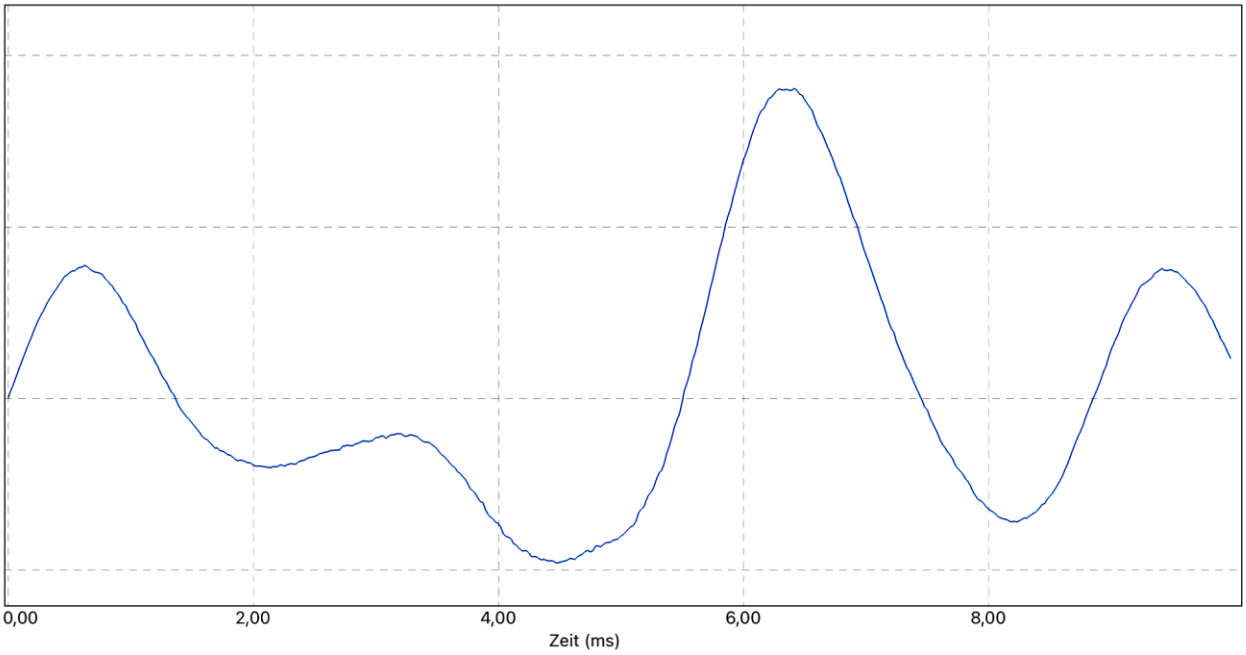
Klasse 10

Arbeitsblatt des Monats

Nov / 22

Merkwürdiges mit der Sinusfunktion

Periodische Vorgänge verlaufen in der Realität nicht immer genauso regelmäßig wie die Sinusfunktion. Unten siehst du ein Beispiel: ein gesprochener Laut, der mit einem Oszilloskop dargestellt wird.



Aufgabe 1: *Merkwürdiges modellieren*

a) Beschreibe die Gestalt des Graphen in deinen Worten.
Inwiefern erscheint sie dir *merkwürdig*?

b) Obwohl der Graph merkwürdig aussieht, lässt sich seine ungefähre Gestalt aus nur zwei Sinusfunktionen erzeugen. Probiere es aus:
Folge dazu dem QR-Code bzw. dem Link oder gib in GeoGebra den Term $a \cdot sin(bx) + k \cdot sin(lx)$ ein. Finde eine Einstellung der Schieberegler, die deiner Einschätzung nach ungefähr zum obigen Graphen passt.
Notiere die zugehörige Funktionsgleichung.

