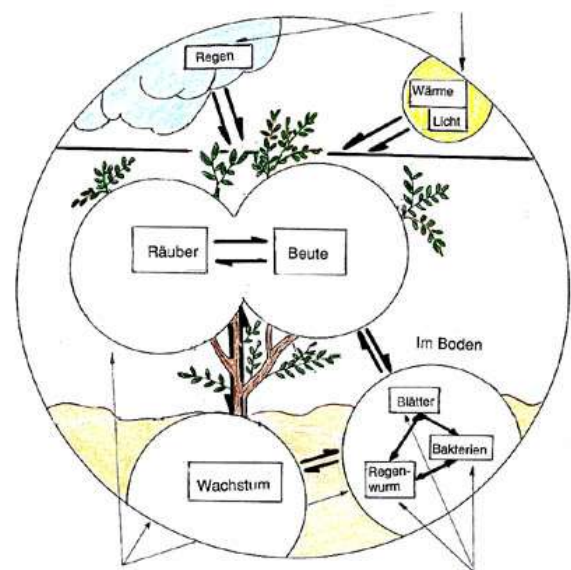


MUED-Rundbrief 165

Nr. 3/2007 – September 2007

Thema:



Modellieren lernen im MU

Mit Einladung zur MUED Tagung

Inhalt

Impressum.....	1
Einleitung.....	2
1. Ein erster Einstieg.....	2
2. Ein kleiner Exkurs.....	4
3. Qualitatives und quantitatives Modell.....	4
4. Verhalten von Systemen.....	5
5. Qualitative Modellierung.....	6
6. Quantitative Modellierung.....	7
7. Reale Probleme modellieren mit Mathematik.....	8
8. Werkzeuge zur Modellierung.....	17
9. Warum sollen Kinder und Jugendliche im Mathematikunterricht reale Probleme modellieren können?.....	18
10. Methodische und lerntheoretische Skizzen.....	19
Einladung zur Mitgliederversammlung.....	0

Impressum

Der MUED-Rundbrief erscheint viermal im Jahr in Appelhülsen mit einer Auflage von 650 Exemplaren.

MUED e.V., Bahnhofstr. 72, 48301 Appelhülsen

Redaktion dieses Rundbriefes: Volker Eisen und Willi van Lück

Redaktion des nächsten Rundbriefes: Planungsrat, Appelhülsen

Dieser Rundbrief wird – wie die bisherigen als Datei zum Herunterladen in das Rundbriefarchiv in www.mued.de/Verein/Rbarchiv gestellt. Die Links auf die im Text genannten Seiten sind dann aktiviert.

Einleitung

Bei Modell oder modellieren denkt kaum ein Mensch an Mathematik. Modell assoziiert im Alltag eher so etwas wie Modellbaukasten, Modelleisenbahn, Modellfrisur oder Model. In den Wissenschaften wird an ein Börsenmodell, Wellenmodell, Atommodell oder Blumenmodell gedacht. Und entsprechend dieser Begriffsvielfalt bedeutet dann "modellieren" ebenfalls ganz Unterschiedliches: Kinder modellieren aus Matsch einen Kuchen, künstlerisch tätige Menschen gestalten nach einem Modell oder einem Model eine Statue oder ein Kleid und die Wissenschaft der Biologie abstrahiert von unterschiedlichen realen Blumen ein Blütenmodell.

In den weiteren Ausführungen geht es um die Beantwortung der Frage, was Modell oder modellieren mit Mathematik zu tun hat. Daher wird Modell und modellieren in der Folge im wissenschaftstheoretischen Sinn diskutiert; das schließt aber die "Gefühle" mit ein. Denn: Sowohl die aktuelle Philosophie wie die Neurowissenschaften haben bewiesen, dass die Herrschaft der Vernunft auf eine funktionierende Emotionalität angewiesen ist. Der Mensch braucht Affekte, um handeln zu können. Vernunft allein bewegt niemanden. Gefühle sind zentral für Ethik wie für Sinnerschließung und keine Verwirrung des Geistes, wie Kant es noch formulierte. (Eva-Maria Engelen: "Gefühle", Reclam 2007).

1. Ein erster Einstieg

Modelle bilden oder modellieren sind sowohl abstrahierende als auch konstruierende Tätigkeiten. Ein erster Schritt beim Modellieren eines Wirklichkeitsausschnittes besteht in einer qualitativen Analyse: Was wirkt wie aufeinander ein und welche Wirkungen sollen und zu welchen Zwecken betrachtet werden? Werden dann diese Wirkungen sprachlich oder auch grafisch beschrieben, so entsteht bereits ein erstes qualitatives Modell von der Wirklichkeit (mehr unter 3 und 5). Wird in einem zweiten Schritt zusätzlich gefragt, wie viel und wie lange wirkt das Eine auf ein Anderes oder mehrere Andere ein oder umgekehrt, so entsteht ein quantitatives Modell (mehr unter 3 und 6).

Wirklichkeitsausschnitt aus dem Ökosystem Wald

noch eine wirklichkeitsnahe
Zeichnung



Abbildung 1

Im Wald wirken sehr viele einzelne Elemente aufeinander ein, so dass von einem hochvernetzten System gesprochen wird. Ausschnitte aus dieser Wirklichkeit, wie Vögel und Raupen, Blätter und Raupen, Wurzeln und Nährstoffe im Boden sowie der Waldboden mit seinen Kleinlebewesen sind selbst schon wieder beobachtbare **Untersysteme**.

Systemgrenzen werden durch den Zweck (Sinn) der Beobachtung festgelegt. Der Zweck kann u. a. sein, Zusammenhänge in ihrem zeitlichen Ablauf messen oder Untersysteme in ihrem Verhalten erkennen zu wollen, um sie dann "managen" zu können.

>>> qualitatives Modell

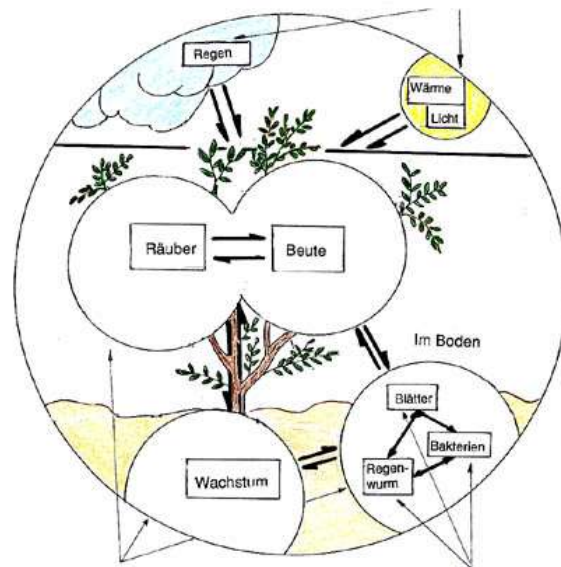


Abbildung 2

Vögel, Raupen, Blätter, Bakterien ... befinden sich immer in einem ganz bestimmten Zustand (Kästen). Es sind die **Zustandsgrößen** des Systems, die ein momentanes Volumen oder Gewicht besitzen, das sich aber mit der Zeit ändert. Der Vogel frisst u. a. Raupen. Der Baum nimmt u. a. über die Wurzeln Stoffe aus dem Boden, Licht von der Sonne und Wasser aus den Wolken auf. Licht und Regen wirken dabei von außen auf das System ein. Es sind **exogene Größen**. Aber bei noch so viel "Nahrung" gibt es für Vögel oder Raupen eine individuelle Größe, die die Zu- oder Abnahme bestimmt. Solche Größen heißen **Raten** (etwa: Wachstums- oder Sterberate).

