



BNE-Aufgaben für den Mathematikunterricht



Titel: The Human Development Index (HDI)



Einordnung gemäß Orientierungsrahmen für den Lernbereich Globale Entwicklungen:

Globales Entwicklungsziel	SDG 17: Globale Herausforderungen erfordern globale, gemeinsame Anstrengungen
Kernkompetenzen Lernende können ...	Erkennen 1.2 ... grafische Darstellungen und Tabellen mit Daten zu globalen Fragen verstehen und auswerten. 2.2 ... quantifizierbare und nicht quantifizierbare Faktoren bei der Beschreibung der soziokulturellen und natürlichen Vielfalt unterscheiden und differenziert behandeln. Bewerten 5.2 ... sich der Implikationen mathematischer Modellierungen zu Fragen der globalen Entwicklung für sich und andere bewusst werden. Handeln 9.2 ... Möglichkeiten der Mathematik zur Versachlichung von Kommunikation und interkultureller Verständigung bei Fragen der globalen Entwicklung nutzen.
mathematische Inhalte	Berechnung von Kennzahlen, Grafiken lesen und interpretieren, natürlicher Logarithmus
einsetzbar ab	Jahrgangsstufe 12

Didaktischer Kommentar

In dieser Aufgabe geht es um den Zusammenhang zwischen dem Human Development Index (HDI) und dem ökologischen Fußabdruck. Letzterer wird hier veranschaulicht durch die durch den jeweiligen Lebensstil benötigten Erden. Wegen der Logarithmusfunktion kann die Aufgabe erst ab der 12 eingesetzt werden.

Das Copyright ist geklärt:

https://www.footprintnetwork.org/about-us/contact/?_ga=2.160030014.2079272538.1759568653-488633023.1756820820

Ab 12/13 – Analysis – SDG 17 – BNE-Aufgabe



BNE-Aufgaben für den Mathematikunterricht



Titel: The Human Development Index (HDI)

„Der **Index der menschlichen Entwicklung** (englisch *Human Development Index*, abgekürzt **HDI**) der Vereinten Nationen ist ein Indikator für Staaten, der auch als **Wohlstandsindikator** bezeichnet wird. (...) Der HDI berücksichtigt nicht nur das **Bruttonationaleinkommen pro Kopf**, sondern auch die **Lebenserwartung** und die **Dauer der Ausbildung** anhand der Anzahl absolvierter Schuljahre einer 25-jährigen Person sowie der voraussichtlichen Dauer der Ausbildung eines Kindes im Einschulungsalter.“ Er liegt zwischen 0 (niedrig) und 1 (hoch). (Quelle: https://de.wikipedia.org/wiki/Index_der_menschlichen_Entwicklung#Mittlere_menschliche_Entwicklung)

Die Berechnung ist auf Wikipedia beschrieben (siehe **Anlage 2**).

Der **ökologische Fußabdruck** (englisch ecological footprint) wird hier über die Zahl der Erden verdeutlicht, die benötigt würden, wenn die ganze Welt so leben würde, wie die Menschen in diesem Land.

