# Grundlagen zur Analytische Geometrie in GeoGebra

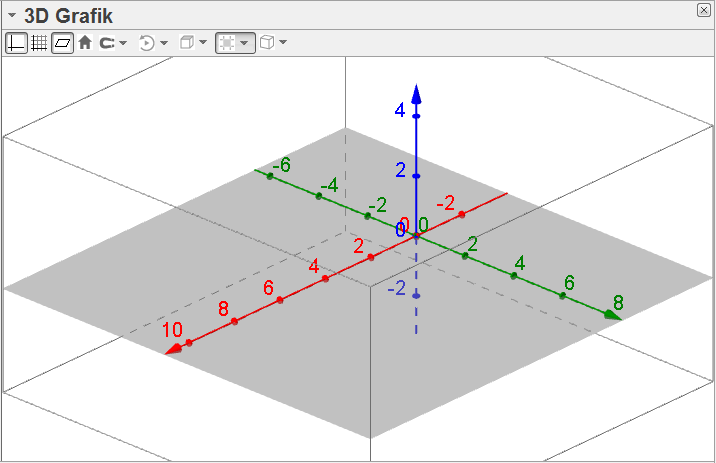
* 1. Handling und Befehlsauswahl

**Koordinatensystem**

**Gestaltungsleiste:** Achsen und Raster ein- und ausblenden, uvm.

**Rechte Maustaste** gedrückt halten:

Rotation des Koordinatensystems

****

**Mausrad drücken** zum Wechseln zwischen:

Horizontale Verschiebung der x-y-Ebene





Vertikale Verschiebung der x-y-Ebene

**Mausrad drehen**: Zoomen

**Punkte**

Punkte werden zunächst in die x-y-Ebene gesetzt und können darin verschoben werden.

Klicken mit der **linken Maustaste** auf den **Punkt** wechselt zwischen:

Verschiebung des Punktes in  
 z-Richtung

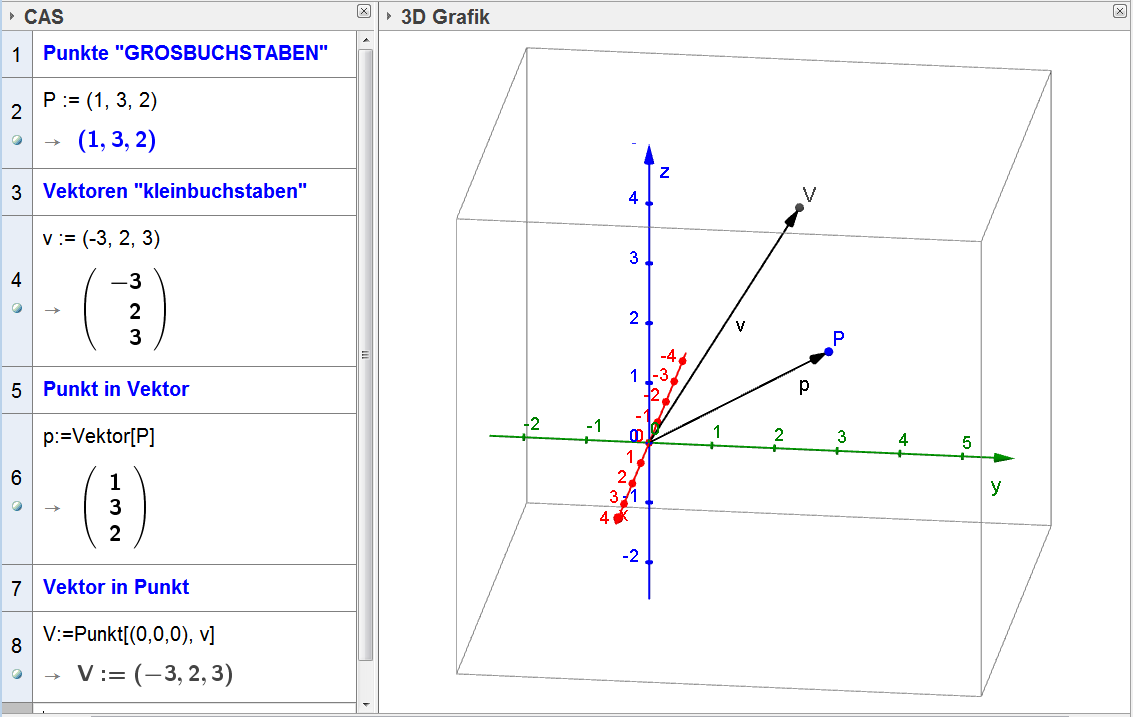
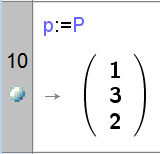
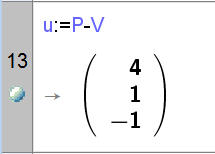
Verschiebung des Punktes in der   
x-y-Ebene

****

**Befehle (Auswahl)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Syntax Eingabezeile** | **Beispiele** | **Icon** |
| *Punkte : Großbuchstaben* | P := (-1, 3, 6) |  |
| *Vektoren: Kleinbuchstaben* | v := (-1, 3, 6) |  |
| Vektor[<Punkt>] | v := Vektor[(1,2,5)]; w := Vektor(P) |
| Gerade[<Punkt>,<Vektor>] | g := Gerade[(1,2,5), Vektor(1,1,1)]  h := Gerade[P, v] |  |
| Ebene[<Punkt>,<Punkt>,<Punkt>] | E := Ebene[(1,1,1,), (1,2,3), (-1,1,0)] |  |
| Schneide[<Objekt>,<Objekt>] | Schneide[E, g]  Nur in der Eingabezeile!? |  |
| Winkel[<Vektor>,<Vektor>] | Winkel[v, Vektor(2,-2,9)] |  |
| *Skalarprodukt:* \* | v \* w |  |
| Kreuzprodukt[<Vektor>,<Vektor>] | Kreuzprodukt[Vektor(0,1,0), Vektor(2,4,6)] | ; |
| abs(<x>) | abs( (-1,3,6) ) |  |