2. Ein kleiner Exkurs

Von der Metapher einer Lebensgemeinschaft zum Management von Ökosystemen

Noch 1885 modellierte der Dorfschullehrer F. Junge in seinem Buch "Der Dorfteich als Lebensgemeinschaft" den Teich wie folgt: ..."Betrachten wir den Teich als Ganzes. Wie das Tier aus einzelnen Organen besteht, die in ihrer Gesamtheit das ganze Wesen darstellen, wie in ähnlicher Weise die Pflanze in einzelne Organe gegliedert ist: so hat auch der Teich seine Glieder. Diese sind die Tiere, die Pflanzen und das Unorganisierte. Insofern bilden alle eine Einheit." Sein Modell vom Teich war die romantisch aufgeladene Metapher einer Lebensgemeinschaft, die auch heute noch vielfach unter Naturfreunden und Naturfotografen genutzt wird.

1936 führte der Biologe Arthur Tansley den Begriff des Öko-Systems ein: "Das Ganze konstituiert sich aus grundlegenden Einheiten durch Rückkopplung". Seine Forschungsfragen bezogen sich damals noch darauf, wie ein Ökosystem Nahrung in Energie umsetzt, wie es die Sonnenenergie optimal ausnutzt oder wie es sein dynamisches Gleichgewicht hält. Heute beginnt die "heile Welt" der sich selbst regulierenden Ökosysteme zu kippen. Daher werden in unserer Zeit, um Ökosysteme managen zu können, Modelle von Ökosystemen auf dem "Computer" abgebildet und dann simuliert. Dabei geht es dann um die Beantwortung der Frage, wie etwa bei einem gewissen wirtschaftlichen Wachstum zur Sicherung des Wohlstandes gleichzeitig möglichst viele Technikfolgen vermieden werden können.

Erklärung: Unter einer Simulation wird ein Prozess verstanden, der experimentell auf der Modellebene durchgeführt wird und dann zu einer Prognose oder einem möglichen Ergebnis führt. Ziel einer Simulation ist u. a. die Beschreibung eines zukünftigen Systemverhaltens. Aber man beachte: Simulationen sind niemals frei von Fehlern¹.

3. Qualitatives und quantitatives Modell

Der Modellbegriff setzt den Systembegriff voraus. **Erklärung:** Unter einem **System** wird eine Menge von Elementen/Objekten verstanden, die miteinander in Beziehung stehen und/oder aufeinander einwirken sowie als Ganzes in eine Umwelt eingebettet sind.

Mit dieser Begrifflichkeit lassen sich die Begriffe qualitatives und quantitatives Modell wie folgt schärfen:

¹ „Gefahren und Fehlertypen bei der Modellbildung und Interpretation“
siehe: Lernumgebung „Modellieren mit Mathe“ auf dem Bildungsserver blick/Südtirol

Ein **qualitatives Modell** stellt die für wesentlich erachteten Elemente eines Systems und ihre Beziehungen untereinander dar (z. B. als Pfeil- oder Wirkungsdiagramm, siehe Abbildung 2). Bereits diese Darstellung gestattet schon elementare Aussagen über die Struktur und über das Verhalten von Systemen. Der heuristische Wert eines qualitativen Modells liegt daher in der Erarbeitung und Diskussion von Strukturen, Zusammenhängen und idealtypischen Verhaltensmustern. Das Ziel einer qualitativen Modellbildung besteht also nicht darin, "zuverlässige" Ergebnisse für eine zukünftige Entwicklung, also eine Prognose zu liefern.

Ein **quantitatives Modell** verlangt eine Konkretisierung qualitativer Begriffe auf der empirischen (messbaren) Ebene. Allerdings bedeutet die schlichte Verwendung von Zahlen noch nicht, dass es sich um ein quantitatives Modell handelt. Ein quantitatives Modell verwendet unbedingt Zahlen oder Geometrien aus empirischen Messungen, Befunden oder Befragungen. Das Ziel einer quantitativen Modellbildung kann u. a. eine quantitative Prognose (Vorhersage) oder aber nur eine Extrapolation über die zukünftige Entwicklung sein.

Zweck der Modellbildung: Ob ein qualitatives oder quantitatives Modell konstruiert wird, immer ist die Modellbildung mit einem Zweck (oder einem Sinn) verbunden, der auf einer bestimmten Interessen-, Gefühls- oder Problemlage beruht. Dazu zwei Beispiele: Manager und Arbeitnehmer haben bei einer Modellierung des Arbeitsmarktes sehr verschiedene Interessen und Gefühle. Menschen an der Küste und in den Bergen haben bei der Modellierung des Klimas teilweise ganz andere Probleme und Gefühle. Jede Modellbildung konstruiert also schwerpunktmäßig diejenigen Ausschnitte aus der Wirklichkeit, die der Zweckerfüllung dienen. Und: ein Modell idealisiert und vereinfacht nicht nur, sondern es setzt auch Akzente. So gesehen, sind Modelle dann auch wieder eine neue konstruktive Realität. Am Anfang jeder Modellierung sollten also auch Fragen stehen, die den Zweck der Modellierung verdeutlichen.

4. Verhalten von Systemen

Systeme zeigen spezifische Verhalten, können aber gleichzeitig mehrere Verhaltensweisen haben. So kann ein System offen, dynamisch, kontinuierlich und determiniert sein. Wichtig ist zu wissen, welches Verhalten und zu welchem Zweck modelliert und simuliert werden soll.

Ein System heißt	Ein System heißt
... offen , wenn die Zustandsgrößen oder Raten mit der System-Umgebung in Wechselwirkung stehen.	... abgeschlossen , wenn die Zustandsgrößen und Raten mit der System-Umgebung keine Wechselwirkungen besitzen.
... dynamisch , wenn die Zustands-Größen sich im Laufe der Zeit ändern, wie dies etwa beim Wachsen von Populationen der Fall ist.	... statisch , wenn die Zustandsgrößen unveränderlich sind, wie dies etwa bei einem Haus oder einer Brücke der Fall ist (sein sollte).
... kontinuierlich oder stetig , wenn sich die Zustandsgrößen kontinuierlich, in beliebig kleinen Zeitabschnitten, ändern, wie etwa bei der Amplitude eines Pendels.	... diskret , wenn die Zustandsgrößen sich nach ganz bestimmten Zeitintervallen sprunghaft ändern, wie dies etwa beim Kapital bei einer jährlichen Verzinsung der Fall ist.
... determiniert , wenn die Zustandsgrößen bei identischen Wiederholungen dieselben Werte liefern oder immer wieder einen Grenzwert annehmen. (Siehe hierzu: determiniertes Chaos .)	... stochastisch , wenn die Zustandsgrößen bei identischen Wiederholungen nur durch Wahrscheinlichkeiten beschreibbar sind, wie dies etwa bei der Ausbreitung von Epidemien der Fall ist.
... stabil , wenn bei "normalen" Änderungen von Raten das System nicht "kippt", wie dies etwa beim Herzschlag der Fall ist (sein sollte).	... instabil , wenn schon bei "sehr kleinen" Änderungen von Raten das System "kippt", wie dies bei einer Kugel auf einer konkaven Oberfläche der Fall ist.

5. Qualitative Modellierung

Spätestens mit den Veröffentlichungen des Club of Rome sind **Modellierungen und Simulationen** dynamischer Systeme in das Licht einer interessierten Öffentlichkeit getreten. Ihre Prognosen über die "Entwicklung der Welt" haben sogar das Selbstbild der postindustriellen Gesellschaft beeinflusst, haben ihr eigenes Risikobewusstsein geweckt und haben zu Diskussionen über die 'Grenzen des Wachstums' (1973) oder über ‚Jenseits der Grenzen des Wachstums‘ (1988) geführt. Heute werden zusätzlich und insbesondere auch die Fragen zur Veränderung des Weltklimas in der Öffentlichkeit (auch systemdynamisch) diskutiert.

