MUED – Rundbrief

157

4/2005

Veränderte Aufgabenkultur

im Mathematikunterricht

Inhaltsverzeichnis

Impressum

Der MUED-Rundbrief erscheint vier Mal im Jahr in Appelhülsen mit einer Auflage von 700 Exemplaren.

MUED e. V., Bahnhofstr. 72, 48301 Appelhülsen
Tel. 02509 / 606, Fax 02509 /996516
e-mail: mued.ev.@mued.de, http://www.mued.de

Redaktion dieses Rundbriefes: Rainer Böhm, Göttingen

Veränderte Aufgabenkultur als Bestandteil einer veränderten Unterrichtskultur

Rainer Böhm

Spätestens seit den Ergebnissen der ersten PISA-Studie wird verstärkt die These vertreten, dass eine veränderte Aufgabenkultur im Mathematikunterricht ein ganz zentrales Instrument zur Qualitätsentwicklung und -sicherung darstellt. Aus diesem Grund wurden auch umfangreiche Aufgabensammlungen unterschiedlicher Qualität entwickelt und veröffentlicht, die beispielgebend und zur Vorbereitung auf zentrale Vergleichsarbeiten dienen sollen.

Häufig besteht die Gefahr, dass die Aufgaben in erster Linie einen ergebnisorientierten Charakter bekommen; wer möglichst viele verschiedene Beispielaufgaben richtig gelöst hat, ist gut auf zentrale Vergleichs- und Überprüfungsarbeiten vorbereitet („teaching on the tests"). Bei so genannten Anwendungsaufgaben besteht darüber hinaus auch die Gefahr der Erziehung zur Gleichgültigkeit gegenüber Inhalten, da die Aufgaben oft aus dem Kontext einer Lernsituation herausgelöst und isoliert bearbeitet werden.

Bei den meisten Aufgabensammlungen fällt außerdem auf, dass keine Aufgaben mit eindeutiger Handlungsorientierung enthalten sind – sie sind ja auch nicht geeignet für Vergleichsarbeiten. Das gilt ebenso für die fehlenden Gruppenaufgaben.

Die oft unterstellte Annahme, dass allein schon durch veränderte Aufgaben die Unterrichtskultur verbessert wird, ist äußerst problematisch, denn dem unterrichtlichen Umgang mit diesen Aufgabenbeispielen muss ja ebenfalls eine große Bedeutung beigemessen werden.

Dennoch ist unbestreitbar, dass die Anregungen für die Entwicklung einer veränderten Aufgabenkultur <u>mit</u> zur Qualitätsentwicklung im Mathematikunterricht beitragen können, wenn sie in den Kontext einer veränderten Unterrichtskultur eingebettet sind.

Eine veränderte Unterrichtskultur im Mathematikunterricht ermöglicht den Schülerinnen und Schülern Fragen zu stellen nach dem Sinn und der Bedeutung von Mathematik für die Menschen und die Gesellschaft. Sie ermöglicht eine möglichst große Vielfalt individuell unterschiedlicher Zugänge zur Mathematik, lässt Umwege beim Lernen zu, und fördert die Lernbereitschaft und das Vertrauen in die eigene Leistungsfähigkeit bei allen Schülerinnen und Schülern. Eine veränderte Unterrichtskultur lässt Fehler zu und begreift Fehler als Lernchance. Sie verstärkt die Schülerbeteiligung im Unterricht, weckt Interesse und Neugier bei den Lernenden durch aktuelle Bezüge der Unterrichtsinhalte zu ihrer Lebenswelt. Durch den Einsatz verschiedener Lernmaterialien, die zu Tätigkeit auf-

fordern, zum Ausprobieren und Entdecken animieren, die das mathematische Vorstellungsvermögen, die Phantasie und Kreativität bei verschiedenen Lerntypen anregen, die mehrkanaliges und handlungsorientiertes Lernen fördern, wird den Schülerinnen und Schülern ermöglicht, ihren individuellen – für sie spannenden Zugang zur Mathematik zu finden. Eine veränderte Unterrichtskultur ermöglicht auch, dass die Lernenden kooperativ zusammenarbeiten, miteinander kommunizieren und sich gegenseitig helfen können; im Mathematikunterricht sind verschiedene Arbeitsweisen zugelassen, hier kann man Alternativen suchen und ausprobieren, hier kann man Lernerfahrungen und Ideen austauschen und an andere weitergeben.
Eine veränderte Unterrichtskultur ist u. a. gekennzeichnet durch eine Vielfalt und Variation der Unterrichtsmethoden:

- offener Unterricht (Stationslernen; Wochenplanarbeit; Freiarbeit; etc.);
- projektorientierter Unterricht (fächerübergreifender, anwendungsorientierter Unterricht);
- Lernwerkstattunterricht (handlungsorientiertes, ganzheitliches Lernen);

durch den Einsatz neuer Medien (ein angemessener, verantwortungsvoller und kritischer Umgang mit den neuen Technologien); durch eine Vielfalt von Lernaktivitäten der Schülerinnen und Schüler (Forschen und Entdecken, Beobachten und Erkunden, Experimentieren und Ausprobieren, Entwickeln und Herstellen, Erfinden und Konstruieren, etc.) und durch eine veränderte Aufgabenkultur, die gekennzeichnet ist durch offene, fächerübergreifende, lebensweltbezogene Problemstellungen; durch vielfältige Zugangsmöglichkeiten, verschiedene Lösungswege und unterschiedliche Lösungen; durch Reflexion über das Vorgehen und die Ergebnisse; und durch Kommunikation und Kooperation der Lernenden.

