MUED-Rundbrief 146

Nr. 4/2002 im August 2002

Thema:

Veränderte Unterrichtskultur

Lernen als Begriffs-entwicklung – rote Fäden

Lernen in Zusammen-hängen die Bündel

Das Lernen als zentraler Punkt

Lernen mit allen Sinnen – Handlungsorentierung

Lernen in Sinn-Kontexten – Unterrichtssituationen

MUED-Rundbrief 146 August 2002

Inhalt & Impressum

Impressum
Der MUED-Rundbrief erscheint sechsmal im Jahr in Appelhülsen mit einer Auflage von 800.

MUED e.V. Bahnhofstr. 72, 48301 Appelhülsen Tel.: 02509 - 606,
Fax: 02509 - 996516, eMail: mued.ev@t-online.de - http://www.mued.de

---

Redaktion dieses Rundbriefes:

Wilfried Jannack, Kollenrodtstr. 10 A, 30163 Hannover
email: WilfriedJannack@lycos.de

Redaktion des nächsten Rundbriefes:

Ina Heink, Elsteinstr. 32, 04277 Leipzig
email: Iheink@hotmail.com

Redaktionsschluss: 15. Oktober 2002

Editorial

Alle reden von neuer Unterrichtskultur - wir machen sie. Dieses Heft soll die vorsichtigen Schritte aufnehmen, die in und um die MUED in der Richtung gegangen worden sind. Es ist nicht das Anliegen, einem Modetrend zu folgen bzw. einen zu kreieren.

"Verändere deinen Unterricht", konnte man in der MUED schon hören, als andere immer noch die Fachorientierung groß schrieben. Dazu mehr in dem Artikel "MUED – eine fünfundzwanzigjährige Erfolgsstory" auf S. 4.

Es gibt eine Reihe von Gründen, die bestehende Lehr- und Lernkultur zu überdenken und ein anderes Lernparadigma dagegen zu setzen. Da ist zunächst mal der didaktische Fünfschritt – vormachen, nachmachen, üben, testen, vergessen –, den man schnell vergessen machen sollte. "Warum ist die vorherrschende Lernkultur völlig zu überdenken?" heißt der zweite etwas ausführlichere Artikel in diesem Heft.

Wie ernst gemeint der Vorschlag ist, die MUED umzubenennen, ist dem nächsten dritten Text zu entnehmen. UE ist mittlerweile ein Synonym für Häppchen-Unterricht, den wir nie wollten. Es folgen praktische Unterrichtsvorschläge zur neuen Unterrichtskultur aus der niedersächsischen Gesamtschul-Szene: Funktionen-Jigsaw, goldene Lukarnen und die Feststellung, dass es auch Berge sein könnten. Das ganze wird durch zwei Buchtipps abgerundet.

Es war für mich sehr viel Arbeit den Rundbrief zu erstellen – vom Konzept bis zu den fertigen, redigierten Texten. Diese Arbeit hat mir Spaß gemacht. Allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern danke ich an dieser Stelle nochmals recht herzlich für ihr Engagement.