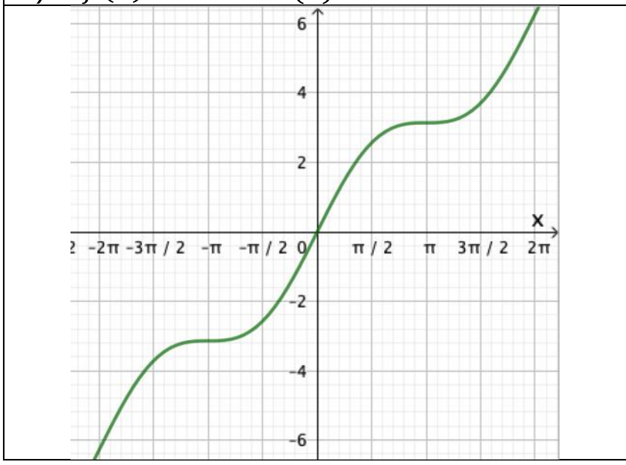
geogebra.org/m/xpz3bwrv

c) Warum wird zur Darstellung des gesprochenen Lautes in GeoGebra wohl mehr als eine Sinusfunktion benötigt, und warum muss hier addiert werden?
(*Tipp: Wie entstehen Laute beim Sprechen?)*

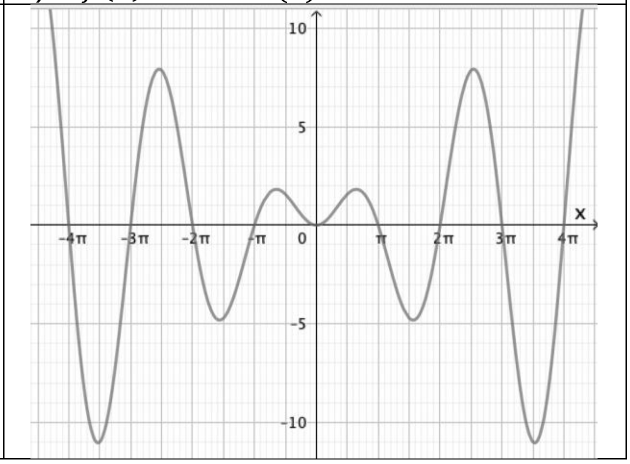
Aufgabe 2: *Sechs Sonderlinge*

Verknüpfungen mit der Sinusfunktion können sogar noch merkwürdiger aussehen. Unten siehst du sechs Beispiele dafür. Erkläre jeweils anhand der Funktionsgleichung, wie das merkwürdige Aussehen zustande kommt.