* 1. Punkte und Vektoren

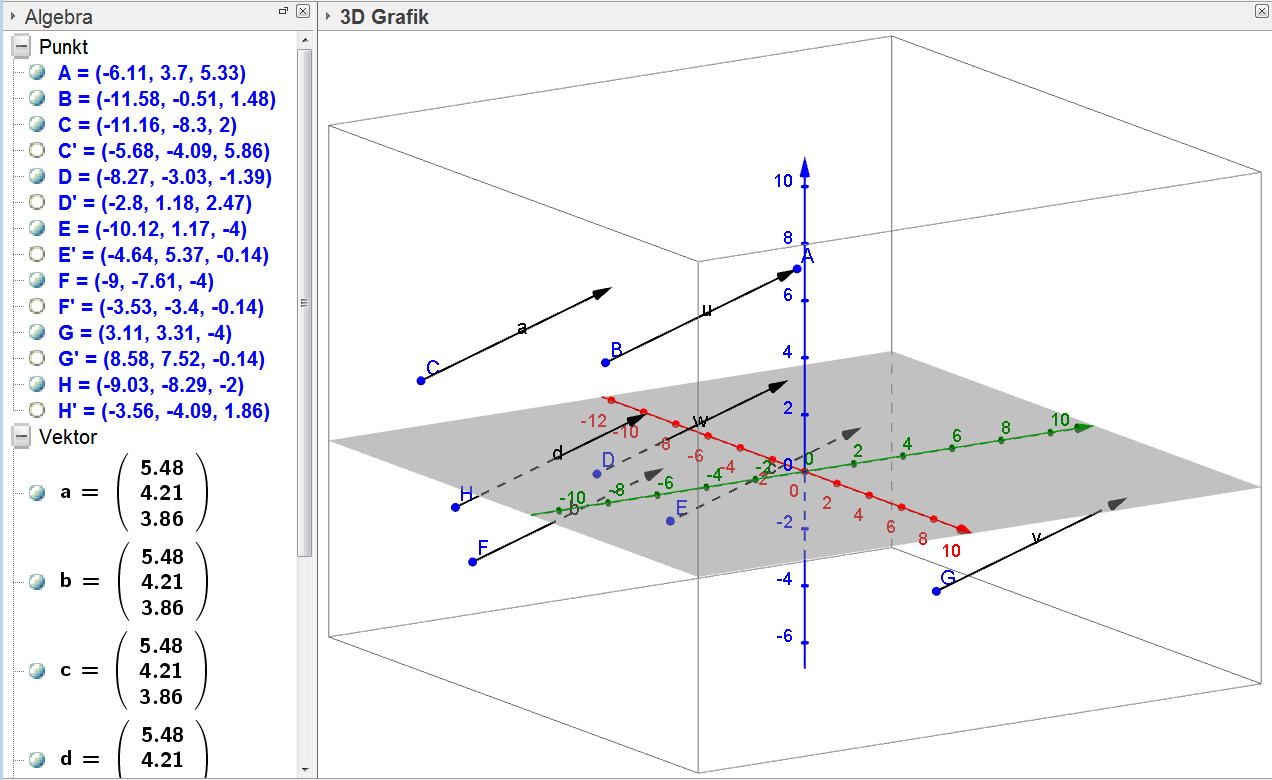


* Vektoren ohne weitere Angaben werden standardmäßig in den Ursprung gezeichnet.
* Falls die Vektoren von einem bestimmten Punkt abgetragen werden sollen:



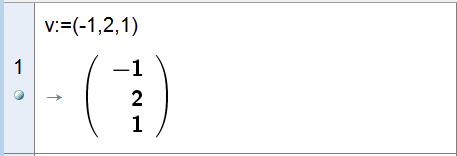
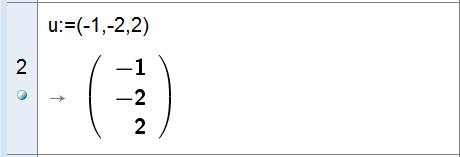
oder

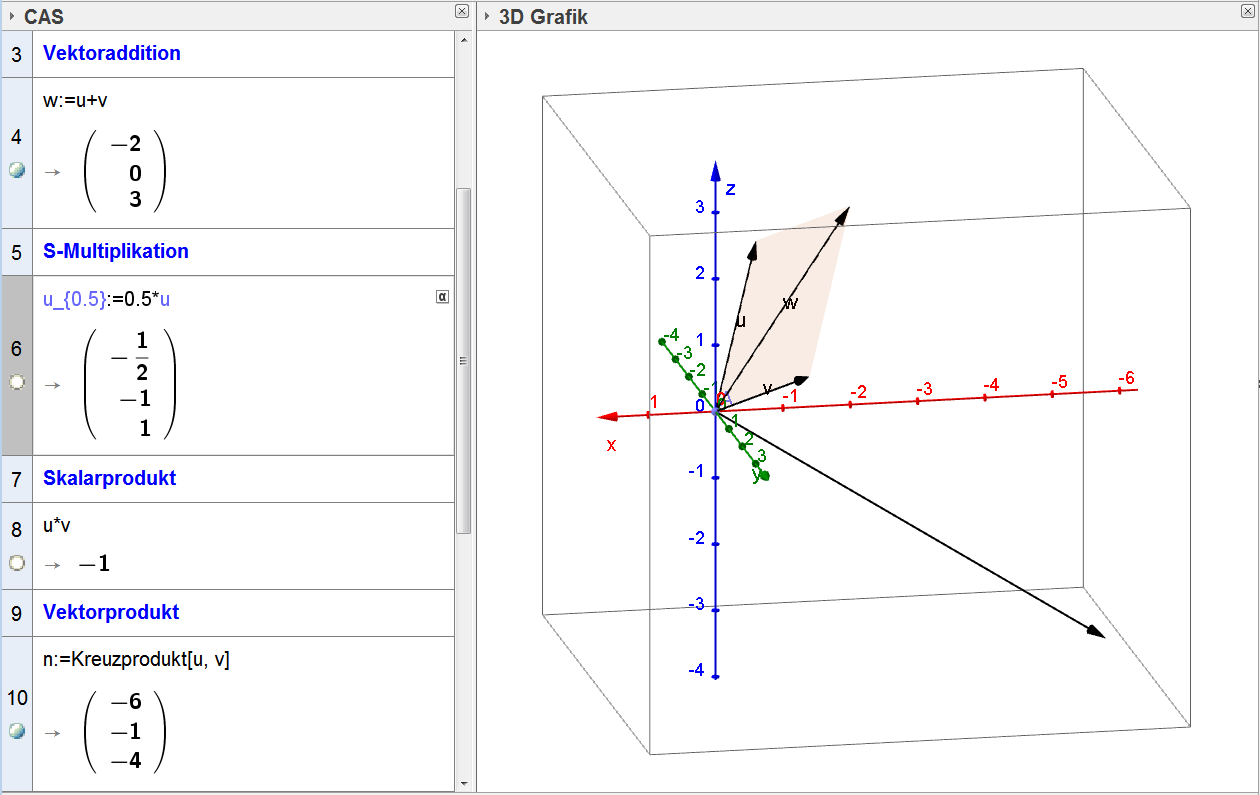
**Vektor als Repräsentant**



* 1. Vektorverknüpfungen und Betrag

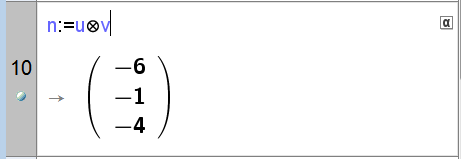
Die gezeigten Rechenoperationen lassen sich sowohl in der Eingabezeile und damit in der Algebra-Ansicht als auch in der CAS-Ansicht realisieren. Im Folgenden ist die Eingabe exemplarisch für die CAS-Ansicht dargestellt.

**** ****

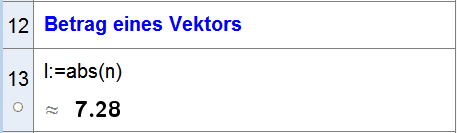


Beim Vektorprodukt ist alternativ möglich:



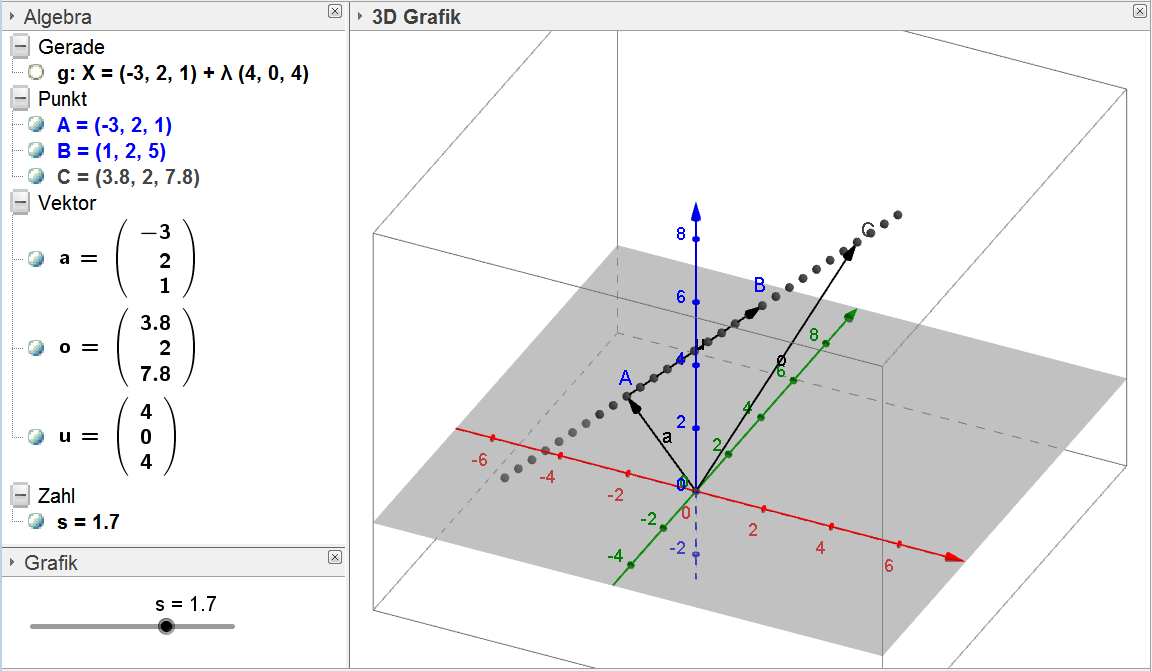


Betrag:



* 1. Geraden

### Geraden konstruieren - Spur einer Geraden



Die Konstruktion baut auf den gegebenen Punkten A und B auf.

Schieberegler: s (kann nur im 2D Graphikfenster erzeugt werden)

Stützvektor: a:= Vektor[A]

Richtungsvektor: u:= Vektor[A,B]

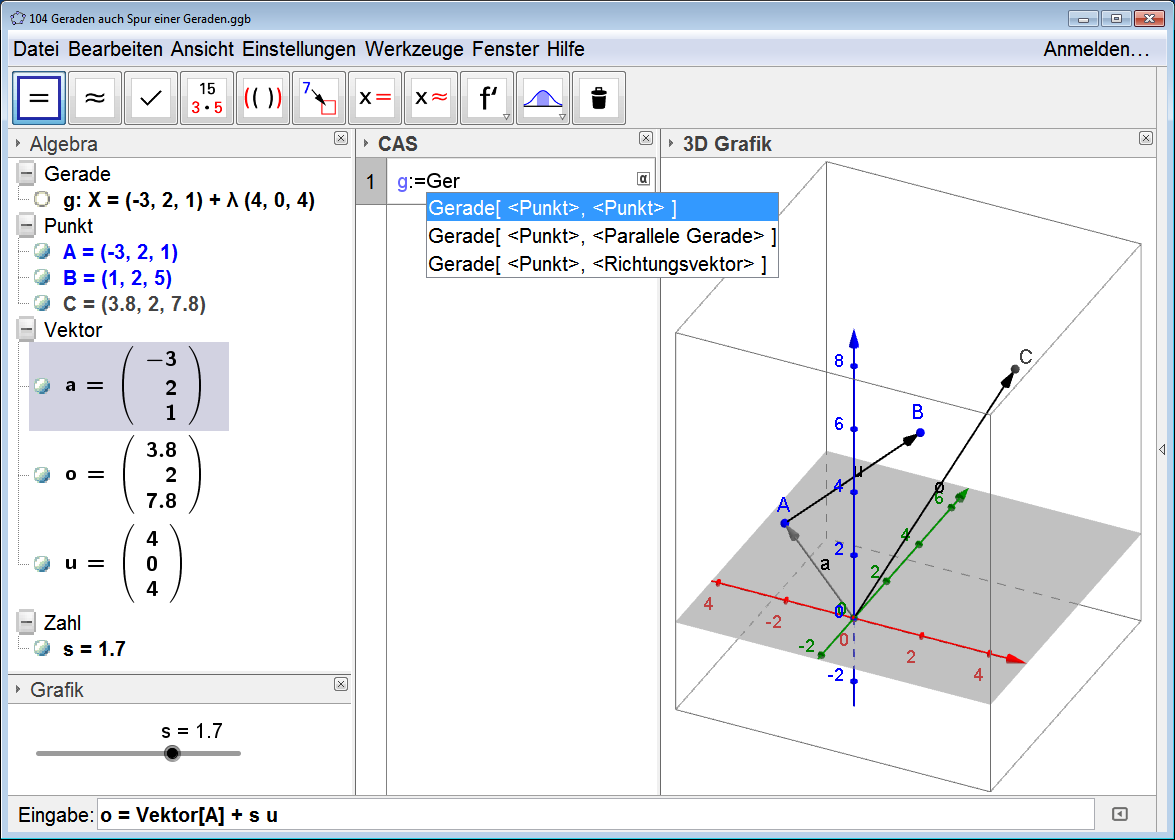
Ortsvektor: o:= a + s \* u

Spurpunkt: C:= Punkt[o]

Spuraufzeichnung:

Kontextmenu zum Punkt C mit Rechtsklick auf C öffnen. "Spur ein" anklicken.

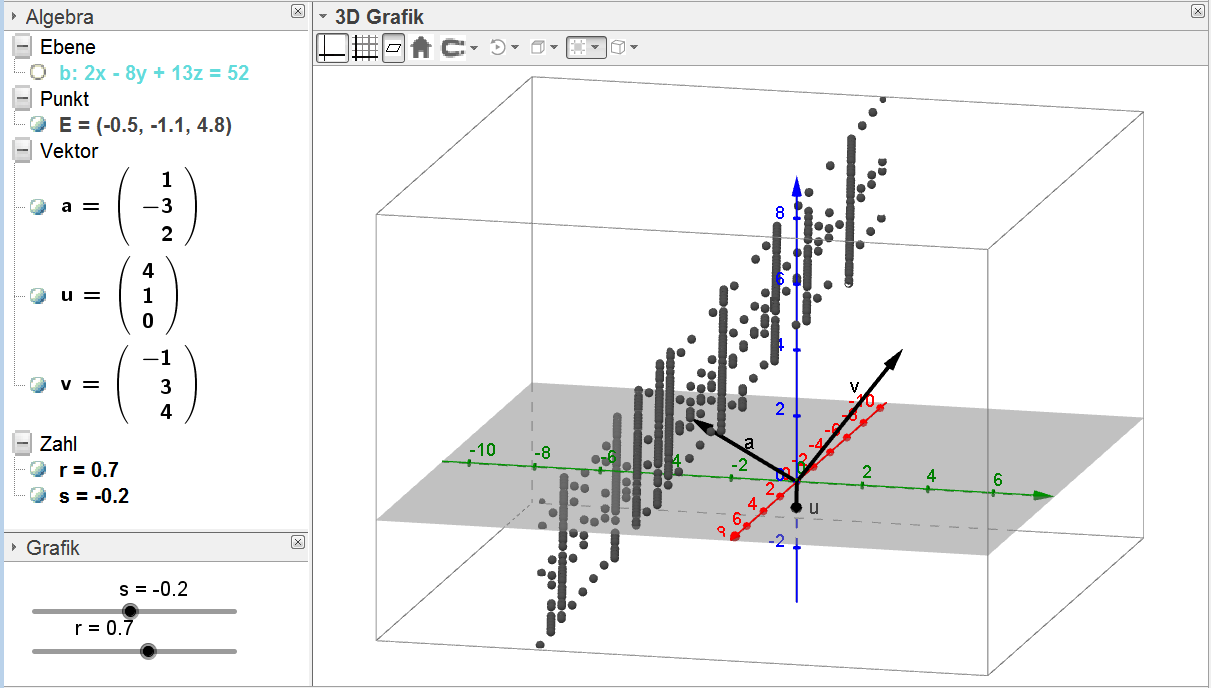
### Befehle für Geraden

  ......uvm.

Hinweis: Wird die Gerade in der CAS-Ansicht eingegeben, dann wird sie - im Gegensatz zur Eingabe in der Eingabezeile - nicht grafisch dargestellt.

* 1. Ebenen

### Ebenen konstruieren - Spurpunkte in einer Ebene



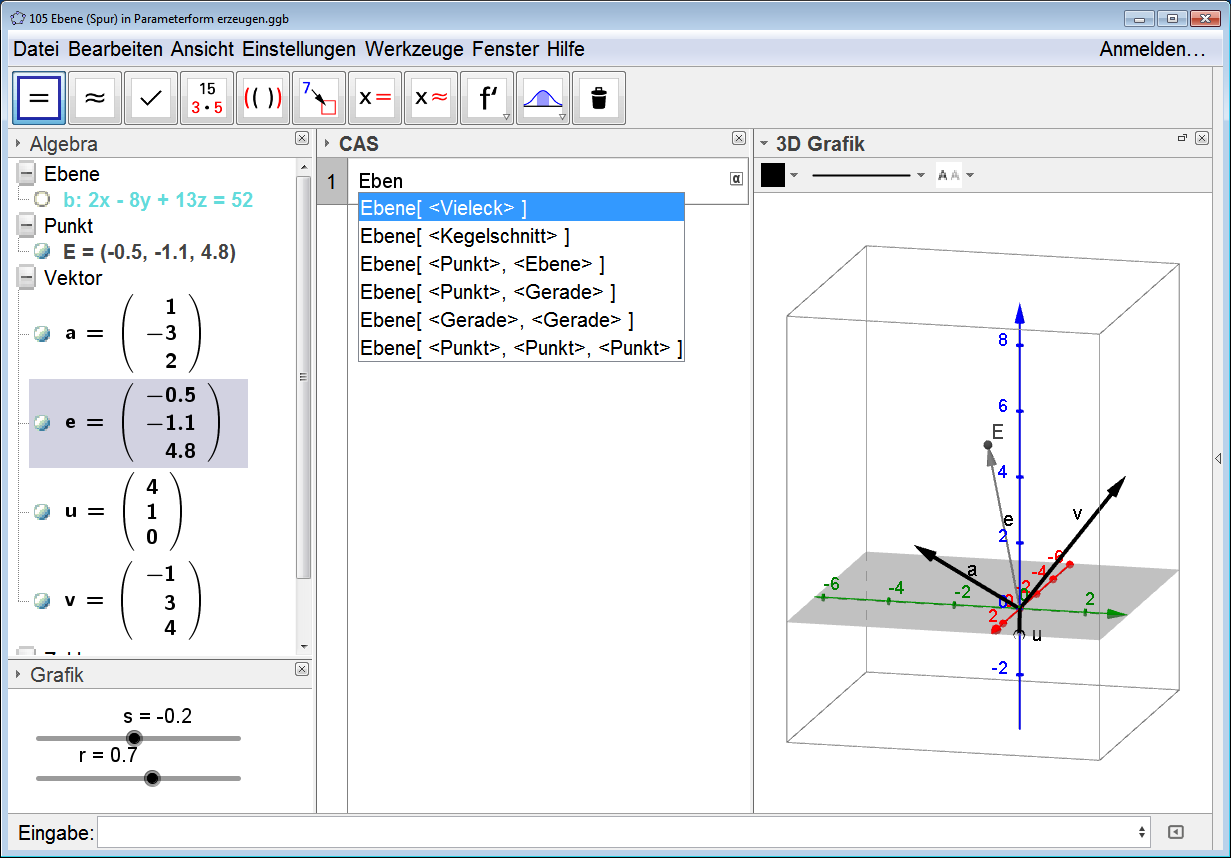
Die Konstruktion baut auf den gegebenen Vektoren a (Stützvektor), u und v (Richtungsvektoren) auf.