Wilfried Jannack

Wilfried Jannack / Andreas Koepsell

MUED - eine 25-jährige Erfolgsstory

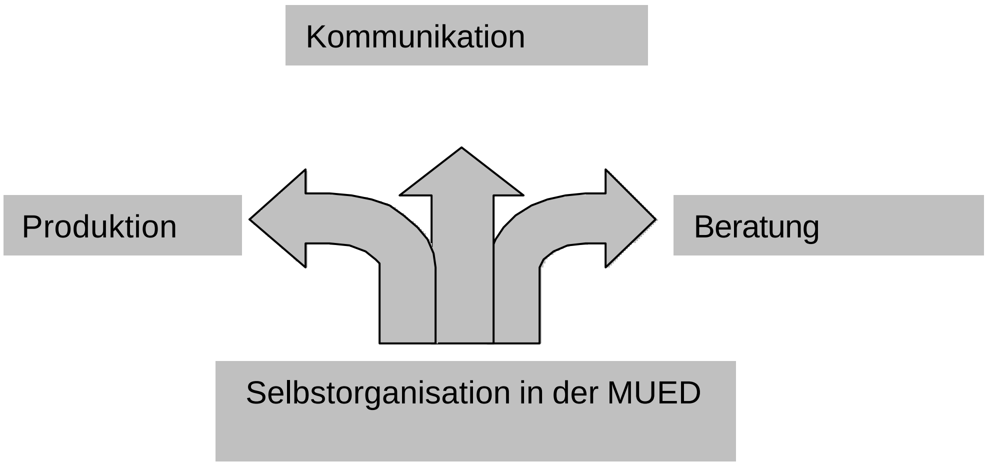
Warum es vor fünfundzwanzig Jahren einer kleinen, engagierten Gruppe von Studierenden und jungen Lehrkräften gelang, diese Erfolgsstory zu begründen, das ist schnell erzählt: 1968 hatte die angebliche Diskrepanz zwischen der universitären und der schulischen Mathematik zur Einführung der Neuen Mathematik geführt. Diese "Reform" meinte, sich ausschließlich an der Wissenschaft orientieren zu können und zu müssen. "Bourbaki in die Schulen", so lautete der Slogan. Der Anspruch, durch begriffliche und formale Präzision Verständnis zu gewährleisten, führte zum Gegenteil, zu einem Mangel an Sinngebung. Die Kritik an der Transformationsdidaktik mit ihrem Top-down-Verfahren gipfelte 1974 in dem Spiegel-Titel "Macht Mengenlehre krank?"
Die engagierten jungen Leute um Heinz Böer besetzten ein Vakuum, das durch diesen radikalen Umstrukturierungsversuch entstanden war.

Mathematikunterricht soll Schülerinnen und Schülern die Frage "**Warum** sollen wir das lernen?" beantworten können. Er soll mehr als einen Hinweis geben auf die vorgegebene Mathematikstruktur, auf die nächste Stunde, die nächste Klassenarbeit, das Abitur, das Studium. Kinder und Jugendliche haben ein Recht zu erfahren, warum sie etwas lernen sollen.
Der Mathematikunterricht soll in zeitgemäßer Weise einen nachhaltigen Beitrag zur Allgemeinbildung der Schülerinnen und Schüler leisten. Es besteht ein allgemeiner Konsens, dass Mathematik viele Bereiche des täglichen Lebens prägt und teilweise erst ermöglicht. Zahlen, Berechnungen und grafische Darstellungen beschreiben als Ergebnisse angewandter mathematischer Methoden unterschiedlichste Zusammenhänge und bilden oft die Grundlage weitreichender Entscheidungen bei vielen Vorgängen in der Gesellschaft.

Woraus MUED sich entwickelt

An dieser Stelle taucht die Mathematik-Unterrichtseinheiten-Datei, MUED (sprich: "müd) als Dienstleister auf. Die MUED beginnt damit, Unterrichtsbeispiele zu sammeln, zu katalogisieren und weiterzugeben. Diese Unterrichtseinheiten, -reihen, -sequenzen, Projektbeispiele sind von vornherein mehr als nur anwendungsorientiert. Dafür ist u.a. auch gesorgt durch den Einfluss des niederländischen IOWO-Instituts von Hans Freudenthal, durch die Gesamtschulansätze, durch die Rezeption der reformpädagogischen Ansätze Wittenbergs und Wagenscheins, durch Projektunterrichtsgedanken, ... und ... und ... und.[1]

Für die langsam größer werdende Gruppe der Mitstreiterinnen und -streiter ist die MUED schon immer mehr. Sie tritt mit dem Anspruch an, dass Lehrerinnen und Lehrer einer abgehobenen Didaktik etwas entgegenzusetzen haben: eine Selbstorganisation von Lehrkräften. Und diese Selbstorganisation ist erfolgreich durch einen dreispurigen Weg:



Die MUED entfaltet eine vielfältige ***Kommunikation***, die bei den Beteiligten Phantasie und Eigentätigkeit in Gang setzt und die enge Fachsozialisation umbricht. Halbjährliche Bundestagungen, Rundbriefe, Arbeitswochenenden und sorgen für diese Kommunikation. Im Laufe dieser Kommunikation geht es in den 25 Jahren weit über die Erstellung von Unterrichtsmaterialien hinaus und hin zu grundlegender Diskussion der Unterrichtskultur. Forciert wird dies in den letzten Jahren durch die Unterrichtskulturvergleiche der verschiedenen OECD-Studien.

Neben der Kommunikation hat sich frühzeitig als weitere Spur der Selbstorganisation die ***Produktion*** von Materialien konstituiert. Mehr als 1200 Unterrichtsmaterialien

---

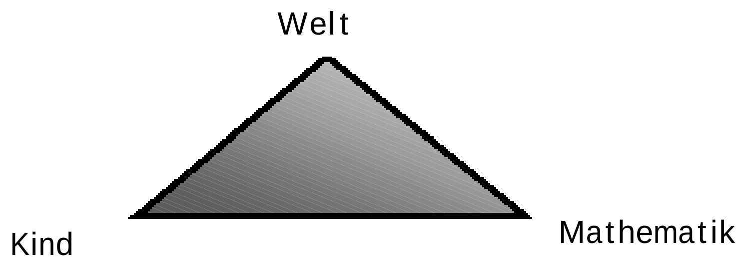
[1] Um so verwunderlicher ist es, wenn Hans-Jürgen Elschenbroich heute noch auf seiner Homepage Folgendes stehen hat:

> "War der Mathematikunterricht nicht nur didaktisch und methodisch nicht gerade up to date, sondern auch inhaltlich ein Bollwerk der reinen Theorie und des Vermittelns von Strukturen und Fertigkeiten, so gab es in den letzten Jahren verschiedene Reformtendenzen. Zum einen gibt es seit längerem Anstrengungen für eine Anwendungsorientierung, die auf Schulebene stark mit der MUED verbunden sind und auf Hochschulebene mit ISTRON und den Aktivitäten von Prof. Blum. Zu einem durchgängigen Konzept ist es aber noch nicht gekommen und es ist auch durchaus umstritten, ob eine ausschließliche Anwendungsorientierung dafür tragfähig ist."

sammeln sich im Laufe der Zeit an. Etliche davon werden im Rahmen einer eigenen Schriftenreihe als Broschüren veröffentlicht und verlegt.
Die dritte Spur auf dem Weg der MUED heißt ***Beratung***. Die Beratung hat der Fachdidaktik gegenüber einen riesigen Vorteil. Was diese propagiert - den ständigen Blick auf die Unterrichtswirklichkeit -, das ist hier Realität und Praxis. Allein aus diesem Grunde finden sich auf Dauer ca. 700 bis 800 Lehrerinnen und Lehrer hier zusammen.

Orientierungen für das Lernen
"Selbstständig mathematisieren" heißt das Ziel des Lehrens und Lernens. Der Unterricht soll realitätsbezogen, problem- und handlungsorientiert, eben lebensnah sein. Ging es den alten Anwendern noch um die Kenntnis der Modelle, steht nunmehr der Modellbildungsprozess im Vordergrund. Ausgangspunkt ist eine Situation aus der realen Welt, die idealisiert, d.h. vereinfacht bzw. strukturiert wird zu einem realen Modell der Situation. Mathematische Begrifflichkeiten werden in enger Korrespondenz zu relevanten Anwendungen (in Alltag, Natur, Gesellschaft ...) entwickelt. Die gleiche Verschiebung hat von den Anwendungen ("applications") hin zum Anwenden ("applying") stattgefunden. Peter Damerow kritisierte, dass die Anwendung das Anzuwendende, die reine Mathematik, bereits voraussetzt, dass somit die Frage nach der Bedeutung von Anwendungen für die Entwicklung des mathematischen Denkens zirkulär wäre. Über die Erfindung und Anwendung von Mitteln werden diese allerdings zu einer zentralen Bedingung der Fortentwicklung des mathematischen Denkens. Damerow selber: Von zentraler Bedeutung sind die Mittel in der Anwendung. Damerow selber: didaktisch gesehen sind die Mittel von entscheidender Bedeutung in der Anwendung.