Auf den folgenden Seiten werden wir einige Beispiele dazu vorstellen.

Offene, produktive Aufgaben:

- Ein Pfund Joghurt und sonst nichts?
- Wie viel Mathematik steckt in einer Tüte Gummibärchen?
- Chinesische Rundhäuser

Mathematik aus der Zeitung:

- Müssen Göttingens Frauen während der Fußball-WM 2006 barfuss laufen?

Handlungsorientierung:

- Der Ball ist rund?

Ein Pfund Joghurt und sonst nichts?

Wiltraud Schillig

Ausgangspunkt für Fragestellung und Gestaltung der didaktisch-methodischen Werkstatt Mathematik in Braunschweig waren die Überlegungen, die in den neuen Rahmenrichtlinien für die integrierte Gesamtschule Mathematik Niedersachsen wie folgt beschrieben werden:
Ein Unterricht, der Verstehen und Aufklären in den Mittelpunkt stellt, geht von authentischen, komplexen Sinnkontexten aus.
Kennzeichen von solchen Unterrichtssituationen sind

- thematische Zusammenhänge, in denen die zu lernende Mathematik eingebettet ist. So kann an das (Alltags-) Wissen der Schülerinnen und Schüler angeknüpft werden.
- Sie werden mit ihrem Wissen ernst genommen. Gleichzeitig wird den Lernenden ein Referenzsystem geboten, in dem sie ihre mathematischen Handlungen überprüfen können.
- Handlungsmöglichkeiten, die Anlass zum eigenaktiven Fragen, Erkunden und Erforschen geben.
- vielfältige Lernwege, die den Lernstand der Schülerinnen und Schüler berücksichtigen und auf eine Vielfalt von Lerntypen einzugehen vermögen.
- Einbettung des Wissenserwerb und der „roten Fäden“.
- der Austausch von Wissen.[1]

Diese Art des Unterrichtens verlangt nach besonderen Möglichkeiten, wie Lehrende und Lernende mathematische Fragestellungen finden können, die von den üblichen Aufgaben nicht gefordert werden.

Wir probierten es auf diese Art und Weise:
Ein gefüllter Joghurtbecher wurde den Tisch gestellt.

Wie viel Mathematik steckt in diesen Joghurtbechern?
Versuchen Sie zunächst möglichst viele, unterschiedliche, eigene Fragestellungen zu diesem „Objekt" zu finden. Vermeiden Sie dabei Formulierungen, die nur auf eine Antwort hinsteuern.
Stellen Sie die eigenen Fragestellungen/ Aufgaben in der Gruppe vor.
Einigen Sie sich auf wichtige Aufgaben.
Stellen Sie diese Aufgaben den anderen Gruppen vor.
Um die besondere Dynamik des Lern- und Arbeitsprozesses besser verständlich machen zu können und um die Möglichkeiten zu schildern, die sich während der Arbeit ergeben haben, werde ich kurz den Verlauf

[1] Niedersächsisches Kultusministerium, Rahmenrichtlinien für die Integrierte Gesamtschule Mathematik, Hannover 2003, S. 15

skizzieren, um dabei noch einmal die vorläufige Sammlung der Aufgaben zu entwickeln. Da die Arbeitsgruppe nur aus 6 Lernenden bestand, wurde auch die erste Phase gemeinsam gestaltet.
Zunächst bewegten sich die Fragestellungen noch sehr im Rahmen der bekannten Unterrichtskultur:
Volumen berechen, Mantel berechnen, Oberfläche berechnen….

Interessanter wurde es, als der Becher auf die Seite gelegt und abgerollt wurde. (Bild 1)

Die ersten Erkenntnisse und Auseinandersetzung entstanden durch den Vorschlag, dass dieser Kreisring, der durch das vorsichtige Rollen des Bechers angedeutet wurde, genau so gut entstehen könnte, wenn man die Papiermantelfläche vom Becher löste und die Teile nebeneinander aufzeichnete.

Der Vorschlag wurde ausprobiert und es zeigte sich schnell, dass durch die 13 Teilstücke ein viel größerer Kreisring beschrieben wurde. Außerdem konnte man erkennen, dass das letzte Teilstück nicht in die verbleibende Lücke passte. Warum? Als Ursache vermutete man die ungenaue Art, mit der die Teilstücke gezeichnet waren. Nicht mitbedacht worden waren die Klebekanten. Eine schnelle Überschlagsrechnung konnte Gewissheit über die Lücke geben. Eine genauere Zeichnung wurde angefertigt (vgl. Bild 2)

Die eigentliche Frage:

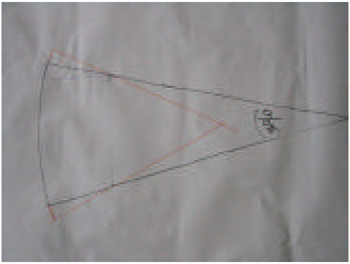
- Aber warum sind die Kreisringe unterschiedlich groß? konnte nicht abschließend behandelt werden und wurde zunächst einmal „gesammelt".

Hier muss nun weiter geforscht und berechnet werden.
Es blieb aber zunächst zu wenig Muße, der Sache auf den Grund zu gehen.
Denn neue Fragen schlossen sich an:

Die Mantelflächen aus Papier bilden einen Kreisring.
Wie groß ist der Winkel im Kreis für jedes Teilstück?
Das ließ sich problemlos bestimmen, 360°/13 = α ! Oder? Darüber waren sich alle einig und diese Einigkeit, die Frage nach den Winkeln und die Kenntnisse über den Zusammenhang zwischen Winkel und Mantelfläche führten zu einer **funktionalen Betrachtung**:

- Wie und an welcher Stelle können wir den Winkel ändern, ohne dass die Höhe des Papiermantels verändert wird und ohne dass sich die Höhe des Bechers verändert? Ist nicht möglich? Oder doch?

Folgende Skizze wurde erstellt: (Bild 3)



Die Höhe wurde eingezeichnet und die Veränderungen des Kreisumfanges und der Mantelfläche konnten über „Tangens" gelöst werden. Kurzes Durchrechnen. Das ist machbar! Große Erleichterung.

Welche Konsequenzen hat diese Veränderung für das Volumen, die Form und die Höhe des Bechers?

Wann wird der Becher zur Schüssel? Wie groß darf der Winkel überhaupt werden? Gibt es eine Grenze? Wäre das ein Fall für DynaGeo? Auch diese Fragestellungen und Überlegungen wurden festgehalten.

Das Aussehen und das Volumen des Joghurtbechers rückte an dieser Stelle wieder in den Vordergrund.

- Wie viel (% ?) zusätzliche Werbefläche hat diese Firma zur Verfügung, da der Mantel aus Papier ist, und man ihn ablösen kann?
- Welche Herstellungskosten entstehen durch die verschiedenen Materialien: Papier (Mantel und Boden), Plastik (innerer Becher und Deckel) und Aluminium (Deckel).
- Wie viel Zeit kostet diese Trennung der Materialien?
- Wie viele Menschen machen sich die Mühe, die Papierfläche vom Plastikbecher zu trennen?

Kleine Umfrage in der Gruppe.

- Stimmt die Behauptung, die Firma handelt umweltfreundlich?

Misstrauen macht sich breit.

- Wie hoch ist der Becher eigentlich mit Joghurt gefüllt? (Mogelpackung)?
- Wirkt sich der eine Zentimeter – vom Rand aus gemessen – auf das Volumen und Aussehen der Packung aus?

Also Becher öffnen, Rand von einem leeren Becher entfernen, Deckel wieder schließen. Der Becher wirkt sichtlich kleiner. Vergleichen Käufer also eher die Höhe?

- Wie viel gewinnt die Firma eigentlich, wenn der Becher nicht randvoll gefüllt ist? (Füllhöhe 2 cm unter dem Rand und so weiter…)
- Hat die Füllhöhe vielleicht „technische Gründe? Sind also alle Becher nicht ganz gefüllt? 1 Zentimeter Rand auch bei einer zweiten Firma? Sind es überhaupt zwei Firmen.
- Wie ist das Verhältnis von Grundfläche und Höhe des Bechers bei kleineren Mengen Joghurt?

Schätze das Volumen folgender Becher (Bild 4)

- In welchem der kleineren Becher vermutest du mehr Joghurt? Begründe.
- Wie müsste ein 250 g Becher dieser Firma aussehen?
- Ist es günstiger den Boden oder die Höhe zu verändern?
- Müssen Proportionen eingehalten werden?

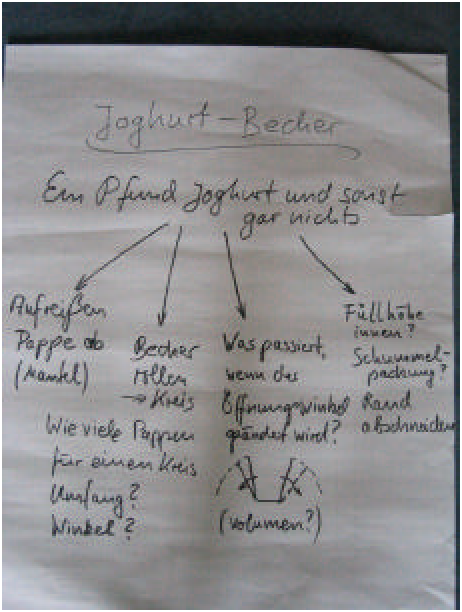
Und nun sind wir beim Transport und der Verpackung von größeren Mengen von leeren und vollen Joghurtbecher angelangt.

- Stelle die Becher ineinander. Es ist immer ein Zentimeter Rand zu erkennen.
- Wie hoch wird ein Stapel von 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …, x Bechern?
- Wie groß müsste eine Kiste sein, in der 6,8, 12 Becher gleichzeitig transportiert werden sollen?
- Wie könnte eine 2 Zentimeter hohe Papierhalterung in der Kiste aussehen, die kreisrunde Ausschnitte hat, die ein Verschieben der Becher innerhalb der Transportkiste verhindern soll. Zeichne, baue ein Modell.
- Woher kommt der Joghurt eigentlich?
- Wie lange Transportwege werden von der Firma (Herstellung in Süddeutschland) in Kauf genommen?

Es fallen uns später die abgedruckten Angaben der Nährstoffe auf.

- Welchen Nährwert hat dieser Joghurt noch? Wie frisch kann er geliefert werden?
- Welche Angaben werden zu den Nährstoffen gemacht? Prozentangaben?
- Wie liest und entschlüsselt man die Nummer die eingescannt wird?

Vorstellen der Ergebnisse (Bild 5)



Aus Zeitmangel konnten nur sehr wenige Aufgaben mit Hilfe der zwei Übersichten den restlichen Teilnehmerinnen und Teilnehmern der Werkstatt vorgestellt werden.

Diese Zeilen sind für eure Einfälle, die ihr jetzt sicher unbedingt notieren möchtet:

Zusammenfassend kann ich sagen, wenn so mathematische Fragestellungen ihren Anfang nehmen, dann sind innerhalb dieses Prozesses viele der Bedingungen erfüllt, die zu Unterrichtssituationen gehören. Allerdings müssen die Schülerinnen und Schüler selbst diesen Prozess durchlaufen. Also selber fragen, sich informieren, Daten sammeln und beurteilen, Informationen suchen und bewerten, mathematische Werkzeuge anwenden, modellieren, handelnd Lösungen finden.
Ob sie dazu in der Lage sind?
Ich denke schon, wenn wir sie nur lassen…!

Umgang mit offenen Aufgaben (Gummibärchen-Aufgabe) in einem prozessorientierten Mathematikunterricht

Einordnung:
Die Aufgabe wurde im 7. Jg. im Rahmen der Lernsituation „Ernährung und Gesundheit" gestellt. Es werden folgende allgemeine mathematische Kompetenzen erwartet:

- selbst formulierte Probleme mathematisch lösen;
- mathematisch modellieren;
- mathematische Darstellungen verwenden;
- Kommunizieren: Lösungswege und Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren; Vorgehen und Ergebnisse reflektieren.

Die inhaltsbezogenen Kompetenzen beziehen sich im wesentlichen auf die Leitideen **Zahl** und **Messen.** Die Schwerpunkte lagen im Unterricht bisher auf

- Erarbeitung des Prozentbegriffs;
- Berechnungen des Prozentsatzes, des Grundwertes und des Prozentwertes;
- Darstellung der Prozentsätze in verschiedenen Diagrammen.

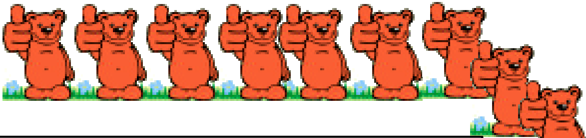
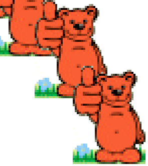
Gearbeitet wird mit dem Schulbuch „mathe live" (Klett-Verlag). Das Arbeiten mit einer Tabellenkalkulation (Microsoft Excel) ist den Schülern vertraut.

Unterrichtsablauf:

a) die SchülerInnen erhalten vom Lehrer den Text, die Ausgangsfrage „wie viel Mathematik steckt in einer Tür Gummibärchen?" und je eine Tüte Gummibärchen (unterschiedliche Firmen) pro Gruppe
b) die SchülerInnen entwickeln in der Tischgruppe selbständig Aufgaben zur Ausgangsfrage und zum Material
c) Sammlung, Sichtung, eventuell Ergänzung und Fixierung der von den SchülerInnen entwickelten Fragestellungen im Plenum. Verabredung, welche Fragestellungen von allen bearbeitet werden und welche wahlfrei sind
d) Selbständige Bearbeitung der Aufgaben in Gruppenarbeit
e) Präsentation der Ergebnisse; Erläuterungen des Vorgehens und der Lösungen; Reflexion der Ergebnisse

Zu a)

Wie viel Mathematik steckt in einer Tüte Gummibärchen?