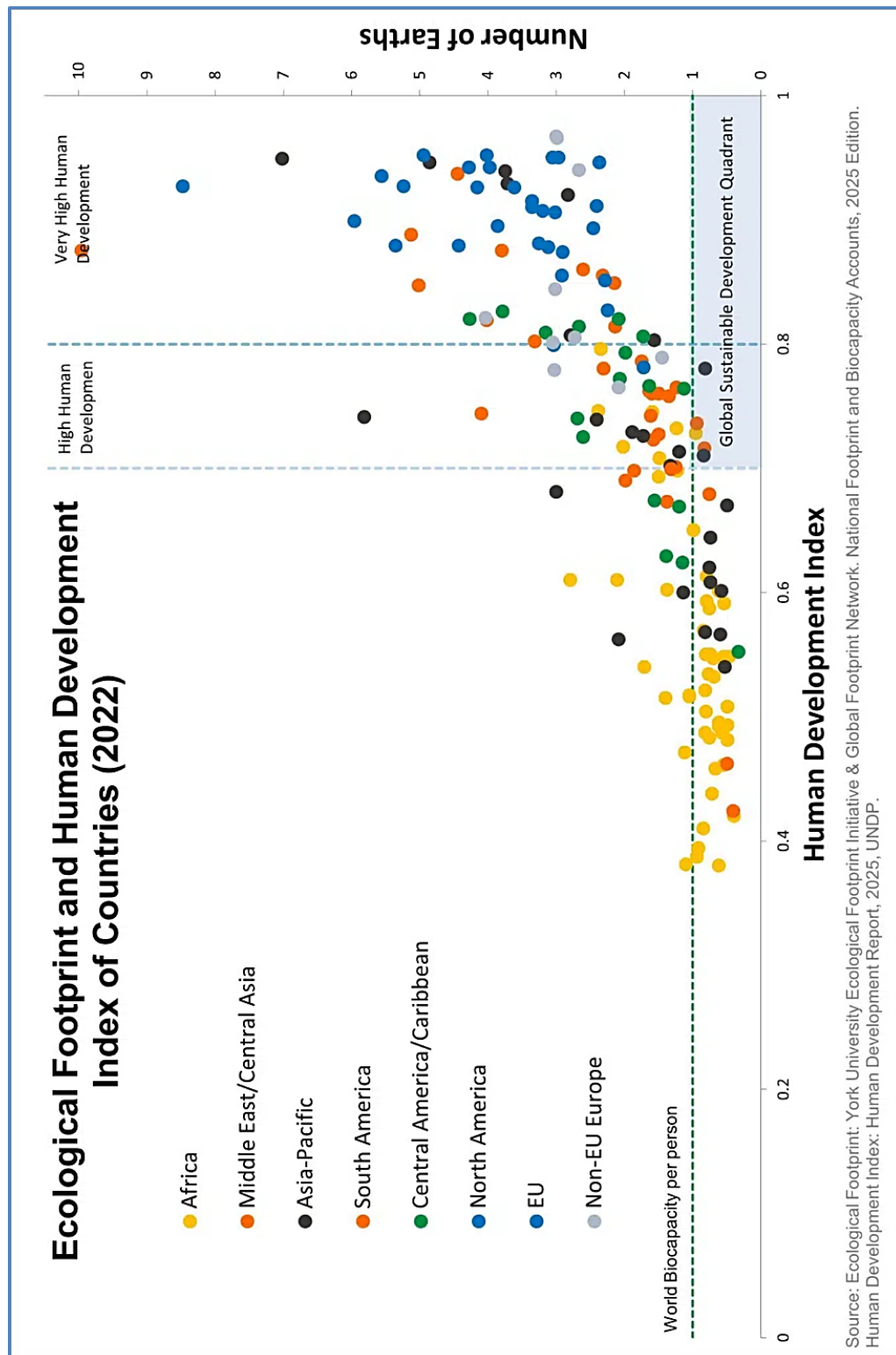
Einige Daten für 2023

Land	Bruttonationaleinkommen pro Kopf (\$) (kaufkraftbereinigt) abgekürzt BNEpk	Lebenserwartung in Jahren (LE)	Voraussichtliche Schulbesuchsdauer (VSD)	Durchschnittliche Schulbesuchsdauer (DSD)	HDI	Zahl der Erden
Germany	64053	81,4	17,3	14,3		3,1
Costa Rica	23417	80,8	16,3	8,8		1,7
Bangladesch	8498	74,7	12,3	6,8		0,5
Nigeria	5569	54,5	10,5	7,6		0,6
China	22029	78,0	15,5	8,0		2,3

Aufgaben

- Machen Sie sich zunächst mit den für den HDI benötigten Indikatoren (siehe Anlage 2) vertraut.
- Zeigen Sie, dass man den Einkommensindex auch so berechnen kann: $El = \frac{\ln(\frac{BNEpk}{100})}{\ln(750)}$
Hinweis: Beachten Sie die Anlage 2.
- Berechnen Sie den HDI für die fünf oben angegebenen Länder– nach der Methode ab 2010.
- Suchen Sie in der **Anlage 1** mithilfe der obigen Daten die fünf Länder heraus und markieren Sie die entsprechenden Punkte. Hinweis: China zählt zu Middle East/Central Asia. Erläutern Sie jeweils, warum diese Länder nicht zum „Global Sustainable Development Quadranten“ gehören.
- Suchen Sie eine Regressionsfunktion, die den Zusammenhang zwischen dem HDI und dem ökologischen Fußabdruck (einigermaßen) gut beschreibt. Die Daten finden Sie in der Datei **erde_versus_hdi.xlsx**.
- Informieren Sie sich über das globale Entwicklungsziel (Sustainable Development Goals) 17. Erläutern Sie, warum diese Aufgabe zu diesem Ziel passt.

Anlage 1:



Quelle: Source: Global Footprint Network, <https://www.footprintnetwork.org/our-work/sustainable-development/>



BNE-Aufgaben für den Mathematikunterricht



Anlage 2: Berechnungsmethode seit 2010 (NHDI)

Ab dem Bericht über die menschliche Entwicklung 2010 werden die drei Dimensionen folgendermaßen berechnet:

1. Lebenserwartungs-Index: $LEI = \frac{LE-20}{85,0-20}$

2. Bildungs-Index: $BI = \frac{DSDI+VSDI}{2}$

2.1. Durchschnittliche-Schulbesuchsdauer-Index: $DSDI = \frac{DSD-0}{15,0-0}$

2.2. Voraussichtliche-Schulbesuchsdauer-Index: $VSDI = \frac{VSD-0}{18,0-0}$

3. Einkommensindex: $EI = \frac{\ln(BNEpk)-\ln(100)}{\ln(75000)-\ln(100)}$

Zum Schluss wird der HDI als geometrisches Mittel aus den drei Dimensionen errechnet:

$$HDI = \sqrt[3]{LEI \cdot BI \cdot EI}$$

Die minimalen und die maximalen Werte (Zielwerte) dienen zur Normalisierung der Teilindizes im Wertebereich [0;1].

Minimal- und Maximal-Werte für Report 2014			
Indikator		Minimum	beobachtetes Maximum (limitiert)
LE	Lebenserwartung bei Geburt	20,0	85,0
DSD	Durchschnittliche Dauer des Schulbesuchs (Anzahl der Jahre, während deren eine mindestens 25-jährige Person zur Schule gegangen ist)	0	15,0
VSD	Voraussichtliche Dauer des Schulbesuchs (Anzahl der Jahre, während deren ein 5-jähriges Kind voraussichtlich zur Schule gehen wird)	0	18,0
BNEpk	Bruttonationaleinkommen pro Kopf (kaufkraftbereinigt, in US\$)	100	75 000

Zur Unterscheidung von der ursprünglichen Methode wird der nach dieser Methode bestimmte Index teilweise auch *New Human Development Index* (NHDI) genannt.

Quelle (Wikipedia, abgerufen 19.10.25)

https://de.wikipedia.org/wiki/Index_der_menschlichen_Entwicklung#Mittlere_menschliche_Entwicklung

Lösungen

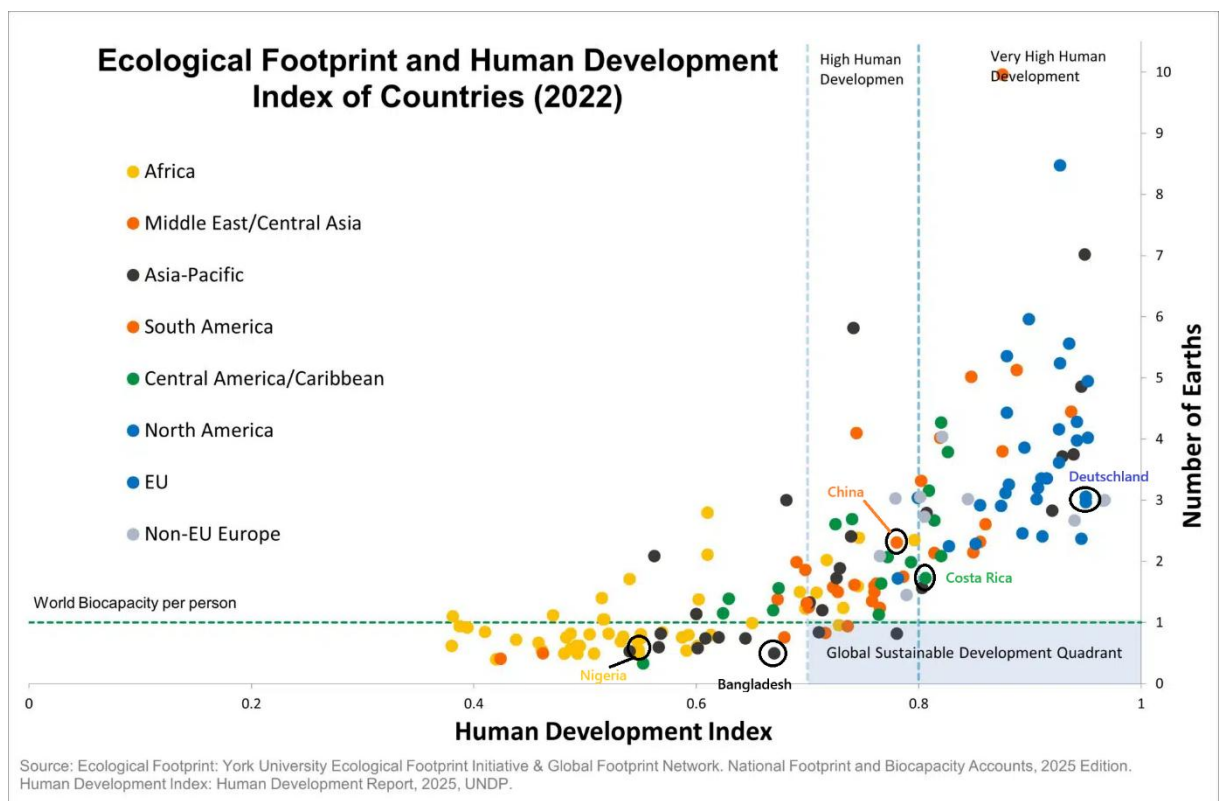
a) Siehe https://de.wikipedia.org/wiki/Index_der_menschlichen_Entwicklung#Mittlere_menschliche_Entwicklung