Wenn man das Aufgabenfeld des zeitgemäßen Mathematikunterrichts untersucht, so stößt man auf ein Dreieck mit folgenden Eckpunkten:

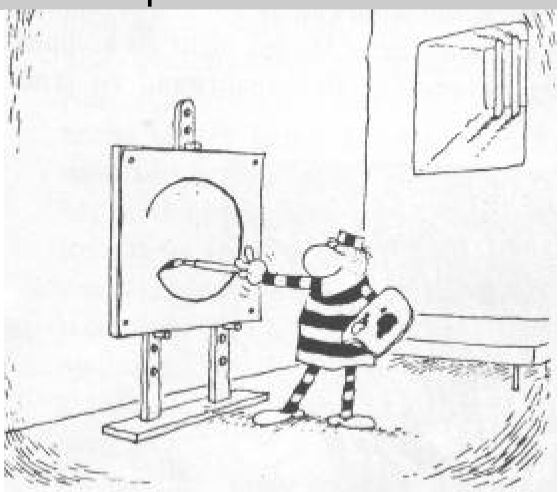


Schülerinnen und Schüler haben einen Anspruch darauf, die Bedeutung der angebotenen Themen einsehen zu können. Gegen eine Orientierung an der Fachsystematik der Mathematik setzt die MUED eine Handlungsorientierung in emanzipatorischer Absicht: Der verständnisgeleitete Gebrauch elementarer mathematischer Techniken und Mittel bezieht sich auf die moderne Lebenswelt. Zur Einschätzung der Lebenswelt muss Mathematik auf einem den Schülerinnen und Schülern angemessenen Niveau als Mittel zur Aufklärung komplexer Sachverhalte erfahren werden.
Für einen Mathematikunterricht, der dem Prinzip Handlungsorientierung folgt, sind Fragen konstitutiv wie:

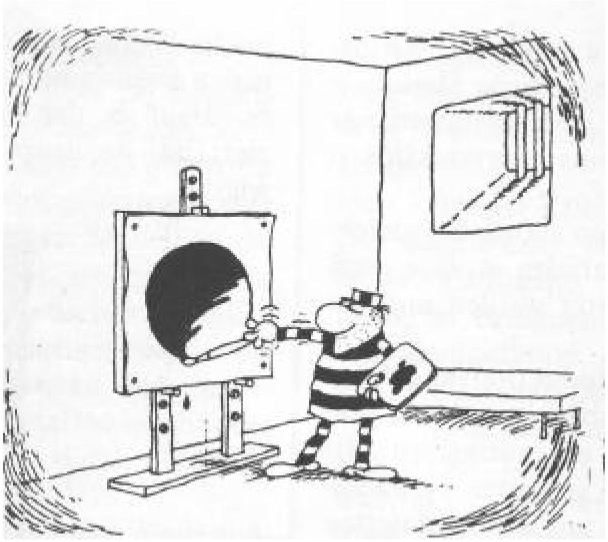
- Wo ist Mathematik hilfreich, um Gesellschaft und Umwelt verstehen und sinnvoll gestalten zu können?
- Wo ist Mathematik dienlich, um Kompetenz zu erlangen und selbstbestimmt handeln zu können?

