mögliche Dokumentation im Heft:**

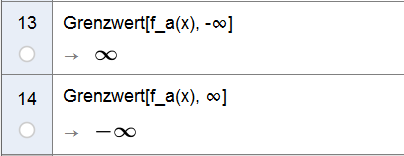
Ein Extremwert einer ganzrationalen Funktion kann nur dann vorliegen, wenn die Steigung dort 0 ist:

Die zusätzliche Beachtung der Krümmungsrichtung an diesen Stellen liefert:

sowie und somit ist für alle der Punkt T( ein lokalen Tiefpunkt und der Punkt H( ein lokaler Hochpunkt.

Zu d)

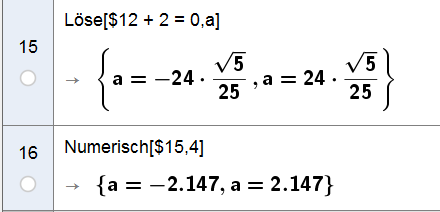
## Globales Verhalten

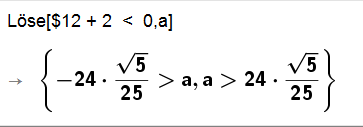


Aus c) lässt sich ablesen, dass der Tiefpunkt mal im dritten und mal im zweiten Quadranten liegt und der Hochpunkt immer im ersten Quadranten liegt. Da zudem für die Grenzwerte gilt:

;

und eine ganzrationale Funktion immer maximal drei Nullstellen haben kann, hat die Funktionenschar für genau drei Nullstellen, wenn der Tiefpunkt im dritten Quadranten liegt, also die y-Koordinate negativ ist. Denn sie muss vor dem Tiefpunkt der im Negativen liegt einmal die x-Achse passieren, eine weitere Nullstelle muss zwischen Tiefpunkt und Hochpunkt liegen und nach dem Hochpunkt kreuzt der Graph wiederum die x-Achse, um nun weiter im 4. Quadranten zu verlaufen.





CAS liefert für die y-Koordinate des Tiefpunkts:

und

Insgesamt gilt also:

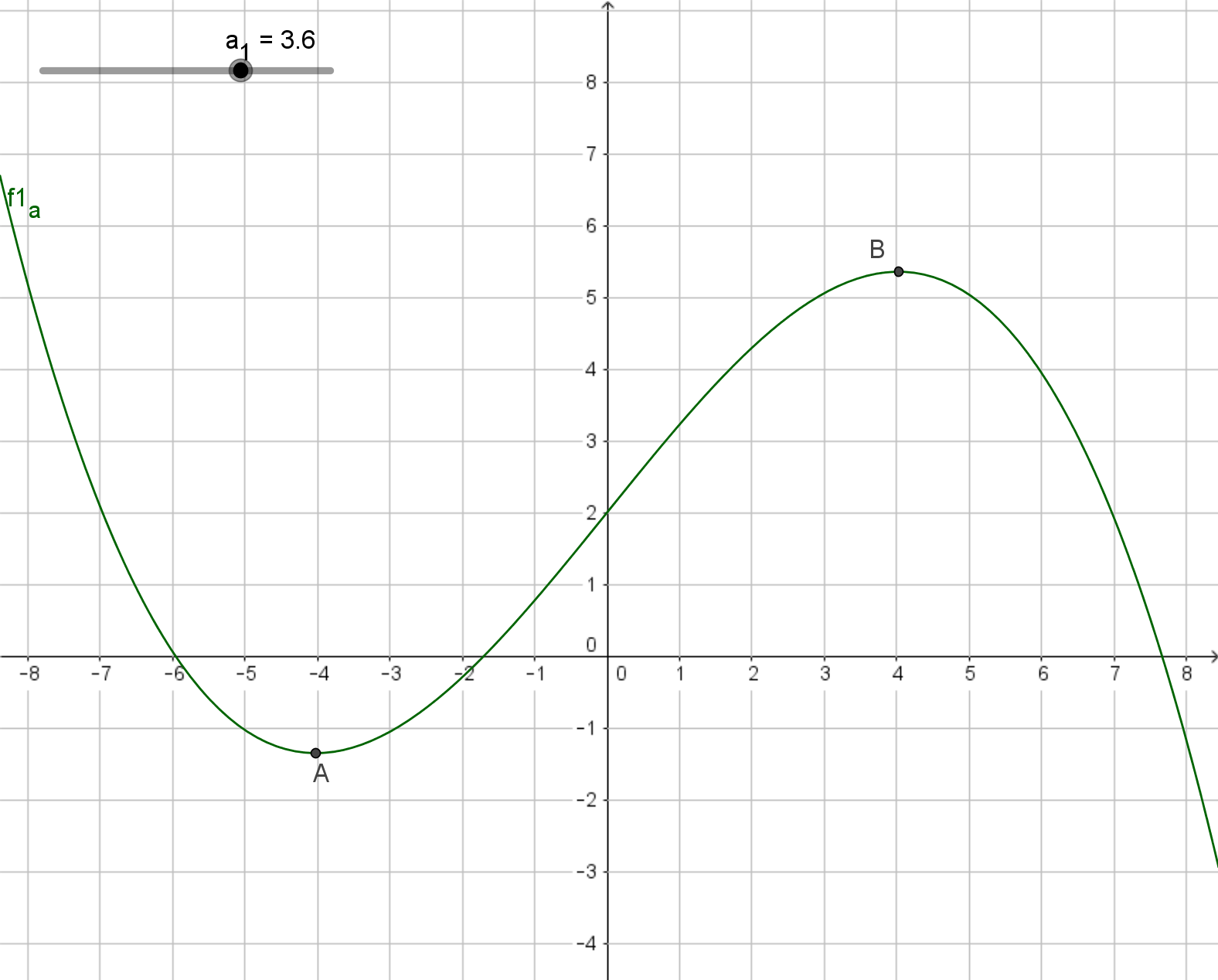
Eine Nullstelle, sofern

Zwei Nullstellen, sofern

Drei Nullstellen, sofern

Zu e)

## Zeichnen für konkreten Parameterwert



Zu f)

## Punkte auf einem Funktionsgraphen mit festem Abstand berechnen

Ansatz:

