Nutrition facts

Du siehst hier die Nutrition facts einiger Lebensmittel aus den USA. Einzelne Werte können als *Liste* zusammengefasst werden. In der Mathematik würde man solche Listen als *Vektoren* bezeichnen.

Mac & Cheese

Nutrition Facts

1 serving per container

Serving size 1 Package (340g)

Amount per serving

Calories 600

	% Daily Value*
Total Fat 27g	**35%**
Saturated Fat 13g	**67%**
Trans Fat 0.5g	
Cholesterol 65mg	**22%**
Sodium 1070mg	**47%**
Total Carbohydrate 63g	**23%**
Dietary Fiber 3g	**12%**
Total Sugars 4g	
Includes 0g Added Sugars	**0%**
Protein 25g	

Vitamin D 0mcg 0% • Calcium 410mg 30%

Iron 2.7mg 15% • Potassium 300mg 6%

* The % Daily Value tells you how much a nutrient in a serving of food contributes to a daily diet. 2,000 calories a day is used for general nutrition advice.

Sandwich-Brot

Nutrition Facts

28 servings per container

Serving size 1 Slice (24g)

Amount per serving

Calories 70

	% Daily Value*
Total Fat 1g	**1%**
Saturated Fat 0g	**0%**
Trans Fat 0g	
Cholesterol 0mg	**0%**
Sodium 130mg	**6%**
Total Carbohydrate 12g	**4%**
Dietary Fiber 0g	**0%**
Total Sugars 1g	
Includes 1g Added Sugars	**2%**
Protein 2g	
Vitamin D 0mcg	0%
Calcium 23mg	2%
Iron 1mg	6%
Potassium 20mg	0%
Thiamin 0.1mg	8%
Riboflavin 0.1mg	8%
Niacin 1mg	6%
Folate 39mcg DFE	10%

*The % Daily Value tells you how much a nutrient in a serving of food contributes to a daily diet. 2,000 calories a day is used for general nutrition advice.

Calories per gram:
Fat 9 • Carbohydrate 4 • Protein 4

Peanut-Butter

Nutrition Facts

About 14 servings per container

Serving size 2 Tbsp (32g)

Calories per serving 190

Amount/serving	% DV	Amount/serving	% DV
Total Fat 16g	**20%**	**Total Carb.** 7g	**2%**
Sat. Fat 2.5g	**12%**	Dietary Fiber 3g	**10%**
Trans Fat 0g		Total Sugars 2g	
Cholesterol 0mg	**0%**	Incl. 0g Added Sugars	**0%**
Sodium 0mg	**0%**	**Protein** 8g	**8%**

Vitamin D 0% • Calcium 0% • Iron 2% • Potassium 4%

INGREDIENTS: PEANUTS.

CONTAINS: PEANUTS.

1. Beschreibe, was in den Nutrition facts dargestellt ist. Was bedeutet die Angabe „% Daily Value“? Beurteile die Nahrungsmittel aus gesundheitlicher Sicht.
2. Inwiefern handelt es sich bei der Berechnung von Nährwerten, um die Berechnungen mit Listen?
3. Warum ist die Reihenfolge der Bestandteile wichtig?
4. Versuche anhand der Abbildungen die Begriffe „Dimension eines Vektors“, „Vektoraddition“, „Vektorsubtraktion“ und „Vervielfachen eines Vektors“ zu erläutern. Verdeutliche dieses an einem Beispiel.
5. In der Regel würde man pro Person 200 g Mac & Cheese mit (vielleicht) einer Scheibe Brot essen. Formuliere den Vektor bestehend aus Kalorien, Fett, Kohlenhydrate und Proteinen für diese Mahlzeit.
6. Wie würde man den Natriumgehalt (Sodium) der Lebensmittel in Gramm, die (Kilo-)Kalorien in Kilojoule und den Fettgehalt in Kilogramm umrechnen?