Sie schmecken gut, sind kunterbunt und – ungesund ? Gummibärchen sind mittlerweile zu einem Kult-Artikel geworden, der sich bei groß und klein ständig wachsender Beliebtheit erfreut. Allein in Deutschland werden pro Jahr 200.000 Tonnen davon verzehrt; jeden Tag kullern 80 Millionen Gummibärchen in den achtzehn Haribo-Fabriken vom Fließband. Und dabei ist ihre gesundheitliche Bedeutung ziemlich umstritten; denn allein drei klitzekleine Gummibärchen enthalten fast so viel Zucker wie ein Stück Würfelzucker. Und viele Fans der kleinen Bärchen verspeisen ja deutlich mehr als drei Stück am Tag. Andererseits enthalten sie allein 15 lebenswichtige Aminosäuren, die für den Organismus lebensnotwendig sind.

Zu b)   die von den Schülern entwickelten Aufgabenstellungen:

- zunächst alle Informationen, die auf der Tüte stehen, zusammenstellen;
- die Gesamtzahl der Gummibärchen ermitteln;
- das Gewicht pro Stück berechnen und mit einer Feinwaage überprüfen
- die Gummibärchen nach Farbe sortieren und die absolute und relative Häufigkeit der einzelnen Farben bestimmen;
- die Verteilung der Gummibärchen in einem Kreisdiagramm darstellen;
- die roten Gummibärchen sind die beliebtesten; wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man beim ersten Hineingreifen in die Tüte auch einen roten Bären bekommt?
- in Deutschland werden pro Jahr rund 200.000 Tonnen Gummibärchen verzehrt; wie viele Tüten (200 g) sind das?

- drei Gummibärchen enthalten ungefähr so viel Zucker wie ein Stück Würfelzucker; wie viele Stücke Würfelzucker entspricht der Inhalt einer ganzen Tüte?
- wenn Haribo jeden Tag 80 Millionen Gummibärchen produziert, wie viele 200 g Tüten sind das?
- wie viele Kohlehydrate nimmt man zu sich, wenn man 10 (1) Gummibärchen verspeist hat?
- sind Gummibärchen auch gesund?

- Wie lang ist eine Kette aus allen Gummibärchen einer Tüte?
- Preisvergleich zwischen den Sorten Haribo, Süße Garde und Spinnrad
- Vergleich der weiteren Ernährungsinformationen (Brennwert, Eiweiß, Fett, Vitamine) der verschiedenen Sorten
- welche Geschmacksrichtungen haben die verschiedenfarbigen Bärchen?
- Erhebung in der Klasse: wer mag welche Farbe am liebsten?

Die kursiv gedruckten Fragestellungen wurden von allen Tischgruppen bearbeitet, die anderen waren Wahlaufgaben

Zu e) einige exemplarische Ergebnisse der Tischgruppe 1:

Hersteller: Haribo Bonn Füllmenge: 200 g Preis: 0,79 €

Ernährungsinformationen (pro 100 g):

Brennwert: 1456 kJ/343kcal Eiweiß: 6,2 g

Kohlenhydrate: 78 g Fett: 0 g

die Gummibärchen nach Farbe sortiert:

Farbe	rot	grün	gelb	orange	weiß		
Absolute Häufigkeit	28	18	15	17	14		
Relative Häufigkeit	28/92	18/92	15/92	17/92	14/92		
Relative Häufigkeit in Prozent	30,4 %	19,6 %	6,3 %	18,5 %	15,2 %		

Gesamtzahl: 92 Stck. Gewicht pro Stück: ~ 2,2 g Preis pro Stück: ~ 1,1 Cent

Die Wahrscheinlichkeit, dass man beim ersten Hinein-greifen in die Tüte einen roten Bären erwischt:

$$W_{(E)} = \frac{28}{92}$$

In Deutschland werden pro Jahr 1.000.000.000 Tüten (200 g) Gummibärchen verzehrt.

Der Inhalt einer Tüte Gummibärchen (92 Stck.) entspricht ungefähr 31 Stücke Würfelzucker

Rainer Böhm

Chinesische Rundhäuser

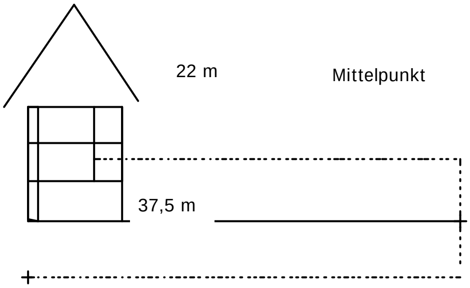
Wilfried Jannack

In den 270 Zimmern des Rundhauses Yuchang wohnen auf fünf Etagen gut 100 Menschen, früher lebten rund 600 Personen in diesem Tulou (= Erdgebäude).
Von der Rundburg Eryi ist bekannt, dass sie einen Durchmesser von 73,6 m und 193 Räume hat. Die Außenmauer hat eine Dicke von 2,53 m.
Chengqi hat vier Stockwerke, vier Gebäuderinge und 400 Zimmer bei einem Durchmesser von 76 m.
Auf dem Foto sieht man das Dorf Tianluokeng (ein rechteckiges, ein ovales, drei runde Häuser).
Die Vorteile der Rundbauweise werden so dargestellt: Man spart Baumaterial, denn pro Quadratmeter Grundfläche braucht man weniger Außenmauern im Vergleich zum eckigen Gebäude. Es ist leichter zu verteidigen, weil es keine toten Winkel gibt. Es ist stabiler gegen Winddruck und bei Erdbeben.

Prüfe die Angaben. Triff dabei Annahmen über einzelne Maße!

Das vorangestellte Arbeitsblatt stammt aus der Lehrerfortbildung. Die Daten sind der Zeitschrift DB-mobil 10/02 entnommen. In der Zeitung, die in der Bahn auslag, gab es einen Artikel „Chinas Familienkreise", der hier zusammengefasst worden ist.
Die Aufgabe ist sehr reizvoll und animiert unmittelbar, darüber nachzudenken, ob das denn stimmen kann.

Eine Arbeitsgruppe hat den Zusammenhang in dieser Weise entwickelt: Hier sieht man eine Skizze, die aufgrund des Fotos erstellt wurde. Es wird ausschließlich ein Gebäudering angenommen, von dessen Querschnitt man hier nur die linke Hälfte wahrnimmt. Die Außenwand sei 2,5



m dick, der Außenkreisdurchmesser betrage 75 m. Wie groß der Innenradius ist, das ist schwer abzuschätzen, es kann wegen des überstehenden Daches durchaus ein Viertel des Kreisdurchmessers ausmachen. Allerdings sind 18 m tiefe Räume wohl eher unwahrscheinlich. Es wurde die Annahme getroffen von 22 m auszugehen und dabei von einem innen liegenden balkonförmigen Rundgang auf jeder Etage auszugehen (andere Abbildungen in der Zeitschrift geben das her). Daraus wurde eine Ringfläche errechnet:

$$(35^2 - 22^2) \cdot \pi \approx 2328 \text{ m}^2$$

Als nächste Annahme ging die Arbeitsgruppe von 3 Stockwerken aus. Also könnte ein Raum von 6984 m² zur Verfügung gestanden haben. Dieser Raum wurde um 5 % reduziert für Zwischenwände etc. und betrug nun noch 6630 m².

Heute geht man in China von ca. 6 bis 7 m² Wohnfläche pro Person aus. Damals - im Mittelalter als diese Gebäude errichtet wurden, waren es eher weniger, vielleicht 5 m². In die unterste Etage hat man damals möglicherweise Waffen, Vorrat und Vieh gesteckt. Das nimmt wiederum Platz weg und man ist genötigt, die Quadratmeterzahl pro Person zu erhöhen

und eher eine Wohnraum-/Nutzraumgröße pro Person anzunehmen. Möglicherweise lag diese bei 15 m²/Person. Daraus ergäbe sich, dass etwa 440 Personen in dem Gebäude leben könnten. Bei 10 m²/Person hätten 660 Menschen in diesem Gebäude leben können. Damit erreicht man gut die Größenordnung des Textes. Nach unserer Annahme (3 Stockwerke, zwei Drittel als Wohnfläche) ergeben sich 4420 m² Wohnfläche. Teilt man diese auf 20m² große Zimmer, dann erhält man ca. 220 Zimmer.
Eine andere Gruppe hat in der Fortbildung geprüft, ob man Baumaterial spart und in welcher Größenordnung. Die Aufgabenstellung hatte also einen ganz anderen Impuls ausgelöst. Auch diese Gruppe kam nicht darum herum, Annahmen zu treffen.