Handlungsorientierung in emanzipatorischer Absicht

Wie mit den Gegenständen der Mathematik umgegangen wird, ist für die allgemeinbildende Wirkung des Unterrichts von ebenso großer Bedeutung wie die Inhalte selbst. Der Zugang zur Mathematik wird durch ein interaktives Geschehen ermöglicht, in dem fachliches und soziales Lernen ineinander greifen. Subjektive Sichtweisen und wechselseitige Verständigung, Auseinandersetzung mit Fehlern, alternative Deutungen und Lernwege sind für die MUED daher notwendige Elemente des Unterrichts. Zudem fördern sie auch den spielerischen und kreativen Umgang mit Mathematik und das eigenverantwortliche Handeln. Der Unterricht muss schülerinnen- und schülerorientiert sein.



Neue Unterrichtskultur



Die von der MUED angestrebte neue Unterrichtskultur lässt sich mit den Kernelementen „sich gegenseitig ernst nehmen“, „sich gegenseitig aufklären“ und „in Alternativen handeln“ beschreiben. Diese Kernelemente gelten für alle Beteiligten. Dazu gehört,

- allzu enge Vorstellungen von Mathematik zu vermeiden,
- dass eine Vielfalt unterschiedlicher individueller Zugänge ermögicht wird,
- Subjektivität bei Lernenden und Lehrenden bewusst zuzulassen,
- mit dem, was andere denken und wie sie denken und fühlen, intensiv und sensibel umzugehen,
- Freiräume zum eigenständigen Erkunden und Erforschen einzuräumen und zu nutzen,
- Handlungen und Sprechweisen auch in weniger normierter Form zuzulassen sowie
- mit Fehlern konstruktiv umzugehen.

Mit dem Begriff „Unterrichtskultur“ sind alle Strukturen und Veränderungen gemeint, welche das Unterrichtsgeschehen beeinflussen. Mathematikunterricht steht in Wechselwirkung mit der gesellschaftlichen Entwicklung. In der MUED wird daher Mathematikunterricht als komplexes System aufgefasst.

Dies ist insbesondere unter dem Aspekt von Bedeutung, dass Einflüsse auf den Unterricht nicht analytisch zerlegbar und durch Techniken bzw. Methodiken in segmentierten Bereichen beschreibbar oder veränderbar sind, sondern dass eine ganzheitliche Betrachtung und Herangehensweise notwendig ist.

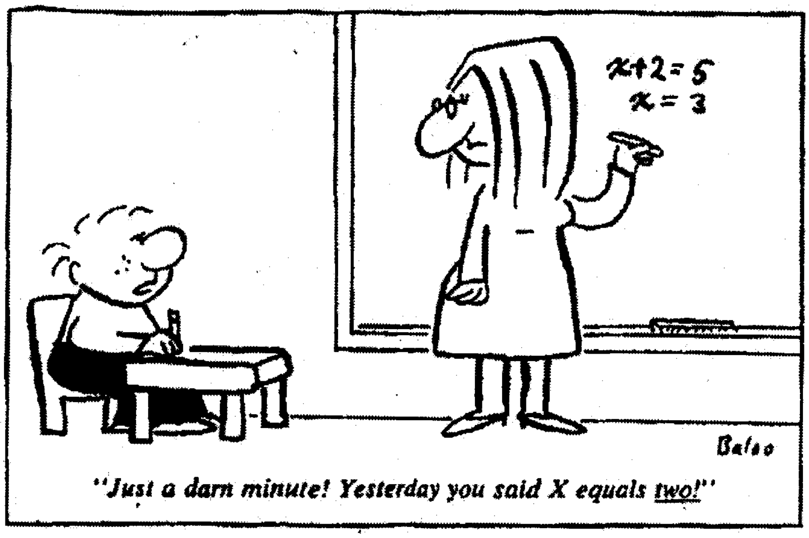
Aus der Sicht der MUED soll eine Unterrichtskultur gestützt werden, welche die Lernenden aus der rein passiven Rolle der Belehrten heraushebt und die Lehrenden nicht nur als Experten der möglichst reibungslosen, fehlerfreien Vermittlung von Fachwissen sieht. Der Schwerpunkt der Rolle der Lehrerin und des Lehrers verschiebt sich von Experten des Fachwissens zu Experten des Lernens. Sie müssen über Wissen verfügen,