Didaktischer Kommentar:

Das Arbeitsblatt kann im Unterricht als „Diskussionsgrundlage“ zum Einstieg in die Vektorrechnung eingesetzt werden. Ein Vorwissen ist dazu nicht notwendig. Neben einer intuitiven Klärung einzelner Begriffe und Verfahren der Vektorrechnung sind die Hauptanliegen die Kommunikationsförderung, die Lernendenorientierung sowie die Verstehensorientierung. Es geht nicht darum, fertige Lösungen der einzelnen Aufgaben zu formulieren. Es empfiehlt sich, die Schülerinnen und Schüler das Arbeitsblatt in Partnerarbeit für eine Zeit von etwa 20 Minuten bearbeiten zu lassen und sie aufzufordern, Notizen zu den einzelnen Aufgaben anzufertigen, die dann im Anschluss besprochen werden können. Der Kontext stammt aus der Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler.

Mögliche Bearbeitungen:

Recherchen ergeben, dass der Tagesbedarf an Fetten bei Erwachsenen bei etwa 60 g bis 80 g liegt. Der Tagesbedarf an Kalorien, genauer Kilokalorien, beträgt abhängig vom Geschlecht, der Größe, des Alters, des Gewichts und der täglichen Aktivität etwa 2000 kcal. 60 g Fett entsprechen dabei in etwa 2000 kcal. Auch auf die Art der Fette kommt es an. Mit einer Portion Mac & Cheese ist man also über den Tag hinweg mehr als nur gut bedient. Proteine soll man etwa 1g pro Kilogramm Körpergewicht zu sich nehmen und Kohlenhydrate abhängig vom Geschlecht 200 g bei Frauen und 290 g bei Männern. Eine Scheibe Sandwichbrot deckt damit etwa 1% des täglichen Fettbedarfs, 4% des Kohlenhydratbedarfs und mit 70 kcal etwa 3% des täglichen Kalorienbedarfs eines Erwachsenen ab (% DV). Bei Mac & Cheese sieht die Bilanz anders aus.

Die Schülerinnen und Schüler erklären im Kontext, dass erstens die Listen Zahlen enthalten und dass man mit Listen rechnen kann, wenn sie gleichviele Einträge haben (Dimension eines Vektors) und wenn die Reihenfolge der Einträge (Ordnung) identisch sind.

Die Vektoren $\vec{u} = \begin{pmatrix} \text{Kohlenhydrate} \\ \text{Proteine} \\ \text{Kalorien} \\ \text{Fette} \end{pmatrix}$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix} \text{Kalorien} \\ \text{Fett} \\ \text{Kohlenhydrate} \\ \text{Proteine} \end{pmatrix}$ unterscheiden sich in ihren Anordnungen bzw. die Vektoren $\vec{w} = \begin{pmatrix} \text{Kalorien} \\ \text{Fett} \\ \text{Proteine} \end{pmatrix}$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix} \text{Kalorien} \\ \text{Fett} \\ \text{Kohlenhydrate} \\ \text{Proteine} \end{pmatrix}$ unterscheiden sich in ihren Dimensionen und können daher nicht sinnvoll miteinander verrechnet werden. Der Vektor $\vec{w}$ ist dreidimensional; die Vektoren $\vec{u}$ und $\vec{v}$ sind vierdimensional.

Zweitens können bestimmte Rechenoperationen, wie z. B. Additionen, Subtraktionen und Vervielfachungen auf Listen sinnvoll definiert und durchgeführt werden. Die Berechnungen können nur bei gleicher Anordnung der Komponenten eines Vektors durchgeführt werden. Die einzelnen Begriffe, wie z. B. Komponenten eines Vektors, Dimension sind nicht bekannt, können aber aus dem Kontext erschlossen bzw. im Kontext erklärt werden.

Möchte man z. B. den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} \text{Kalorien} \\ \text{Fett} \\ \text{Kohlenhydrate} \\ \text{Proteine} \end{pmatrix}$ für eine Scheibe Sandwichbrot mit einer Portion Peanutbutter ermitteln, so ergibt sich die Vektoraddition intuitiv durch

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} \text{Kalorien} \\ \text{Fett} \\ \text{Kohlenhydrate} \\ \text{Proteine} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 70 \\ 1 \\ 12 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 190 \\ 16 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 260 \\ 17 \\ 19 \\ 10 \end{pmatrix}$$ als Summe der einzelnen Komponenten.