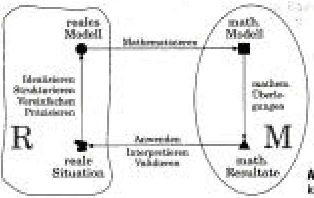


Abb. 2: Modellierungskreislauf nach H. O. Pollak

Das AB wurde hier im Rahmen der regionalen Lehrerfortbildung „werkstatt mathematik Hannover" eingesetzt. Thema der Veranstaltung war Modellieren und Aufgaben öffnen. Das Beispiel zeigt, wie durch die verschiedenen Annahmen der Modellierungszirkel immer wieder durchlaufen wird:
Ausgangspunkt ist eine Problemsituation in der „Welt" (Realsituation). In einem ersten Schritt (1) muss diese Situation *verstanden, präzisiert, strukturiert* und meist auch *vereinfacht* werden, um einer mathematischen Behandlung zugänglich gemacht zu werden. Das entstehende „Realmodell" muss dann in einem zweiten Schritt (2) *mathematisiert*, d.h. in die Mathematik übersetzt werden. Es resultiert ein *mathematisches Modell* der Ausgangssituation. Nun werden in einem dritten Schritt (3) passende mathematische Hilfsmittel herangezogen, mit denen das Modell bearbeitet wird. Es entstehen gewisse mathematische Ergebnisse, die in einem vierten Schritt (4) in der Realität *interpretiert* werden müssen. Schließlich (5) müssen diese Ergebnisse *validiert* werden, d.h. es muss überprüft werden, ob die gefundene Lösung der realen Problemsituation auch angemessen und vernünftig ist. Sollte dies nicht der Fall sein, muss der ganze Zyklus nochmals durchlaufen werden. (PISA-Konsortium Deutschland (Hrsg.), PISA 2003, S. 49)

Umgang mit offenen Aufgaben (Mathematik aus der Zeitung) in einem prozessorientierten Mathematikunterricht

Rainer Böhm

Einordnung:
Die Aufgabe wurde im 6. Jg. im Rahmen der Lernsituation „Rund um den Sport“ gestellt. Es werden folgende allgemeine mathematische Kompetenzen erwartet:
- Probleme mathematisch lösen;
- die Plausibilität der Ergebnisse überprüfen;
- mathematisch modellieren;
- Kommunizieren: Lösungswege und Ergebnisse verständlich darstellen und reflektieren; Vorgehen und Ergebnisse begründen und reflektieren.

Die inhaltsbezogenen Kompetenzen beziehen sich im wesentlichen auf die Leitideen **Zahl** und **Messen.** Die Anforderungen und Inhalte sind
- Überschlagsrechnen mit Geldbeträgen;
- Addition und Multiplikation von Geldbeträgen;
- Schreibweisen von großen Geldbeträgen.

Gearbeitet wird mit dem Schulbuch „mathe live“ (Klett-Verlag). Das in dem Artikel angesprochene Thema „Fußball-WM 2006“ und der Bezug zu Göttingen wirkten sehr motivierend auf die SchülerInnen.

Unterrichtsablauf:
a) die SchülerInnen lesen und besprechen den Zeitungsausschnitt gemeinsam
b) die SchülerInnen entwickeln Fragestellungen zur Bearbeitung des Textes:
- stimmen die Berechnungen aus der Zeitung;
- welche Annahmen stellt die Zeitung auf?
- stimmen die Annahmen/sind die Annahmen realistisch?
- welche Annahmen zum Kaufverhalten (von Schuhen) bei Fußballfans sind realistisch? (Begründung)
- wie hoch sind die zusätzlichen Einnahmen der Schuhgeschäfte in Göttingen während der WM wohl?

c) Selbständige Bearbeitung der Fragestellungen
d) Vorstellen und Besprechung der unterschiedlichen Ergebnisse; Erläuterungen des Vorgehens und der verschiedenen Lösungen; Bewertung der unterschiedlichen Ergebnisse.

Mathematik aus der Zeitung:

Müssen Göttingens Frauen während der Fußball-WM 2006 barfuß laufen?

GÖTTINGEN
WM-QUARTIER 2006

Mexiko ist auf einem guten Kurs Richtung WM-Endrunde 2006 in Deutschland. Ricardo Martinez räumt Göttingen gute Chancen ein, dann Standort der Mannschaft zu werden. Er ist Geschäftsführer des mexikanischen Fußballverbandes und hat Göttingens Bewerbung auf den Zahn gefühlt.

Göttingen (her). Am Mittwoch und Donnerstag hat Martinez mit seiner Frau Göttingen besucht, um vor Ort Informationen über das WM-Quartier zu sammeln.

Der Besuch von **Ricardo Martinez** in Göttingen galt dem möglichen WM-Quartier 2006 der Nationalmannschaft Mexikos. Die wirtschaftlichen Haupt- und Nebeneffekte für die Region sind eigentlich nicht so sein ureigenstes Anliegen. Aber für einen kleinen Vorgeschmack sorgte, während sich die Männer über Hotel-Betten unterhielten, seine Frau. **Senora Martinez** shoppte kurz mal im Kaufpark und brachte danach sieben paar Schuhe und einen Mantel mit ins Freizeit In. Der Gatte nahm's mit einem Lächeln. Und der Göttinger Einzelhandel darf schon mal hochrechnen: Mexiko hat bei den letzten beiden Weltmeisterschaften jeweils 5000 Fans mitgebracht. Geht man einschränkend davon aus, dass Männer maximal halb so viele Schuhe kaufen wie Frauen und dass leider mindestens 50 Prozent der Fußball-Fans Männer sein werden, errechnet sich ein Schuhverkauf von insgesamt 26250 Paar. Sofern alle Mexikaner auch wirklich nach Göttingen gelotst werden können, beträgt der Umsatz, bei einem Durchschnittspreis von günstigen 75 Euro, allein durch Schuhe 1,968750 Millionen Euro. – Der einheimischen Bevölkerung ist in jedem Fall anzuraten, sich dann vor dem 9. Juni 2006 mit Schuhen zu bevorraten.