Schieberegler: s und r (können nur im 2D Graphikfenster erzeugt werden)

Punkt E in der Ebene: E := a + s\*u + r\*v (E ist ein Punkt weil Grußbuchstabe)

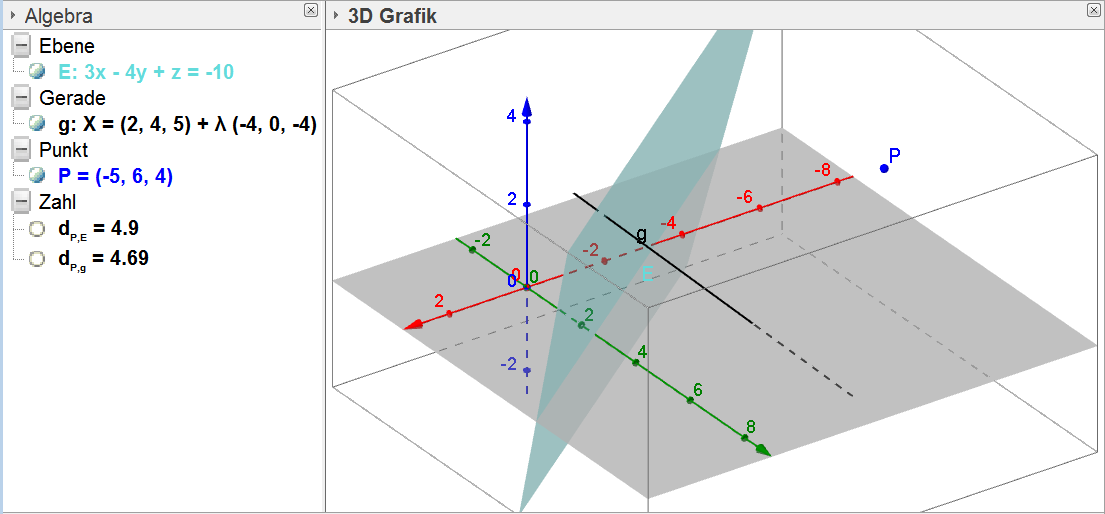
Spuraufzeichnung mit rechter Maustaste auf Punkt E einschalten.

### Befehle für Ebenen

  ..uvm...

* Eine Eingabe mit Hilfe der Richtungsvektoren fehlt!
* Lässt man in der Eingabe "E:=" weg wird die Ebene nicht gezeichnet.
* Die Ausgabe in der CAS und Algebra-Ansicht ist in der Koordinatenform.
* Ebenen können auch direkt in der Koordinatenform eingegeben werden.
  1. Abstände

### Abstände konstruieren



In der Eingabezeile wurden folgende Objekte definiert:



* Ebene:



* Gerade:
* Punkt :

Der Abstand wird berechnet mit:



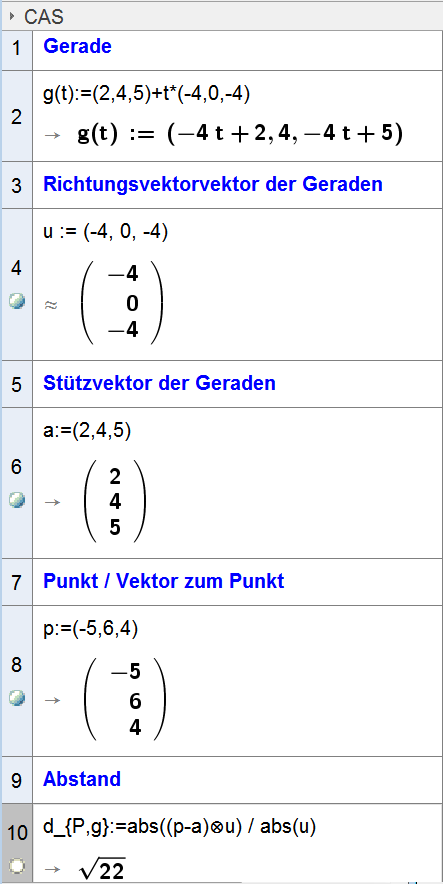
* Abstand Punkt - Ebene:

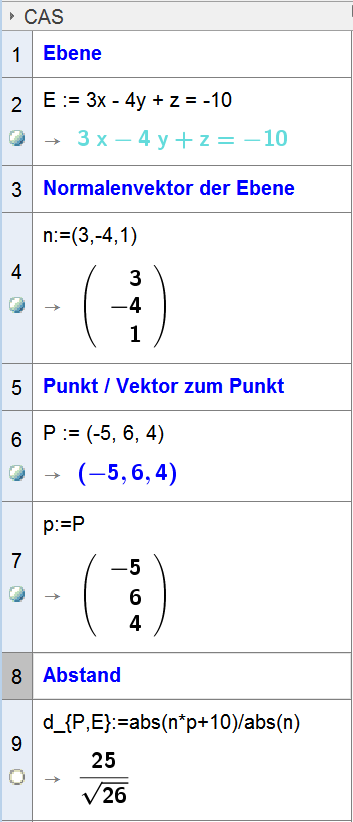
* Abstand Punkt - Gerade:

Hinweis: Nicht alle Befehle sind auch in der CAS-Ansicht verfügbar.