Wird ein System in seiner Dynamik modelliert und betrachtet, so reduziert sich der empirische Datenbedarf erheblich. "Das richtige Erkennen einer wichtigen Rückkopplung hat etwa für das Verständnis der Eigendynamik eines Systems eine weit höhere Bedeutung als das Vorliegen vieler aufwendig beschaffter Messreihen". (Bossel, 1992).

Die für das Modell erforderlichen Informationen sind nach Forrester zu 98 % aus praktischen Erfahrungen und Kenntnissen zu erlangen; nur für die restlichen 2 % benötigt man reale Daten.

Das **Ziel qualitativer**, systemdynamischer **Modellierungen** und Simulationen ist die Erklärung des Systemverhaltens (im Zeitverlauf) aus seiner strukturellen Beschaffenheit heraus. Dabei werden die Modellgrößen verändert und dann unterschiedliche Entwicklungspfade (Szenarien) gegeneinander, interpretierend abgewogen. Und dabei sind auch Gefühle beteiligt.

Bei dieser qualitativen, systemdynamischen Betrachtung spricht man von einem **Erklärungsmodell**. Solche Modelle zeigen Wirkungen,

Wechsel-Wirkungen und Rückkopplungen zwischen den Elementen eines Systems in der Zeit auf. Ein mögliches Unterrichtsbeispiel siehe unter 7.3.

Modelle dieser Art nennt man häufig auch **Meta-Modelle**.

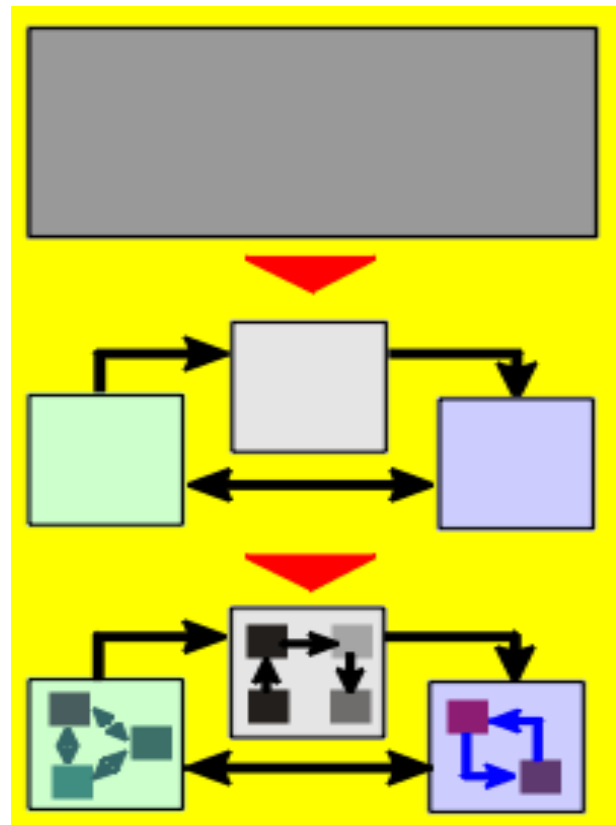


Abbildung 3

Sukzessive wird bei Erklärungsmodellen die black box aufgeklärt

6. Quantitative Modellierung

Bei einer quantitativen Modellierung werden geometrische Sachverhalte oder z. B. Zahlen aus wirtschaftlichen und finanztechnischen Befunden oder aus natur- und technikwissenschaftlichen Messungen oder aus gesellschaftlichen und alltagstauglichen Befragungen genutzt. So kann bei einer quantitativen Modellierung dann u. a. auch die Datenanalyse zentral sein, die bei einer systemdynamischen Modellierung eine mehr untergeordnete Rolle spielt.

Vorgegebene oder selbst erstellte Daten(Sätze), die im einfachsten Fall einfache Proportionen (siehe 7.2) oder Messreihen oder Zeitreihen (siehe 7.1) oder Befragungsergebnisse sind, werden analysiert: Sie führen zu Berechnungen, deren Ergebnisse direkt – zwar interpretierend - in die Wirklichkeit umsetzbar sind. Oder sie werden in Tabellen und unterschiedlichen Diagrammen dargestellt, die interpretierend zu Erkenntnissen über Entwicklungen, Abhängigkeiten und Zusammenhänge führen, aber in jedem Fall erst noch zu deuten (zu beurteilen) sind, ehe sie handlungsrelevant werden können.

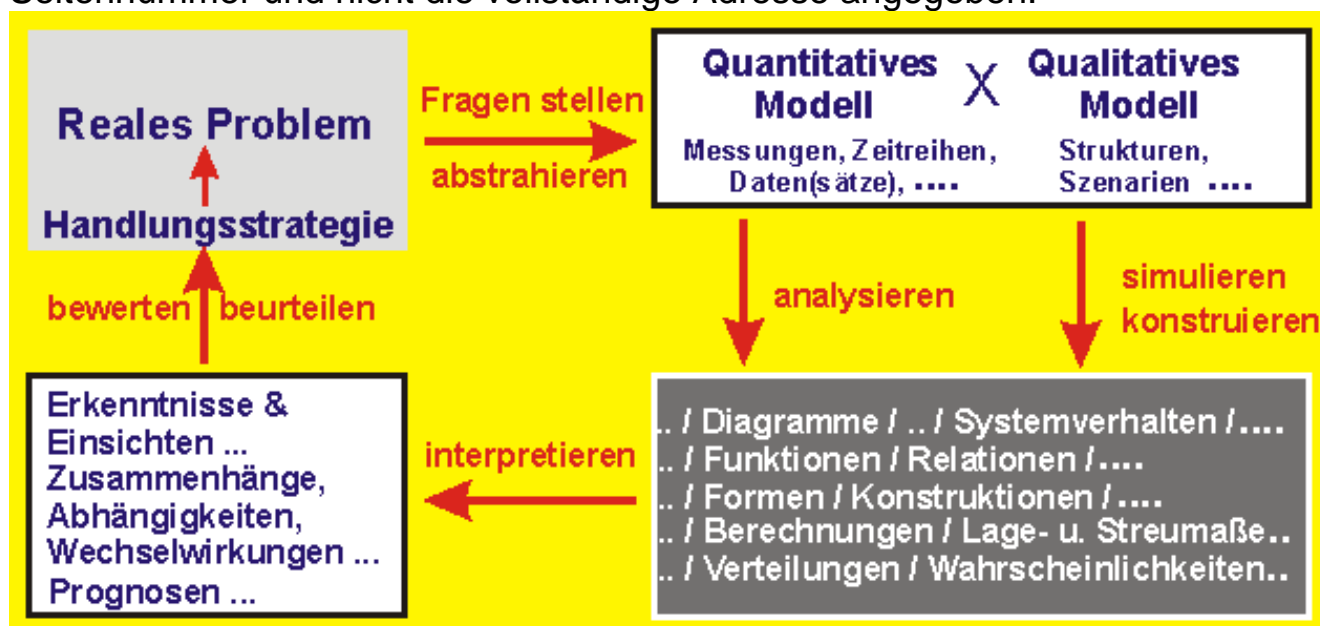
In vorgegebenen oder selbst erstellten komplexeren Datensätzen kommt der so genannte "Datendedektiv" zum Einsatz. Mittels Tabellen und/oder Diagrammen, Lage- und/oder Streumaßen und/oder Korrelationen werden u. a. Zusammenhänge oder Abhängigkeiten in den Daten"wolken" aufgespürt. Sie können zu einer Prognose führen, die nur mit einer (bedingten) Wahrscheinlichkeit angegeben werden kann. Im Prozess der Analyse von Datensätzen werden häufig aber auch Hypothesen formuliert, die bestätigt oder verworfen werden. Auch das Verwerfen einer Hypothese ist mit einer Erkenntnis verbunden, nämlich der, dass es so nicht ist.

Bei einer quantitativen Betrachtung spricht man auch von einem Beschreibungsmodell. Solche Modelle dienen u. a. der Prognose von Entwicklungen aber auch dazu, einsichtig handeln zu können. Auf eine Analyse des Wirkungsgefüges wird aber im Gegensatz zu einem Erklärungsmodell verzichtet.

7. Reale Probleme modellieren mit Mathematik

Im Modellbildungsprozess kommt es bei der Entwicklung eines formalen mathematischen Modells (in der folgenden Skizze grau unterlegt) darauf an, ob etwa die Analyse von Daten oder die Simulation von Strukturen stärker im Vordergrund der Betrachtung steht. Letztlich lassen sich diese beiden Tätigkeiten aber nicht scharf voneinander trennen. Sie sind immer wieder auch ineinander verwoben.

Die folgende Abbildung 4 verdeutlicht den Prozess der Modellbildung in abstrakter Form. In den folgenden drei Unterrichtsbeispielen 7.1 bis 7.3 wird dieser Prozess konkretisiert. Dabei wird die Lernumgebung "Modellieren mit Mathe", kurz MMM² und auch das Heft "Klimaschutz"³ der MUED zu Hilfe genommen. Wird auf eine Seite der Lernumgebung verwiesen, so wird in der Folge nur die Seitennummer und nicht die vollständige Adresse angegeben.



² Modellieren mit Mathe“ <http://www.schule.suedtirol.it/blick/angebote/modellmathe/medio.htm>

³ Antonius Warmeling: Klimaschutz – ein wichtiges Thema (auch) im Mathematikunterricht, 2007, MUED

Formale mathematische Modelle (grau unterlegt) werden in der Regel das reale Problem nicht lösen können, sie führen aber mittels Interpretationen etwa zu Erkenntnissen oder Einsichten, die über eine Beurteilung oder Bewertung eine Handlungsstrategie zur Lösung nahe legen können. So gesehen sind mathematische Modellierungen nicht nur im Mathematikunterricht sondern auch im gesellschafts-, wirtschafts- und naturwissenschaftlichen Unterricht sowie im Technikunterricht von Bedeutung. Hierzu siehe u. a. die Projektbeschreibung "Energiehunger! = Klimawandel?", Heft "Klimaschutz" der MUED sowie die beiden möglichen Unterrichtsprojekte "[Arbeit alle? – Arbeit für alle!](#)" und "[Wachstum, Wachstum... ohne Grenzen?](#)" in der Lernumgebung MMM.

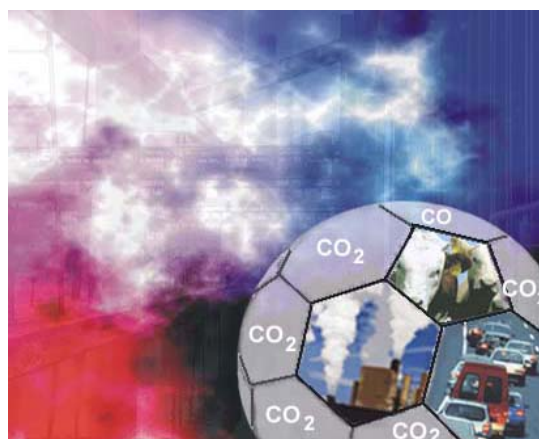
Bei der Beantwortung von Fragen, die sich bei der Modellierung eines realen Problems ergeben, blicken die verschiedenen Fächer (Wissenschaften) jeweils mit einer anderen "Brille" auf das reale Problem und "sehen" dabei auch jeweils unterschiedliche Aspekte. Immer kann aber bei der Suche nach einer Lösung eine mathematische Modellierung helfen. Sie kann u. a. Zusammenhänge, Abhängigkeiten, Wechselwirkungen, Beziehungen, Prognosen und Extrapolationen verdeutlichen und so eine wichtige Erkenntnishilfe für Handlungsstrategien sein. Die Mathematik zeigt sich dabei als eine formale Metasprache in unterschiedlichen Wirklichkeitsbereichen.

7.1 Klimawandel auf der Erde – unumgänglich?

Die folgende Darstellung zeigt die Einstiegsseite in das reale Problem "[Klimawandel – unumgänglich?](#)".

Anmerkung: Unterstrichene Ausdrücke im folgenden Text sind Links. Sie führen jeweils zu einer neuen Seite oder zu weiteren Informationen.

Die Umwandlung fossiler Energieträger nimmt weltweit zu. Und davon abhängig auch die Menge des ausgestoßenen Kohlendioxids. CO₂ ist ein Gas, das für einen wahrscheinlichen Temperaturanstieg auf der Erde mitverantwortlich gemacht wird. ...? ...?



mögliche Diskussionen zum Klappbild oder eine Geschichte zum Einstieg in die Thematik

Wenn es gewünscht wird, gibt es weitere Informationen u. a.: Daten und Zeitreihen zur Sache

"Blicke" auf das komplexe Problem

Arbeitsanregungen für Jugendliche, die beginnen zu modellieren

Mögliche Fragen	Selbstgemachter Klimawandel? Gibt es Auswege aus einer Klimakatastrophe? ...?	Der natürliche Kreislauf von Kohlendioxid und die Klimaglocke "Erde"
Mögliche mathematische Modellierungen	Analysiert die regionale Gewinnung von Energie u. a. aus fossilen Energieträgern und deren globale Folgen Konstruiert/simuliert unterschiedliche Szenarien für ein humanverträgliches Klima Gestaltet eine Befragung u. a. zum "Man-kann-ja-nichts-machen-Syndrom"	Energie aus fossilen Energieträgern et CO ₂ Klimawandel/ Klimadiagramme Energiepolitik: Nachhaltige Produktion von Energie, Emissionshandel
Anregungen zum selbst-regulierten Lernen	Lerntagebuch: Formular zur Selbstorganisation des Lernens Exemplarische Arbeitsergebnisse ... Anregungen zur Präsentation ... Anregungen zur (Online) – Kommunikation...	Kommentierte Links ins Internet - eine Auswahl

Die möglichen Fragen "[Selbstgemachter Klimawandel? Gibt es Auswege aus einer möglichen Klimakatastrophe?](#)" führen zu drei unterschiedlichen mathematischen Modellierungen u. a. zu "[Analysiert die regionale Gewinnung von Energie u. a. aus fossilen Energieträgern und deren globale Folgen](#)".

Die Jugendlichen – etwa einer 9. oder 10. Klasse – sollten selbst entscheiden können, welche der drei mathematischen Modellierungen sie durchführen wollen. Aber auch die unten im Ausschnitt dargestellten Analyse-Anforderungen – wie auch die [Konstruktions-/Simulations-](#) und [Befragungsanforderungen](#) – erlauben eine noch weitergehende Binnendifferenzierung nach Neigung und/oder Leistungsvermögen, in jedem Fall eine arbeitsteilige Kleingruppenarbeit. Bei dieser Arbeit werden die Kleingruppen von der Lehrperson beraten und "gecoacht" sowie während ihrer kommunikativen und kooperativen Arbeit dazu angeregt, u. a. die Qualität der Daten, also das vorgegebene **quantitative Modell in Form von "Zeitreihen und Daten: [Energie aus fossilen Energieträgern und Ausstoß von CO₂](#)"** zu prüfen und die gezeichneten Diagramme zu beschreiben, zu vergleichen, zu diskutieren und zu interpretieren. So gelangen die Jugendlichen zur Erkenntnis von Zusammenhängen und Abhängigkeiten, deren Bewertungen für ihr gesellschaftliches Handeln bedeutungsvoll sein können. Und alle Kleingruppen der Klasse erleben bei der Präsentation der Kleingruppen-Ergebnisse, wie die Modellierung ihres Teilbereiches in eine vollständigere Modellierung des realen Problems eingebettet ist. Die Jugendlichen können erleben, dass arbeitsteilige Teamarbeit produktiv ist und keine "Zeit" verschwendet.