Umgekehrt ergibt sich die Vektorsubtraktion aus der Subtraktion der einzelnen Komponenten der Vektoren. Bei Kenntnis eines Vektors und eines Bestandteils der Nahrung kann man zurückrechnen, wie viel des anderen Bestandteils (näherungsweise) zu sich genommen wurde. Wenn z. B. eine Mahlzeit aus Peanutbutter und Brot besteht und man weiß, dass man eine Portion Peanutbutter zu sich genommen hat und wie viele Kalorien, Fett, Kohlenhydrate und Proteine man zu sich genommen hat, so ergibt sich die Anzahl der Sandwichbrotscheiben aus

$\vec{v} = \begin{pmatrix} \text{Kalorien} \\ \text{Fett} \\ \text{Kohlenhydrate} \\ \text{Proteine} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 330 \\ 18 \\ 31 \\ 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 190 \\ 16 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix} + \vec{s}$. Es ist dann $\vec{s} = \begin{pmatrix} 140 \\ 2 \\ 24 \\ 4 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 70 \\ 1 \\ 12 \\ 2 \end{pmatrix}$. Man hat 2 Scheiben Sandwichbrot zu sich genommen.

Eine mögliche Lösung für Aufgabe 5 wäre z. B. durch die Berechnung des Vektors

$\vec{v} = \begin{pmatrix} \text{Kalorien} \\ \text{Fett} \\ \text{Kohlenhydrate} \\ \text{Proteine} \end{pmatrix}$ mit $\vec{v} = \frac{200}{340} \cdot \begin{pmatrix} 600 \\ 27 \\ 63 \\ 25 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 70 \\ 1 \\ 12 \\ 2 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 423 \\ 17 \\ 49 \\ 17 \end{pmatrix}$ gegeben. Die Zahl (der Skalar)

$k = \frac{200}{340} = \frac{10}{17} \approx 0{,}588$ gibt den Anteil einer Mac & Cheese-Portion an.

Zwei Vektoren eines Lebensmittels können unterschiedlich sein, wenn die Einheiten einzelner Komponenten verändert werden. Bei einer Portion Mac & Cheese würde der Vektor

$\vec{w} = \begin{pmatrix} \text{Natrium} \\ \text{Energie} \\ \text{Fett} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1070 \\ 600 \\ 27 \end{pmatrix}$ zu $\begin{pmatrix} \text{Natrium} \\ \text{Energie} \\ \text{Fett} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1{,}070 \\ 2510 \\ 0{,}027 \end{pmatrix}$, wobei die Umrechnung von kcal in kJ durch Multiplikation mit 4,18 erfolgt.

Der Kontext ist durchgängig und tragfähig. Der Kontext kann z. B. zur Klärung der Begriffe Linearkombination mehrerer Vektoren, Lineare Abhängigkeit und Skalarprodukt wiederaufgegriffen werden („Kann man einen Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} \text{Protein} \\ \text{Fett} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$ aus einer Mahlzeit mit Peanutbutter und Brot erzeugen? Wenn ja, mit welchen Mengen? Wenn nein, warum nicht? Geht das immer? Wie sieht das bei dreidimensionalen Vektoren aus?“ oder „Du möchtest nur mit Peanutbutter möglichst gut an den Vektor $\vec{w} = \begin{pmatrix} \text{Protein} \\ \text{Fett} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$ herankommen. Welche Portion musst du dazu nehmen? Was heißt „möglichst gut“? Veranschauliche den Vektor $\vec{w} = \begin{pmatrix} \text{Protein} \\ \text{Fett} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$ und den Vektor $\vec{p} = \begin{pmatrix} \text{Protein} \\ \text{Fett} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 16 \end{pmatrix}$ in einem Koordinatensystem. Beschreibe deine Vorgehensweise.“)