*

aus: **Göttinger Tageblatt** 18. 02. 2005 S. 21 und 19. 02. 2005 S. 16

Umgang mit offenen Aufgaben (projektorientierte Aufgabe) in einem prozessorientierten Mathematik-unterricht

Rainer Böhm

Einordnung:
Projektorientierte Aufgaben stehen oft in einem zeitgeschichtlichen Kontext; das zeigt das folgende Beispiel „alles über den neuen EM-Ball“. Im Vorfeld der Fußball-Europameisterschaft 2004 brachten einige Schüler den neuen EM-Fußball mit in die Schule. Daraus entwickelte sich ein projektorientierter Lernwerkstattunterricht.
Die SchülerInnen prüften im Regelwerk des DFB nach, welche Anforderungen an den Ball gestellt werden. Dann bauten sie in der Mathematik-Lernwerkstatt den neuen Fußball aus „Klickis“ nach, untersuchten die Eigenschaften wie Flächen, Ecken, Umfang, Gewicht, etc. Außerdem führten sie Internet-Recherchen zur Geschichte des Fußballs (genauer: des Balles – im Volksmund auch „die Pille für den Mann“) durch.

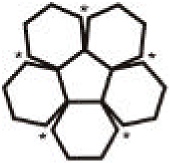
In praktischen Experimenten versuchten sie herauszufinden, ob die typische Form des abgestumpften Ikosaeder einer Kugel (einem „runden Ball“) am nächsten kommt oder ob es Alternativen dazu gibt. Das Thema dieses projektorientierten Unterrichts hieß zunächst „der EM-Ball“ und wurde dann von den SchülerInnen geändert zum neuen Titel „Der Ball ist rund?“
Die Schwerpunkte dieses Vorhabens haben sich die SchülerInnen weitgehend selbst gesetzt. Sie hatten allerdings die Auflage, über das kleine Projekt einen Bericht für die Homepage der Schule zu erstellen.

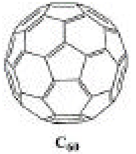
Selbständiges, eigenverantwortliches Arbeiten; Handlungsorientierung; offene Unterrichtsführung; fächerübergreifende, lebensweltbezogene Problemstellungen und offene, prozessorientierte Unterrichtsgestaltung waren die entscheidenden Merkmale dieses Lernwerkstattprojektes.

Der Ball ist rund

Kurzbericht über ein Lernwerkstatt-Projekt der Klasse 6.6 zur EM 2004

Unsere Recherchen haben ergeben:
Seit etwa 1970 ist der Fußball ein Ikosaederstumpf, ein 32-Flächer, der aus 12 regelmäßigen Fünfecken und 20 regelmäßigen Sechsecken besteht. Die Fünf- und Sechsecke haben die gleiche Kantenlänge; sie werden nach einem bestimmten Prinzip zusammengesetzt: jeweils 5 Sechsecke um ein Fünfeck. Der Ball hat insgesamt 60 „Ecken“. Wahrscheinlich geht dieses Oberflächennetz des Fußballs auf die geodätischen Kuppeln des amerikanischen Architekten R. Buckminster Fuller (1895- 1983) zurück.





C_{60}
"Buckminster-Fulleren"

Die FIFA schreibt vor, dass der Ball einen Umfang von 68,5 - 69,5 cm haben muss und zwischen 420 und 445 Gramm wiegen soll. Die Abweichung von der Kugelform darf nicht mehr als 1,5 % betragen.
Außerdem werden auch Eigenschaften wie Flugbahn, Wasseraufnahme, Druckverlust, Kopfballfreundlichkeit, etc. getestet. Und für den neuen silberblauen EM-Ball „Roteiro“ wurde auch geprüft, ob er bei schlechtem Wetter und bei Flutlicht gut im Fernsehen zu erkennen ist. Früher war der Ball stets aus Leder, seit der WM 1986 in Mexiko ist er aus Kunststoff.
Ein Kriterium, das für die FIFA offensichtlich nicht von Bedeutung ist: er sollte ein Produkt aus fairem Handel sein. Rund 80 Prozent der Kicker-

Bälle werden nämlich in Pakistan oder Thailand unter äußerst schlechten Arbeitsbedingungen hergestellt.
Da unsere Nationalelf nicht so gut mit dem neuen silberblauen „Roteiro“ zurecht gekommen ist, entwickeln die Schüler/-innen der Klasse 6.6 zur Zeit in der Mathematik-Lernwerkstatt für die WM 2006 in Deutschland einen neuen Fußball. Unsere Entwicklungsarbeit läuft auf vollen Touren, das Design und der Name des neuen Balls sind aber noch streng geheim.

Bilddokumente aus der Entwicklungsarbeit