Mögliche Anforderungen für die 8. bis 10. Klasse (Ausschnitt)

Analysen zur regionalen Energie-Gewinnung und zum regionalen Energieumsatz aus fossilen, nuklearen und erneuerbaren Energien

Analyse der regionalen Entwicklungen kann hier u. a. bedeuten:

- (1) Erstellt aus den gegebenen Datenbeständen Diagramme zur Energiegewinnung aus fossilen Energieträgern und zum Energie"verbrauch" für etwa drei unterschiedliche Länder.
- (2) Erstellt aus den gegebenen Datenbeständen Diagramme für die installierten Leistungen an erneuerbaren und nuklearen Energien.
- (3) Recherchiert ggf. selbstständig weitere Daten und diskutiert, wie seriös die Daten sind und warum sie auch voneinander abweichen.
- (4) Diskutiert in eurer Kleingruppe miteinander und begründet, warum die Energienachfrage ständig weiter gewachsen ist und extrapoliert / prognostiziert, wie sie sich mittelfristig bis langfristig entwickeln wird.
- (5) und (6) ...
- (7) Findet Terme (Funktionen), die stückweise das "Wachstum" beschreiben.
- (8) bis (11) ...

Analysen zum Ausstoß von Kohlendioxid und zur globalen Veränderung des Klimas

Analyse der globalen Folgen der Energiegewinnung kann hier u. a. bedeuten:

- (1) Erstellt aus den vorgegebenen Daten Diagramme zur Belastung der Luft mit Kohlendioxid.
- (2) ...
- (3) Diskutiert und erstellt Diagramme, wie sich in den letzten Jahrhunderten und Jahrzehnten die mittlere Jahrestemperatur verändert hat. Recherchiert ggf. selbstständig Daten hinzu.
- (4) Diskutiert in eurer Kleingruppe miteinander und begründet, wie sich über die Belastung der Luft das Klima ändern würde, wenn in den Schwellenländern (etwa in China) aus ökonomischen Gründen immer mehr fossile Energie umgewandelt werden würde.

Mögliche Anforderungen für die 10. bis 12. Klasse (Ausschnitt)

Analyse von Abhängigkeiten, Zusammenhänge und "Beschleunigungen" in den Entwicklungen

Analysiert die Entwicklungen so, wie sie (oben) für die Klassen 8 bis 10 beschrieben worden sind. Darüber hinaus u. a.:

- (1) Bestimmt für die einzelnen Entwicklungen (ggf. stückweise) die Funktionen und deren Anstiege ggf. mittels der Ableitungsfunktionen.
- (2) Korreliert für einige Länder und weltweit den Primärenergieverbrauch mit den Belastungen der Atmosphäre.
- (3) Korreliert für einige Länder und weltweit den Primärenergieverbrauch mit dem jeweiligen Wirtschaftswachstum (BIP)
- (4) Diskutiert in eurer Kleingruppe miteinander, was euch die Ableitungsfunktionen und die Korrelationen sagen und auch nicht sagen.
- (5) bis (9) ...

Mögliche Hilfen

Unter anderen:
Datenauswertung:
Diagramme

Energie: Was ist das? - Eine Einführung

Umrechnen und berechnen von Energie - Atomenergie

Versprachlichung:
lineare,
quadratische & rationale,
exponentielle & logistische
Wachstumsprozesse

Zuordnung, Wertetabelle,
Term und Funktion

Installierte Leistung von Windkraftanlagen - weltweit

Crash-Kurse:
Einführung in die Nutzung von Excel

... die Zunahme von ...
nimmt ab ...

Funktion und ihr Graph

Korrelation

Crash-Kurse:
Einführung in die Nutzung von Excel

7.2 Freier Handel und faire Preise – Oder ist Geiz geil?

Die folgende Darstellung zeigt die fast komplette Einstiegsseite in das reale Problem "[Freier Handel und faire Preise](#) ..."

Anmerkung: **Unterstrichene Ausdrücke** im folgenden Text **sind Links**. Sie führen jeweils zu einer neuen Seite oder zu weiteren Informationen.

"Wir können von den Preisen unserer Produkte nicht einmal leben", schreien die Entwicklungsländer. Und die anderen stöhnen: "Schon wieder ist alles teurer geworden". Wer bestimmt eigentlich den Preis eines Gutes? Wann sind Preise fair? Wann ist der Handel frei? ...? ...?



mögliche Diskussionen zum Klappbild oder eine Geschichte zum Einstieg in die Thematik

Wenn es gewünscht wird, gibt es weitere Informationen u. a.: Daten und Zeitreihen zur Sache

"Blicke" auf die vernetzten Zusammenhänge von freiem Handel und fairen Preisen

Arbeitsanregungen für Jugendliche, die beginnen zu modellieren

Mögliche Fragen

Wie wird ein Preis gemacht? Welche Mechanismen wirken dabei? Ist Geiz geil?

Mögliche mathematische Modellierungen

Analysiert, wie ein Preis - etwa im Einzelhandel - kalkuliert wird und ob alles immer teurer wird

Konstruiert und simuliert einige dynamische Marktmechanismen im "freien" Welthandel

Gestaltet eine Befragung zum Kaufverhalten u. a. dazu, ob Geiz geil ist

Verbraucherpreise / -indizes in Deutschland

Freier und fairer Welt-handel - Handelsschranken?

Beispiele u. a.: Baumwolle, Zucker, Transfair-Kaffee ... Kakao und Reis

Volkswirtschaftliche Gesamtrechnungen für West-Europa und Süd-Asien

Anregungen zum selbstregulierten Lernen

Unter anderen:
Exemplarische Arbeitsergebnisse ...
Anregungen zur Präsentation und (Online) Kommunikation

Die möglichen Fragen "[Wie wird ein Preis gemacht? Welche Mechanismen wirken dabei? Ist Geiz geil?](#)" führen zu drei unterschiedlichen mathematischen Modellierungen u. a. zu "Analysiert, wie ein Preis – etwa im Einzelhandel – kalkuliert wird und ob alles immer teurer wird". Ausschnitte dieser Modellierungs-Anforderungen werden in der Folge [gezeigt](#). Zur Bearbeitung dieser Anforderungen ist a) ein **quantitatives Modell in Form von "[Verbraucher-Preisen und –Indizes \(Zeitreihen\)](#)"** vorgegeben und werden b) einige Hilfen (rechte Spalte) angeboten.

Die Jugendlichen dieser Kleingruppe werden u. a. dazu angeregt, Preise (Proportionen) zu kalkulieren zu begründen und auch zu interpretieren. So gelangen sie zur Einsicht in mögliche Preiskalkulationen, deren Bewertung auch für ihr privates Kaufverhalten bedeutungsvoll sein kann.

Die Kalkulationen der Gruppe sind aber in eine vollständigere Modellierung des realen Problems eingebettet. Andere Kleingruppen der Klasse führen andere und auch weitergehende Modellierungen [1](#) oder [2](#) zum Problem durch. Die Präsentationen am Ende der Modellierungsphase stellen somit die "Lösungen zum Problem" von "fairen Preisen" vollständiger dar. Wieder können die Schüler/innen erleben, dass arbeitsteilige Teamarbeit produktiv ist.