### Abstände - CAS

Abstand Punkt - Ebene Abstand Punkt - Gerade

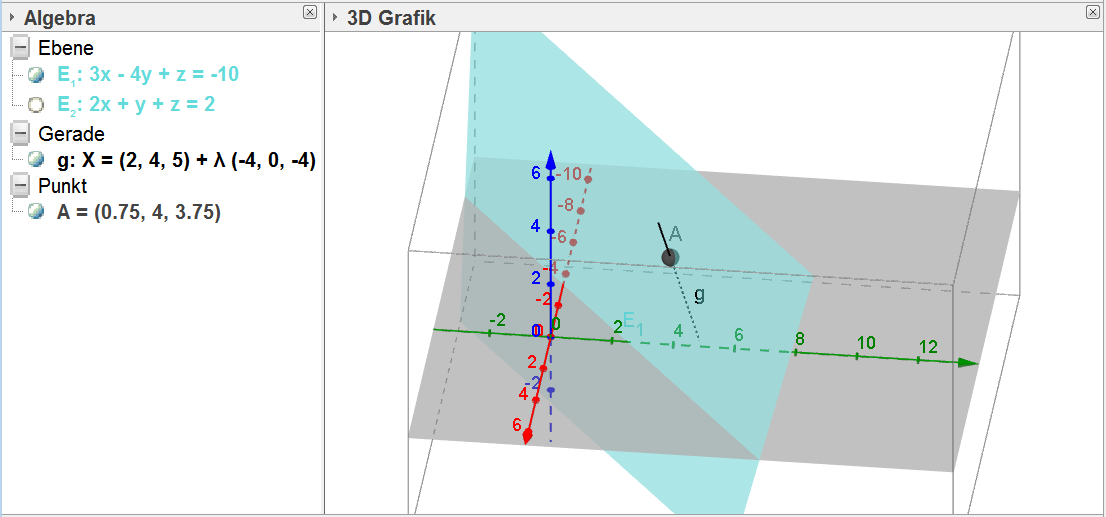




* 1. Schnittmengen

### Schnittmengen konstruieren

**Schnittpunkt**

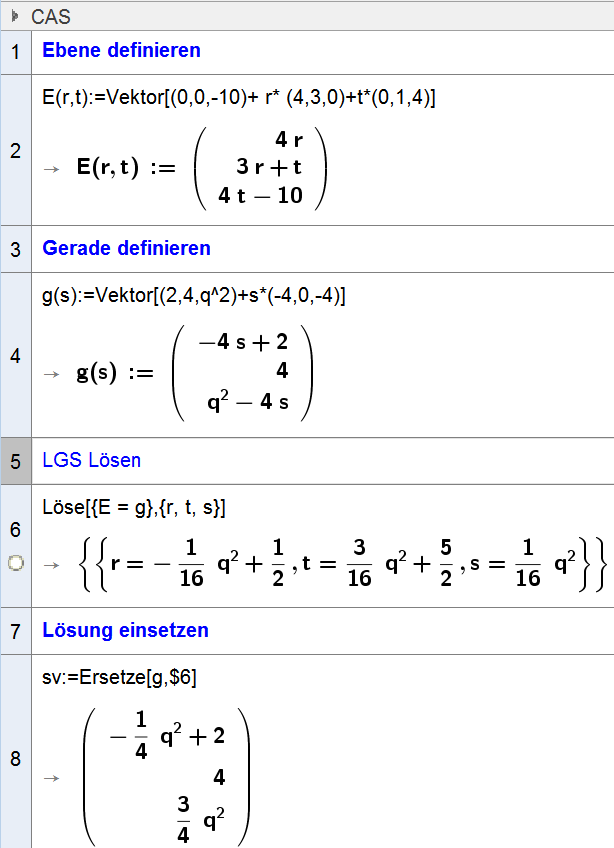
****



Für den Schnittpunkt:

### Schnittmengen - CAS

Im Folgenden z.B. der Schnittpunkt einer Ebenen mit einer parameterabhängigen Geraden:

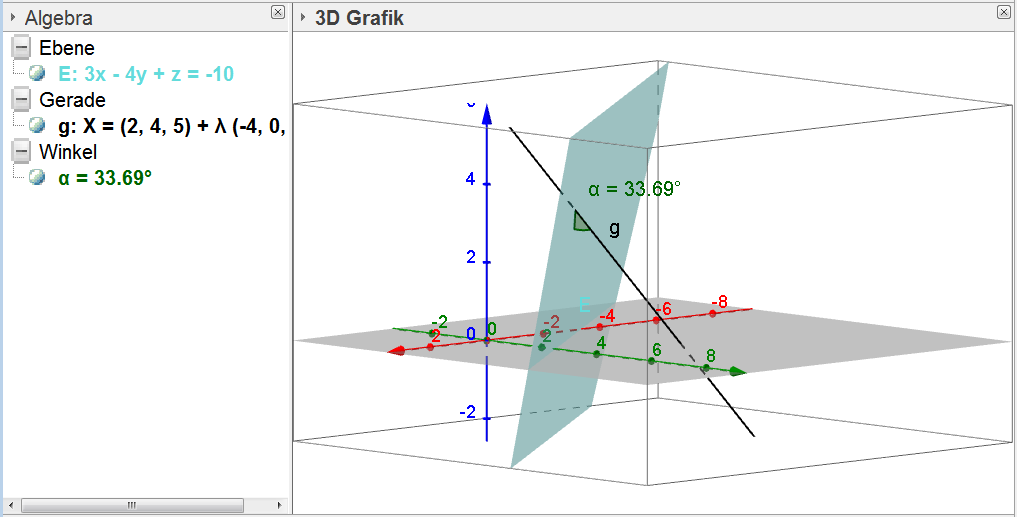


* 1. Winkel

### Winkel konstruieren

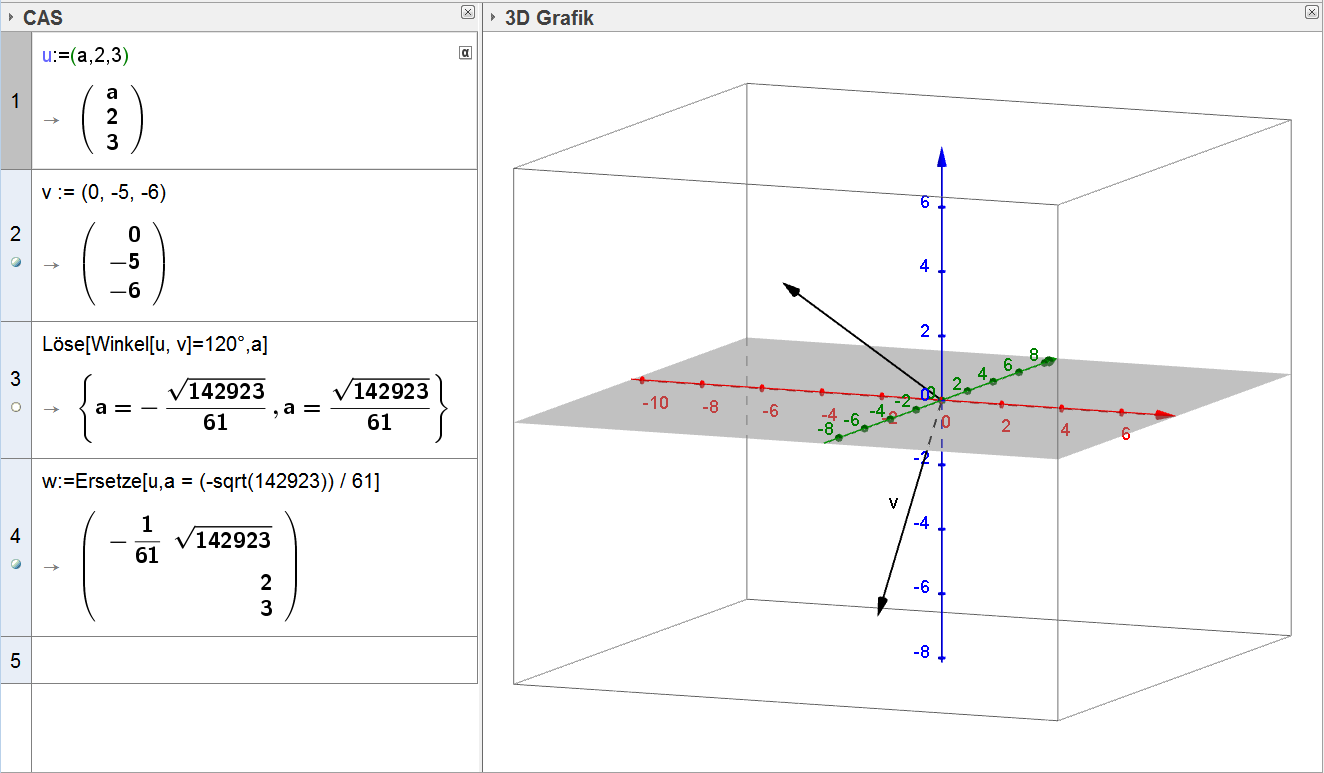
Exemplarische Berechnung eines Winkels zwischen Ebene und Gerade

****



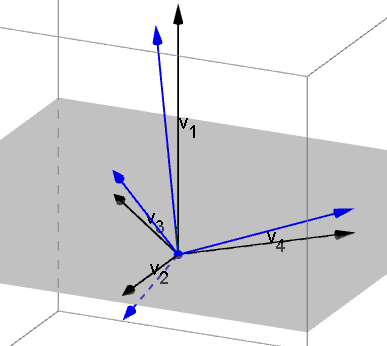
### Winkel - CAS

Im Folgenden wird der Parameter a so bestimmt, dass der Winkel zwischen den Vektoren und 120° beträgt. Dazu wird der Lösebefehl in der CAS-Ansicht genutzt.

****

## Rotationsmatrizen

**Mathematische Grundlage**

Für Rotationen um die jeweils angegebene Achse   
nutzt man die folgenden Rotationsmatizen:

Die abgebildeten Vektoren in blau entsteht aus den Vektoren durch Multiplikation mit den Rotationsmatrizen z.B. in der angegebenen Reihenfolge.

**Arbeitsauftrag:**

Eine Pyramide mit dreieckiger Grundfläche soll mit Hilfe von drei Schiebereglern (für die Winkel und ) um die drei Achsen gedreht werden können.

**Vorschläge zur Umsetzung**

|  |  |
| --- | --- |
| * Erzeugen Sie in der (2D)-Grafik-Ansicht drei Schieberegle für die drei Winkel! * Geben Sie in der CAS-Ansicht die drei Rotationsmatrizen ein. * Legen Sie die die vier Eckpunkt bzw. die zugehörigen Vektoren Ihrer Pyramide fest. * Berechnen Sie die vier abgebildeten Vektor. |  |

* 1. Grafisches Simplexverfahren in 3D

**3D-Grafik-Anischt**

Mit der 3D-Grafik-Anischt in GeoGebra können Probleme der linearen Optimierung mit **drei** Variablen graphisch dargestellt und veranschaulicht werden.

* Aus den bisherigen Randgeraden (in 2D), die eine konvexe Planungsfläche begrenzen werden in 3D dann Rand**ebenen**, die einen konvexen Planungs**raum** begrenzen.
* Die bisherige Schar der Zielfunktion (2D) wird in 3D zu einer Schar von Ziel**ebenen**.
* Das Maximum der zu optimierenden Größe wird dann errichte, wenn der Schnittpunkt der **Ebenen** mit der y-Achse am größten ist und diese **Ebene** mindestens einen gemeinsamen Punkt mit der zulässigen Planungs**raum** hat.

**Aufgabe zum 3D-Simplex**

In einem Betrieb werden aus drei Teilen T1, T2 und T3 drei Bauteile B1, B2 und B3 nach nebenstehender Stückliste zusammengesetzt.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 |
| T1 | 1 | 6 | 1 |
| T2 | 3 | 1 | 2 |
| T3 | 0 | 0 | 1 |

Von T1 stehen höchstens 480 Stück, von T2 höchstens 450 Stück und von T3 nicht mehr als 100 Stück zur verfügung.