b) Nach den Logarithmen Gesetzen gilt:
$$\frac{\ln(BNE_{pk}) - \ln(100)}{\ln(75000) - \ln(100)} = \frac{\ln\left(\frac{BNE_{pk}}{100}\right)}{\ln\left(\frac{75000}{100}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{BNE_{pk}}{100}\right)}{\ln(750)}$$

c)

Land	BNEpk	Lebenserwartung (LE)	(VSD)	(DSD)	Zahl der Erden	LEI	BI	EI	HDI
Germany	64 053	81.4	17.3	14.3	3.1	0.94461538	0.95722222	0.97616684	0.96
Costa Rica	23 417	80.8	16.3	8.8	1.7	0.93538462	0.74611111	0.82416722	0.83
Bangladesh	8 498	74.7	12.3	6.8	0.5	0.84153846	0.56833333	0.67105239	0.68
Nigeria	5 569	54.5	10.5	7.6	0.6	0.53076923	0.545	0.60721392	0.56
China	22 029	78	15.5	8	2.3	0.89230769	0.69722222	0.81493734	0.80

d)



Deutschland hat zwar einen sehr hohen HDI-Wert (very high), hat aber mit 3,1 Erden einen viel zu großen ökologischen Fußabdruck.

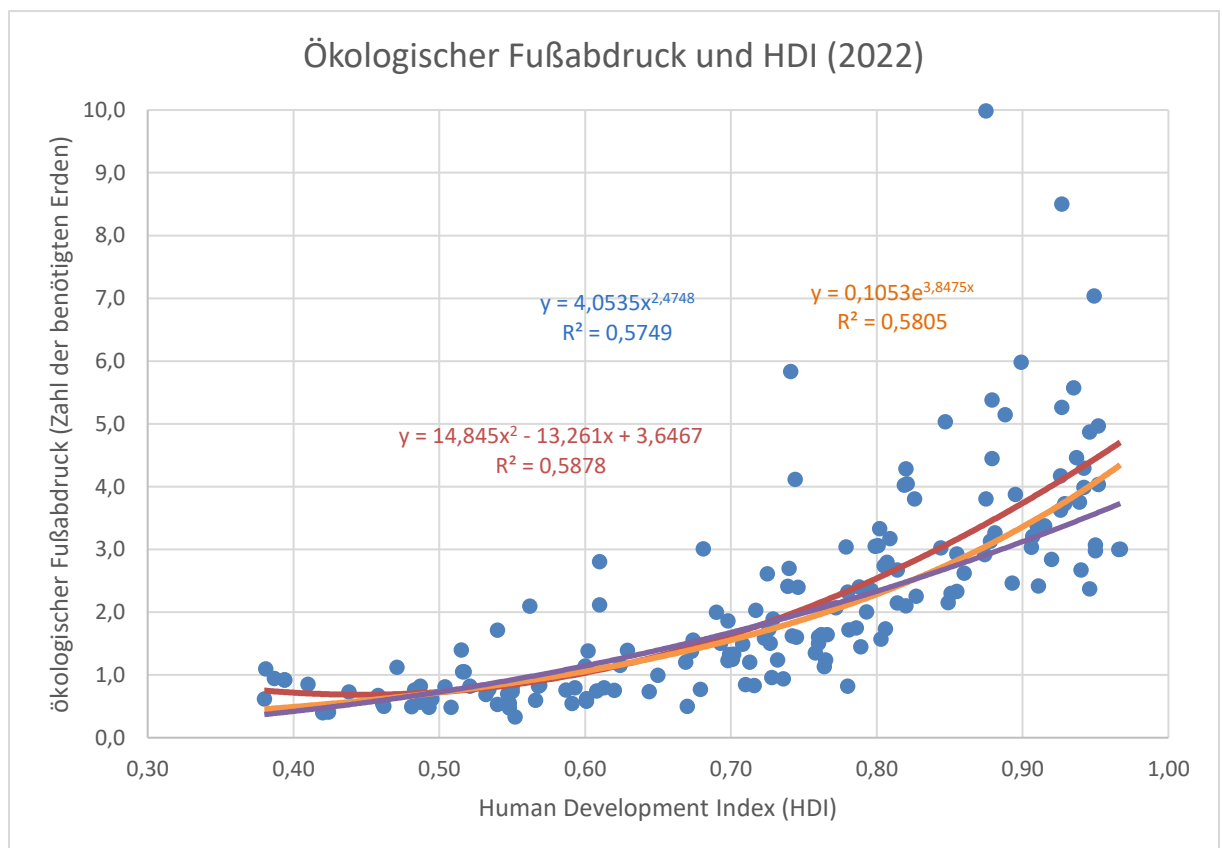
Costa Rica hat einen hohen HDI (very high), hat aber auch einen zu hohen ökologischen Fußabdruck mit 1,7 Erden.

Bangladesch hat einen sehr kleinen ökologischen Fußabdruck mit 0,5 Erden, aber die menschliche Entwicklung hat noch nicht den Schwellenwert von HDI = 0,7 erreicht.

In **Nigeria** ist es ähnlich wie in Bangladesch, der HDI (= 0,55) ist noch kleiner, dafür ist der ökologische Fußabdruck mit 0,6 Erden etwas größer.