Für die Wahl der Modellierungsaufgaben durch die Jugendlichen (etwa einer 7. oder 8. Klasse), wie für ihre Kleingruppenarbeit und auch für die Präsentation gilt Analoges, wie unter 7.1 beschrieben.

Mögliche Anforderungen für die 7. bis 10. Klasse (Ausschnitt)		Mögliche Hilfen
Kalkulation von Verkaufspreisen im Einzel- und Großhandel etwa für eine Obstsorte	<p>Einzelhändler und Großhändler kalkulieren ihre Verkaufspreise in ähnlicher Weise. Beide haben einen Einkaufspreis zu zahlen und wollen einen Gewinn machen.</p> <p>(1) Kalkuliert einmal den Verkaufspreis für eine Obst- oder Gemüsesorte, wenn der Einkaufspreis für den Händler feststeht. Überlegt euch, welche Kosten der Händler hat und welchen Gewinn er haben möchte.</p> <p>(2) Kalkuliert nun, welchen Einkaufspreis der Händler zu zahlen hat oder zahlen kann, wenn der Verkaufspreis (etwa für eine Obst- oder Gemüsesorte) feststeht, weil der Markt nicht mehr hergibt.</p>	<p>Ökonomischer Grundbegriff: Stabiles Preisniveau (Preisindex)</p> <p>Datenauswertung: Diagramme</p> <p>Erlös in Abhängigkeit von der Menge</p> <p>Vorwärts- und Rückwärtskalkulation bei einem Händler Dreisatzrechnung und Prozentrechnung</p> <p>Versprachlichung: lineare, quadratische & rationale, exponentielle & logistische Wachstumsprozesse</p> <p>Crash-Kurse: Einführung in die Nutzung von Excel</p>
Analyse, ob immer alles teurer wird	<p>Für Deutschland ist eine Tabelle der Preisindices des Statistischen Bundesamtes Wiesbaden gegeben. Analyse der Daten kann hier u. a. bedeuten:</p> <p>(1) Erstellt aus den vorgegebenen Datenbeständen Diagramme zur "Verteuerung" für die unterschiedlichen Verwendungszwecke.</p> <p>(2) Vergleicht die Diagramme miteinander und diskutiert in eurer Kleingruppe, ob die Steigerung der Preisindices für alle Verwendungszwecke ähnlich ist oder ob es bemerkenswerte Unterschiede gibt.</p> <p>(3) Beschreibt mit Worten den Verlauf der Diagramme und somit auch die Unterschiede.</p> <p>(4) Begründet, welche Diagrammart eine geeignete Darstellungsform ist.</p> <p>(5) bis (9) ...</p>	

7.3 Arme bleiben arm? – Hunger vererbt sich?

Die folgende Darstellung zeigt einen Teil der Einstiegsseite in das reale Problem "[Werden die Reichen immer reicher?](#)". Das reale Problem "[Extreme Armut – Hunger lebenslänglich?](#)" setzt einen anderen Akzent, hängt aber mit diesem Problem eng zusammen. Anmerkung: **Unterstrichene Ausdrücke** im folgenden Text **sind Links**. Sie führen jeweils zu einer neuen Seite oder zu weiteren Informationen.

Werden die Reichen immer reicher?

Immer häufiger artikulieren sozial orientierte Menschen und Gruppen unserer Gesellschaft: "Die Reichen werden immer reicher!" Und immer öfter fügen sie noch hinzu: "Die Armen werden immer ärmer!" Gerechter wäre es doch, wenn ...



<< mögliche Diskussionen zum Klappbild als Einstieg in die Thematik

Wenn es gewünscht wird, gibt es weitere Informationen u. a.: Daten und Zeitreihen zur Sache

"Blicke" auf den Zusammenhang von "Armut und Reichtum"

Arbeitsanregungen für Jugendliche, die beginnen zu modellieren

Mögliche Fragen

Sind Armut und Reichtum einfach nur Schicksal oder Erbe? Wen trifft die Armut am stärksten? ... ?

Daten zur Armut und zum Reichtum

Mögliche mathematische Modellierungen

Analysiert die Betroffenheit durch Armut und warum Reichtum sich so leicht vermehren lässt ...

Einkommen und Einkommens-Verteilungen - Methoden" der Vermehrung des Reichtums

Konstruiert und simuliert einige dynamische Wechselwirkungen zwischen Armut und Reichtum

Kommentierte Lexika und Links ins Internet - eine Auswahl

Gestaltet eine Befragung zur Kluft zwischen Arm und Reich und deren mögliche Folgen

Die möglichen Fragen „[Sind Armut und Reichtum einfach nur Schicksal oder Erbe? ...](#)“ führen zu drei unterschiedlichen mathematischen Modellierungen u. a. zu "Konstruiert und simuliert einige dynamische Wechselwirkungen zwischen Armut und Reichtum". Ausschnitte dieser Modellierungs-Anforderungen werden in der [Folge](#) gezeigt. Zur Bearbeitung dieser Anforderungen werden a) **Skizzen für qualitative Modelle** und b) einige weitere Hilfen (rechte Spalte) angeboten. Die Jugendlichen dieser Kleingruppe werden u. a. dazu angeregt, strukturelle Zusammenhänge und Wechselwirkungen zwischen Arm und Reich zu erkennen, zu interpretieren und auch zu bewerten. So gelangen sie zu einer Einsicht,

die für ihr gesellschaftliches Handeln bedeutungsvoll sein kann. Ihre Konstruktionen und Simulationen sind aber in eine vollständigere Modellierung des realen Problems eingebettet. Andere Kleingruppen der Klasse führen andere Modellierungen [1](#) und [2](#) zum Problem durch. Die Präsentationen am Ende der Modellierungsphase stellen somit die "Lösungen zum Problem" von "Arm und Reich" vollständiger dar. Wieder können die Schüler/innen erleben, dass arbeitsteilige Teamarbeit produktiv ist.

Für die Wahl der Modellierungsaufgaben durch die Jugendlichen (etwa einer 9. oder 10. Klasse), wie für ihre Kleingruppenarbeit und auch für die Präsentation gilt Analoges, wie unter 7.1 beschrieben.

Mögliche Anforderungen für die 9. bis 12. Klasse

Die Schuldzinsen können in eine Schuldenfalle führen, der kaum zu entkommen ist

-
- (1) Recherchiert bei Banken die Höhe der Zinssätze, die sie von ihren Schuldnern einfordern.
 - (2) Kalkuliert und simuliert was ein Schuldner z. B. an Schuldzinsen nach einem Monat, zwei Monaten, ...zehn Monaten oder auch mehreren Jahren zu zahlen hätte, wenn er nur 20.000€ (Kaufpreis für ein Auto) leihen würde und sie mit einem Jahreszinssatz von 8% zurückzahlen müsste.
 - (3) Nutzt zur Kalkulation der unterschiedlichen Fälle z. B. das Werkzeug Excel.
 - (4) Diskutiert in eure Kleingruppe miteinander und begründet, wer eigentlich durch die Ausleihe von Kapital reicher wird.
 - (5) ...

Armut und Reichtum wechselwirken miteinander

-
- (1) Diskutiert in eurer Kleingruppe miteinander und begründet mit "Zahlen", ob mit jedem Wirtschaftswachstum die Geldmenge (das Kapital) größer wird.
 - (1) Diskutiert in eurer Kleingruppe den Fall: Ein Mensch verdient an der Börse "Geld".
 - (3) Beschreibt und belegt, was es heißt, dass ein Mensch an der Börse Geld verdient. Klärt dabei u. a. die folgenden Fragen: Woher kommt dieses "Geld"? Und heißt dies etwa: Wenn an der Börse ein Mensch reicher wird, so muss irgendwo ein anderer ärmer werden?
 - (4) Die Zustandsgrößen "Armut" und "Reichtum" wechselwirken in unserer Gesellschaft zum Beispiel über Arbeits- und Entgeltformen oder über Steuern für soziale Fürsorge miteinander. Konstruiert, simuliert und interpretiert dynamische Modelle dieser Art.