Der Deckungsbeitrag pro Bauteil beträgt 50 € für B1, 40 € für B2 und 60 € für B3.

Welche Stückzahlen sollten von den Bauteilen Bi hergestellt werden, damit der Gesamt­deckungsbeitrag möglichst groß ist, und wie groß ist er dann?

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Hinweis**:

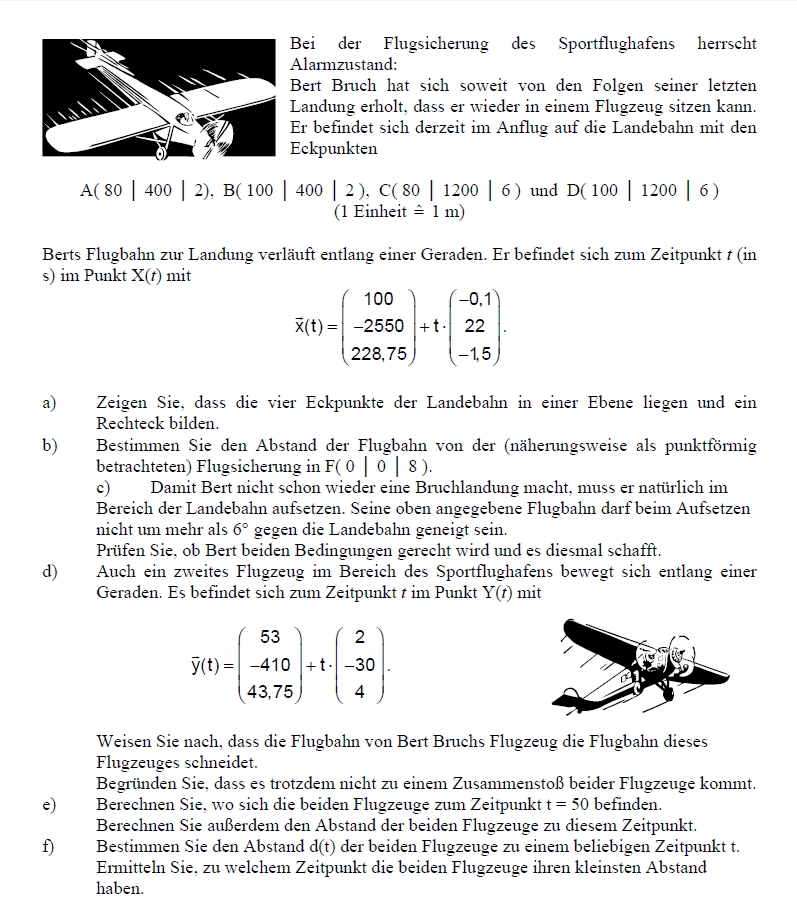
Die Konstruktion des Planungsraums ist aufwendig!

Der Raum wird durch sechs Ebenen begrenzt.

Jede Schnittgerade  und jeder Eckpunkt  des Planungsraums muss konstruktiv bestimmt werden. Anschließen können die berandenden Vielecke mit "Polygon"  gezeichnet werden.

* 1. Flugbahn - aus der "Aufgabensammlung von Klausuraufgaben"

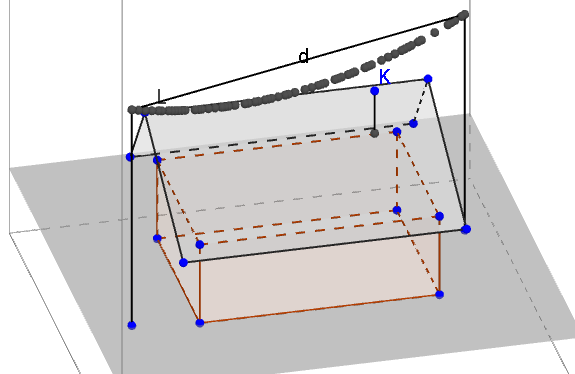
zusammengestellt von den Fachdezernenten Mathematik der 5 Bezirksregierungen in NRW



* 1. Vektorhaus

Idee: http://lehrerfortbildung-bw.de/unterricht/sol/vektorhaus/

Modellieren Sie das Vektor-Haus in der 3D-Ansicht von GeoGebra.



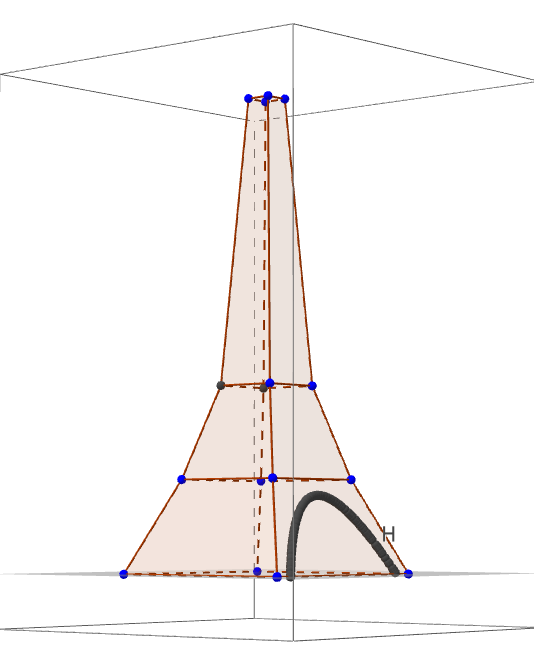
Untersuchen Sie für Schüler und Schülerinnen geeigneter Fragestellungen

* konstruktiv (Eingabezeile und Algebra-Ansicht) und
* analytisch (CAS-Ansicht).

Gelingt ihnen die Parametrisierung des durchhängenden Kabels?

* 1. Eifelturm

Recherchieren Sie im Internet nach Bauplänen des Eifelturms und modellieren Sie den Turm in der 3D-Ansicht von GeoGebra.



http://www.heise.de/imagine/s773R0f651TBuD2Nmm0KOk2Kifs/ gallery/Eiffelturm.jpg

Untersuchen Sie für Schülerinnen und Schüler geeigneter Fragestellungen

* konstruktiv (Eingabezeile und Algebra-Ansicht) und
* analytisch (CAS-Ansicht).

Gelingt ihnen die Parametrisierung eines Tor-Bogens?