China hat beim HDI (= 0,79) fast die höchste Stufe erreicht, hat aber ebenso wie Deutschland einen viel zu hohen ökologischen Fußabdruck mit 2,3 Erden.

e)



Die rote Linie ist der Graph einer quadratischen, die orangene ein Graph einer exponentiellen Regression. Die blaue geht von der Annahme eines Zusammenhangs in Form einer Potenzfunktion aus. Für die Wahl der verschiedenen Regressionsannahmen gibt es keine sachbezogenen Gründe. Die Auswahl wurde aufgrund der Form der Datenwolke getroffen.



BNE-Aufgaben für den Mathematikunterricht



Die Bestimmtheitsmaße (R^2) liegen alle um 0,58. Danach passt die quadratische Funktion am besten. Allerdings hat sie ein Minimum von rund 0,4466, was im Sachzusammenhang keinen Sinn macht.

PS: Wenn man die drei großen Ausreißer (Qatar, Singapur und Luxemburg) rausnimmt, steigt R^2 auf rund 0,65, die quadratische Regression ist nach wie vor die beste.

f) Zwei der Unterziele des SDG 17 lauten:

- Entwicklungsländer sollen befähigt werden, ihre Entwicklungsziele durch eigene Finanzmittel zu erreichen und Fortschritte eigenständig nachverfolgen zu können. Öffentliche Ausgaben in den Ländern sollen nachhaltig ausgerichtet sein.
- Alle Geberländer sollen 0,7 Prozent ihres Bruttonationaleinkommens für ärmere Länder bereitstellen.

Die Unterstützung der Geberländer könnten die Entwicklungsländer dafür nutzen, den HDI zu erhöhen, ohne den ökologischen Fußabdruck (allzu sehr) zu erhöhen.