Mögliche Hilfen

Kapital, Zinsen, Zinssatz, Zinseszinsen

Fallbeispiel für einen Tilgungsplan

Einführungsbeispiel: Zinseszinsen

Crash-Kurse: Einführung in die Nutzung von Excel

Werkzeuge zur Modellbildung

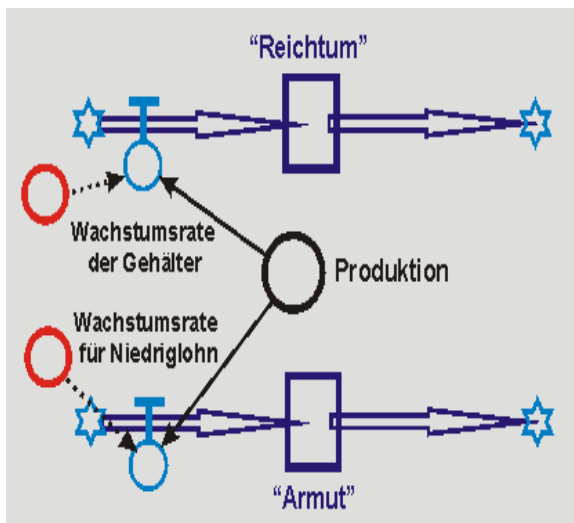
Begriffe: Geldschöpfung und Kreditinstitute
Bruttoinland- und Bruttosozialprodukte

Die Grundgrößen eines dynamischen Systems

Einführungsbeispiel: Zinseszinsen

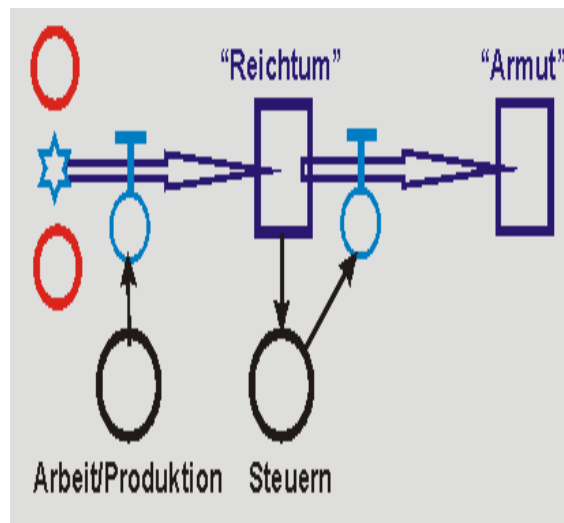
Modelltypen für Wechselwirkungen zwischen "Armut" und "Reichtum" (siehe Strukturtypen 1 und 2)

Auch hoch bezahlte Experten haben große Schwierigkeiten, gültige Modelle zu entwickeln. Darum kann es hier also nicht gehen. Es soll hier lediglich versucht werden, einige strukturelle Zusammenhänge in Wechselwirkung zu bringen.



Strukturtyp 1:

Die beiden Zustandsgrößen "Reichtum" und "Armut" sind parallel zueinander "geschaltet" und stehen zum Beispiel über eine konstante Produktion miteinander in Wechselwirkung.



Strukturtyp 2:

Die beiden Zustandsgrößen "Reichtum" und "Armut" sind hintereinander "geschaltet" und stehen zum Beispiel über die Steuern miteinander in Beziehung.

Die [Strukturtypen](#) lassen bereits eine Diskussion über strukturelle Bedingungen zu, sind aber noch keine "lauffähigen" Wirkdiagramme im Sinne der systems dynamics (siehe 8.). Diese müssen von den Jugendlichen noch konstruiert und dann simuliert und bewertet werden.

Weitere Anregungen sowohl zur quantitativen als auch qualitativen Modellierung im Mathematikunterricht sind bei allen 27 realen Problemen in der Lernumgebung "Modellieren mit Mathe" und bei allen 18 realen Situationen in der Lernumgebung "Mathe überall" ⁴ zu finden, in der letzteren auch Beispiele zur Geometrie.

Des Weiteren gibt es eine Fülle von möglichen Anregungen zur quantitativen Modellierung in den Heften der MUED.

⁴ Lernumgebung Mathe überall auf dem Bildungsserver blick/Südtirol
<http://www.schule.suedtirol.it/blick/angebote/primarmathe/medio.htm>

8. Werkzeuge zur Modellierung

Werkzeuge zur systemdynamischen Modellierung basieren auf der Systemdynamik, eine von J. Forrester um 1960 am Massachusetts Institute of Technology entwickelte Methode zur Beschreibung, Modellierung und Simulation dynamischer Systeme. Tragende Säulen der systemdynamischen Methode sind:

- die Unterscheidung von Zustands- (oder Bestands-) und Flussgrößen in Systemmodellen,
- die Darstellung von Systemen in speziellen "Fluss-Diagrammen" (stock-and-flow-diagrams),
- die Bereitstellung einer Simulationssprache zur [numerischen Simulation](#) solcher dynamischen Systeme auf dem Computer.

Die Gruppe um Forrester entwickelte bereits Ende der 50er Jahre die Simulationssprache DYNAMO, aus der eine Vielzahl schulgeeigneter "[Werkzeuge](#)" hervorgingen wie etwa **Dynasys** oder **Powersim**⁵

Sie erlauben es, dynamische Systeme in Flussdiagrammen grafisch zu modellieren und auf dieser Grundlage zu simulieren.

Im Hintergrund der Programme wird das Verhalten von dynamischen Systemen durch Differentialgleichungen beschrieben. Da diese Gleichungssysteme aber in der Regel nicht in einfacher Weise (oder vollständig) lösbar sind, werden sie in Differenzgleichungen umgeformt und dann schrittweise und annäherungsweise berechnet. Natürlich kann man sich die Gleichungssysteme auch ansehen.

Werkzeuge zur Datenanalyse oder zur Auswertung einer Befragung gibt es ebenfalls viele. Einfach nutzbar ist das Werkzeug **GrafStat**. "**Statistik interaktiv**" ist eine Lernumgebung der FU Berlin zu einer gleichnamigen CD-ROM des Springer Verlages. "**Beschreibende Statistik und explorative Datenanalyse**" ist eine Lernumgebung der FU Hagen. Mit diesen "Tutorials" ist eine Statistik-Grundausbildung im Selbststudium möglich.

Werkzeuge zur Tabellenkalkulation (Excel) sind bei der Analyse von Datensätzen sinnvoll im Unterricht nutzbar u. a.: Zur Darstellung von Tabellen in unterschiedlichen Diagramm-Formen, zum Finden von Ausgleichsgeraden, zum Finden von Termen, zur Simulation von Veränderungen am Graphen bei unterschiedlichen Parameter-Annahmen.

⁵ Dynasys und Powersim können aus dem Internet heruntergeladen werden.

9. Warum sollen Kinder und Jugendliche im Mathematikunterricht reale Probleme modellieren können?

– Didaktische Skizzen –

In den Rahmenlehrplänen Mathematik aller Bundesländer sind allgemeine Zielformulierungen zu finden, die das mathematische Modellieren im MU begründen und fordern. Unter anderem in NRW: ... "Mathematische Grundbildung umfasst die Fähigkeit, die Rolle zu erkennen, die Mathematik in der Welt spielt, mathematisches Wissen funktional, flexibel und mit Einsicht zur Bearbeitung vielfältiger kontextbezogener Probleme einzusetzen und begründete Urteile abzugeben. Sie beinhaltet insbesondere die Kompetenz des problemlösenden Arbeitens in inner- und außermathematischen Kontexten. Grundlegend dafür ist die Fähigkeit, komplexe Probleme zu strukturieren sowie reale Probleme in geeigneter Weise mathematisch zu beschreiben, also Modelle zu bilden und zu nutzen."