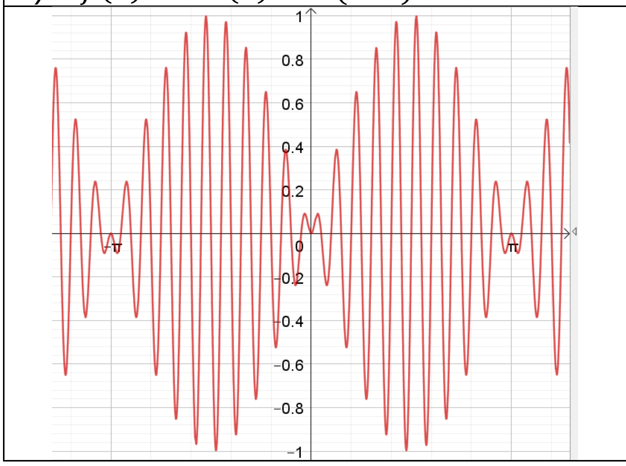
a) $f(x) = x + \sin(x)$



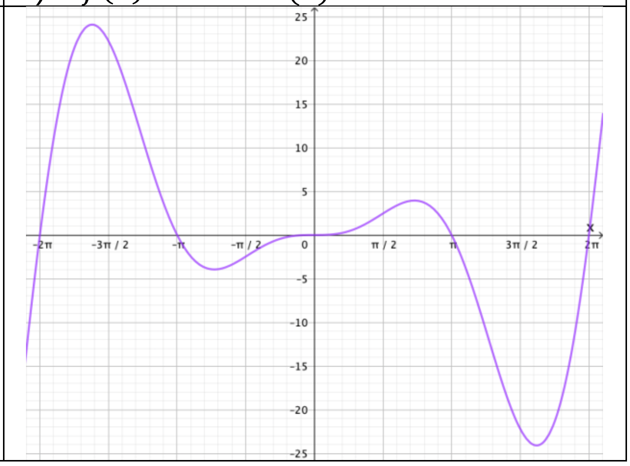
b) $f(x) = x \cdot \sin(x)$



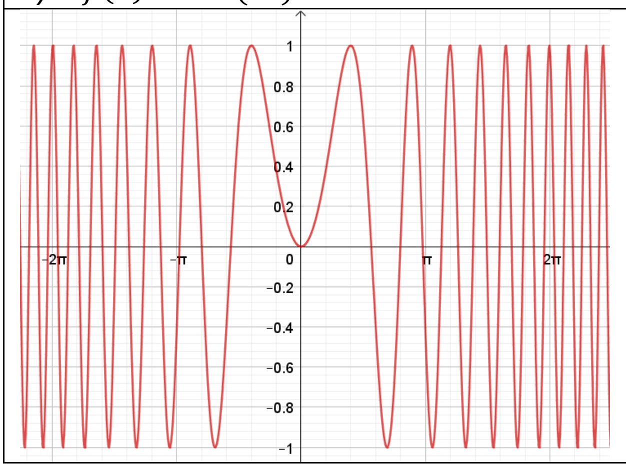
c) $f(x) = \sin(x) \cdot \sin(20x)$



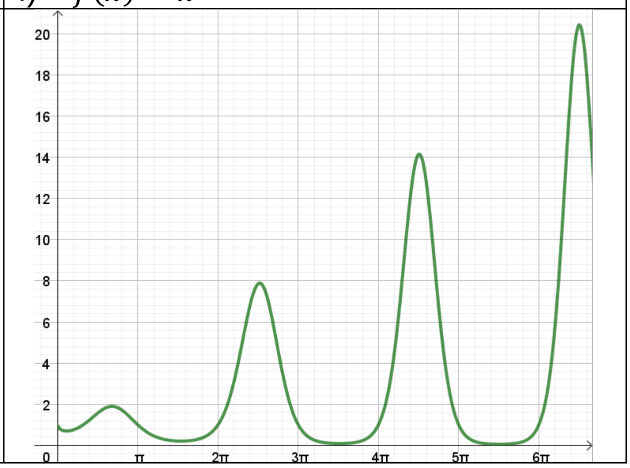
d) $f(x) = x^2 \cdot \sin(x)$



e) $f(x) = \sin(x^2)$



f) $f(x) = x^{\sin(x)}$



Aufgabe 3: *Unerforschte Graphen*

Erfinde eine eigene, besonders merkwürdige Verknüpfung mit der Sinusfunktion. Skizziere den Graphen und versuche, seine Gestalt zu erklären.

Lösungshinweise

1b: eine Möglichkeit: $a = 1{,}5$, $b = -1{,}5$, $k = 1{,}6$ und $l = -1$

1c: Beim Sprechen erzeugen unsere Stimmbänder meist mehrere Sinusschwingungen, die sich überlagern. Dementsprechend benötigen wir mehrere Sinusfunktionen, die addiert werden.

2: Hier gibt es viele unterschiedliche Möglichkeiten. Einige Beispiele:

a: Die Punkte der Geraden werden immer ein Stück weit nach oben oder unten verschoben. Oder umgekehrt: Die Punkte auf der Sinuskurve werden immer mehr verschoben (der Summand x wird als nicht konstante Verschiebung in y-Richtung gedeutet).

b, c und d: Der Faktor x bzw. $\sin(20x)$ bzw. x^2 lässt sich als nicht konstanter Streckfaktor in y-Richtung deuten.

e: Ein Faktor x in $\sin(x \cdot x)$ lässt sich als nicht konstanter Streckfaktor in x-Richtung deuten. Oder: Die Zahlen, die die Sinusfunktion verarbeiten muss, werden in positive und negative Richtung immer schneller immer größer. Entsprechend schwingt die Sinuskurve in immer kürzeren Abständen auf und ab.

f: Hier darf eine Erklärung durchaus unvollständig bleiben, kleinteilig sein und aus mehreren Beiträgen zusammengesetzt werden: Es bietet sich an, die Nullstellen von $\sin(x)$ in den Blick zu nehmen, denn dort ist $f(x) = 1$. Zwischen diesen Stellen erklärt der Einfluss des positiven oder negativen Exponenten die Berge und Täler. Das größer werdende Funktionsargument erklärt das Wachsen der Berge, wobei der Bereich zwischen den ersten beiden Nullstellen von $\sin(x)$ einen Sonderfall bildet.