

Falle für Laschet – ein Ausflug in die Logik

Wenn Laschet nun die Folgen der Flut und die Hilfe für die Opfer nicht in den Griff bekäme, schadet das nicht nur (...) den Betroffenen. Der Kanzlerkandidat ginge zudem in die Falle seiner eigenen Logik: Wer NRW regieren, kann auch den Bund regieren – wenn das stimmt, dann gilt auch: Wer nicht, der nicht.

Pressestimme aus der Süddeutschen Zeitung, zitiert nach den Westfälischen Nachrichten, 4.8.2021

1. Was ist vermutlich mit den letzten Worten gemeint? Formuliere den Satz ganz.
2. Ist diese Umkehrung des Satzes okay? Prüfe Beispiele:
 - Wenn es regnet, dann ist die Straße nass.
Kehre den Satz um. Stimmt die Umkehrung?
 - Recherchiere: Der 1. Strahlensatz ist umkehrbar.
 - Recherchiere: Die Umkehrung des 2. Strahlensatzes ist nicht richtig.
3. Kommentiere die letzte Aussage des Artikels.
4. Nun zur korrekten Umkehrung eines Satzes.
Wenn es regnet, dann ist die Straße nass. Den Satz nimm als richtig an.
Dann folgt direkt: Wenn die Straße nicht nass ist, dann hat es auch nicht geregnet.
Sonst würde ja der ursprüngliche Satz nicht stimmen.
Allgemein formuliert folgt also für eine Aussage A und B: Gilt „Aus A folgt B“, dann gilt auch „Aus Nicht-B folgt Nicht-A“. Formalisiert geschrieben:
 $A \Rightarrow B \Leftrightarrow \text{Nicht-B} \Rightarrow \text{Nicht-A}$.
Kehre folgende Sätze korrekt um:
 - a) Wenn eine Fußballmannschaft ein Spiel gewinnt, dann hat sie mindestens ein Tor geschossen.
 - b) Wenn ich in einer Klausur mindestens 95% der Punkte erreicht habe, bekomme ich die Note „sehr gut plus“.
 - c) Wenn jemand das Kleine Einmaleins nicht beherrscht, dann kann er keine Potenzen ausrechnen.
5. Prüfe an den drei Beispielen in 4, ob die Umkehrung von oben richtig ist. Ein Gegenbeispiel reicht, falls sie nicht zutrifft.
6. Wie lautet die korrekte Umkehrung des NRW/Bund-Satzes, wenn er denn zutrifft?

Bearbeitung

1. Wer NRW nicht regieren kann, der kann auch nicht den Bund regieren.
Also: Wenn Laschet die Probleme in NRW nicht in den Griff bekommt, dann ist er auch nicht fähig im Bund zu regieren.
- 2a) Wenn die Straße nass ist, dann regnet es.
Stimmt nicht generell: Jemand hat sein Auto gewaschen. Oder: Es hat vor einer Viertelstunde geregnet, die Straße ist noch nass.
- b) Die Strahlensätze sagen etwas aus über zwei von einem Punkt ausgehende Strahlen, die von Parallelen geschnitten werden.
 1. Strahlensatz: Dann ist das Verhältnis der Streckenabschnitte auf dem einen Strahl gleich dem auf dem anderen Strahl.
Die Umkehrung ist auch richtig: Ist das Verhältnis von Streckenabschnitten auf einem Strahl gleich dem auf dem anderen, so sind die schneidenden Geraden parallel.
 - Der 2. Strahlensatz: Dann ist das Verhältnis der Parallelenabschnitte gleich dem Verhältnis der Strecken auf einem der Strahlen ist.
Die Umkehrung ist nicht richtig. Zwei schneidende Geraden können dasselbe der Abschnittslängen haben ohne parallel zu verlaufen.
3. Wenn denn der 1. Satz gilt (Wer NRW regieren kann, der kann auch den Bund regieren), so gilt keineswegs automatisch: Wer NRW nicht regieren kann, der kann auch den Bund nicht regieren. Umkehrungen von richtigen Sätzen sind nicht automatisch auch richtig! Da irrt die Süddeutsche Zeitung.
- 4a) Wenn eine Fußballmannschaft kein (nicht mindestens ein) Tor schießt, hat sie das Spiel nicht gewonnen.
- b) Wenn ich in einer Klausur nicht die Note „sehr gut plus“ bekomme, habe ich weniger als (nicht mindestens) 95% der Punkte erreicht.
- c) Wenn jemand Potenzen ausrechnen kann, dann kann er auch das Kleine Einmaleins.
- 5a) Wenn eine Fußballmannschaft verliert (nicht gewinnt), dann hat sie kein Tor geschossen. Die Aussage ist falsch: Gegenbeispiel ist der Spielstand am Ende von 0 : 0.
- b) Wenn ich in einer Klausur nicht mindestens 95% der Punkte erreicht habe, bekomme ich nicht die Note „sehr gut plus“. Die Satzumkehrung trifft zu,
- c) Wenn jemand das Kleine Einmaleins beherrscht, dann kann er Potenzen ausrechnen. Die Umkehrung trifft nicht zu, weil Grundschüler-innen zwar (hoffentlich) das Kleine Einmaleins beherrschen, aber noch nie von Potenzen gehört haben, sie also auch nicht berechnen können.
6. Wer im Bund nicht regieren kann, der kann auch NRW nicht regieren. (Das gilt, wenn der Ausgangssatz richtig ist.)

Zum Unterricht

In vielen Schulbüchern für die Oberstufe wird für Hoch/Tiefpunkte „notwendig“ und „hinreichend“ benutzt – häufig ohne jedes Verständnis für den Ausflug in die Logik.

Es ist sinnvoll statt dieser unverstandenen, häufig nur auswendig gelernten Logikwörter folgenden Dreierschritt anzuwenden: 1. Mögliche Extremwerte; 2. Prüfung der berechneten Extremwerte; 3. Berechnung der zugehörigen y -Werte.

Da die Logikwörter aber häufig (auch in Zentralprüfungen) benutzt werden, sollte man einen kurzen Exkurs in die Logik unternehmen. Dazu dient dieses Blatt. Daran kann man „notwendig“ und „hinreichend“ im Anschluss einführen.