Insbesondere können mit der Modellierung realer Probleme, wie in den drei Beispielen 7.1 bis 7.3 gezeigt, folgende zukunftsorientierte, mathematische Kompetenzen oder Fähigkeiten erworben werden u. a.:

- Kalkulationen (Berechnungen) und geometrische Konstruktionen im Kontext eines realen Problems durchführen, interpretieren und bewerten können,
- Datensätze in Diagrammen darstellen, über gefundene Terme simulieren, die Graphen interpretieren und bewerten (beurteilen) können,
- in Daten"wolken" oder Zeitreihen Zusammenhänge entdecken, beschreiben, interpretieren und bewerten (beurteilen) können,
- Korrelationen finden und "berechnen" sowie interpretieren und bewerten (beurteilen) können,
- ...
- in komplexen, realen Problemen wesentliche, zusammenwirkende oder wechselwirkende Zustands-Größen entdecken und analysieren können,
- komplexe Systeme (Netze) in solche Teilsysteme zerlegen können, die bereits getrennt vom Ganzen untersucht werden und so schon zu wesentlichen Einsichten führen können,
- komplexe Teilsysteme als zeitabhängig erkennen und mathematisch mit den Methoden der "systems-dynamics" modellieren, simulieren, interpretieren und beurteilen können,
- komplexe Teilsysteme wieder zu einem dynamischen Ganzen zusammenbinden und das Verhalten des Ganzen studieren und beschreiben können,
- ...

Mathematische Kompetenzen dieser Art werden in Zukunft immer wichtiger: Einerseits für ein Arbeiten und Mitdenken in den Natur-, Technik-, Gesellschafts-,

Wirtschafts- und Finanzwissenschaften sowie andererseits für ein verantwortetes Mitwirken in einer stetig komplexer und globaler werdenden Welt.

10. Methodische und lerntheoretische Skizzen

In der Folge werden nur zwei Akzente skizziert. Mehr zu [Methoden und Lerntheorien](#) sind in der Lernumgebung "Modellieren mit Mathe" zu finden

Selbstreguliertes (eigenaktives, selbstorganisiertes, selbstverantwortetes) **Lernen ist eine notwendige Bedingung beim Erwerb der Fähigkeit (Kompetenz), reale Probleme modellieren zu können.**

So sollte jeder Einstieg in ein (reales) [Problem](#) mit einer durch die Lernenden selbst zu regulierenden Erkundungs- und Wahlaufgabe verbunden sein. Denn Wählen dürfen, wie können, lässt individuelle Interessen zu. Und diese zu realisieren, erzeugt angenehme, das Lernen unterstützende "Gefühle". Die Folge im Unterricht ist arbeitsteilige, individuelle Arbeit oder besser arbeitsteiliger Kleingruppenunterricht mit individuellen Lernphasen. Mittlerweile ist bewiesen, dass es beim Lernen vor allem aufs Gefühl ankommt. Denn dasjenige Hirnteil, in dem die Gefühle verankert sind, bewertet die Tätigkeit des Großhirns.

Lernen alleine durch noch so wohlgemeinte, kleinschrittige Instruktion (Anweisung) oder durch alleiniges Vor- und Nachmachen ist weder nachhaltig noch zur Ausbildung von Modellierungs-Kompetenzen geeignet. Auch Kompetenzen, welcher Art auch immer, müssen individuell und nachhaltig konstruiert (gelernt) werden.

Die Lehrperson hat beim Einstieg ins Modellieren und auch während der Modellierungs- und Präsentationsphase eine mehr beratende und coachende Funktion. Sie kann z. B. durch Auswahl geeigneter realer Probleme dafür sorgen, dass mit den gestellten Anforderungen Wahlmöglichkeiten gegeben sind und die Anforderungen (durch die Kinder und Jugendlichen) auf unterschiedlichen Niveaus auch erfüllbar oder leistbar sind. Daher müssen die Anforderungen mehr oder weniger offen formuliert sein (Beispiele siehe oben unter 7.1 bis 7.3) und auch – bezogen auf den individuellen Lernstand - eine kleine Herausforderung zur Eigentätigkeit und Selbstorganisation enthalten. Selbstregulierung lernen Kinder und Jugendliche genau dadurch, dass sie ihre Arbeit selbst regulieren. Und dabei sollten auch Fehler zugelassen werden. Außerdem gibt es bei Modellierungsaufgaben nicht nur die eine gute Lösung sondern in der Regel mehrere. Wichtig ist, dass die Ergebnisse begründet werden können.

Modellieren– Kommunizieren – Präsentieren gehören zusammen und sind kaum getrennt voneinander zu lernen

In der Modellierungsphase sind Kommunikationen in den Kleingruppen die Regel: Denn in dieser Lernphase müssen sich die Kinder und Jugendlichen über Sach-Inhalte, über methodische Vorgehensweisen sowie über zu nutzende Werkzeuge verständigen. In dieser Phase sollten sie auch selbstständig ma-

thematische Modelle erfinden und nicht nur bereits (auf Vorrat) gelernte Mathe anwenden. Das alles setzt Gespräche voraus, die zu Einigungen (Verständigungen) in der Kleingruppe führen müssen, soll nach einer gewissen Zeit ein Produkt vorliegen, das präsentiert werden kann. In jedem Fall müssen die Präsentationen so erfolgen, dass alle Schüler/innen und Schüler dabei das Wesentliche der Darstellung verstehen und auch lernen können. Das setzt wiederum voraus, dass das Präsentierte in der Klasse kommuniziert wird.

Wird die Modellierungsphase als Kleingruppenpuzzle durchgeführt so wird die Konstruktion subjektiven und intersubjektiven Wissens erheblich gefordert und gefördert, denn die zeitlich folgende Präsentationsphase verlangt von den Kindern und Jugendlichen, dass sie in dieser Phase als Experten auftreten können. Der Präsentation schließt sich eine Systematisierung und Einübung ausgewählter, mathematischer Modelle an. Soll z. B. das mathematische Modell der linearen Funktion sowie die Umformung von linearen Termen und Gleichungen systematisiert werden, so muss das quantitative oder qualitative Modell des Problems diese Modellierung zulassen. Entsprechend muss die Lehrperson das Problem auswählen. Natürlich können auch andere mathematische Modelle in der Präsentation vorkommen. Diese werden dann nach weiteren Modellierungen systematisiert und geübt.

Einladung zur Mitgliederversammlung

Ort: Tagungsstätte Reinhardwaldschule,
Rothwestener Str. 2 - 14, 34233 Fuldata
Zeit: Freitag, 23. November.2007, 20 Uhr

Tagesordnung

1. Bestimmung der Protokollführung
2. Rechenschaftsbericht
3. Bericht der Kassenprüferinnen
4. Entlastung des Vorstandes
5. Bestimmung der Wahlleitung
6. Vorstandswahlen
7. Nachwahlen der Kassenprüfer/Innen
8. Verschiedenes

Appelhülsen, den 12. September 2007

Gangred Edelt



KASCHIERTES

„STATISTIK IST WIE EIN BIKINI – SIE ENTHÜLLT EINE MENGE,
ABER DAS WESENTLICHE BLEIBT DOCH VERBORGEN.“

PROFESSOR AARON LEVENSTEIN (1901-1986),
„WISSENSCHAFTSJOURNALIST“, 2006

gefunden in: einblick, Ausgabe 1/2007