wie Menschen lernen, und den Lernprozess durch sensible Wahrnehmung und Handlungsalternativen moderieren.
Bei den Lernenden werden unterschiedliche Lerntypen - z.B. visueller, auditiver, haptischer, verbalabstrakter und diskursiver Lerntyp - zunächst einmal als solche wahrgenommen und dann bestärkt, den eigenen Lernweg verantwortlich zu verfolgen, zu beschreiben und festzuhalten. Sie erlangen dadurch Kompetenzen, die zu einer eigenständigen Auseinandersetzung mit dem Unterrichtsgegenstand führen.

Ein an der veränderten Unterrichtskultur im Sinne der MUED orientierter Mathematikunterricht zielt auf Qualifikationen, die über die Schule hinaus weiter tragen. Sowohl die individuelle Entfaltung der Persönlichkeit als auch die verantwortliche Mitwirkung an gesellschaftlichen Vorgängen werden durch Lernprozesse dieser Art ermöglicht.
Dazu gehören die Fähigkeit und Bereitschaft,

- grundlegende mathematische Ideen in lebensweltlichen Zusammenhängen wieder zu erkennen und mathematische Fertigkeiten zur Lösung alltäglicher Probleme einzusetzen,
- unter Rückgriff auf mathematische Begriffsbildungen und Denkweisen zu argumentieren,
- sich im Vertrauen auf den eigenen Verstand um das Verständnis mathematischer Zusammenhänge und Anwendungen zu bemühen,
- Aussagen und Schlussfolgerungen - eigene ebenso wie diejenigen von Interaktionspartnern - kritisch zu hinterfragen und auf Widersprüche zu prüfen sowie
- Problemlösungen in Kooperation mit anderen unter Zuhilfenahme mathematischen Wissens zu entwickeln.

Mathematikunterricht und Fachsystematik



Zur Weltorientierung der Schülerinnen und Schüler trägt dieser Mathematikunterricht nur bei, wenn alle die Chance haben zu verstehen. Daher ist verstandene Mathematik wichtiger als die Beherrschung großer Stoffmengen. Anregung zur Eigentätigkeit, Einlassen auf die Vorerfahrungen der Lernenden und das Vernetzen von Kenntnissen fördern die geistige Aktivität und erhöhen die Chancen für das Verstehen. Auf diese Weise trägt der Unterricht zur Förderung kritischen Denkens bei.

Ein Mathematikunterricht, der die subjektiven Sichtweisen der Schülerinnen und Schüler ernst nimmt, bietet Gelegenheiten für Umwege, alternative Deutungen und Ideenaustausch und legt Wert auf eigenverantwortliches Handeln. In diesem Unterricht kommunizieren Schülerinnen und Schüler nicht nur über die Lehrerin oder den Lehrer als "mathematische Experten", sondern auch direkt miteinander, indem sie Gelegenheit haben, in Partner- oder Gruppenarbeit offene mathematische Problemsituationen zu bearbeiten und gemeinsam nach Lösungen zu suchen.

Bei der Umsetzung von Inhalten in Unterricht kann es nicht darum gehen, die vielfältigen mathematischen Aspekte und unterrichtsmethodischen Vorgaben additiv abzuarbeiten. Ein derartiges Vorgehen könnte insbesondere zu einer kontraproduktiven Stoffanhäufung führen.
Wichtiger als ein von der Fachsystematik geprägter, logisch-deduktiver Aufbau eines Themas sind für die MUED erkenntnisleitende Fragen wie zum Beispiel:

- Wie gelangt man zu bestimmten Ergebnissen, Begriffen, Methoden?
- Was ergeben sich daraus für Anwendungsmöglichkeiten oder weitere Perspektiven?
- Was haben Begriffe und Methoden mit bereits vertrauten - auch außermathematischen - Inhalten zu tun?

Derzeitiger Stand

Die detaillierte Darstellung dieser angestrebten veränderten Unterrichtskultur spiegelt sich in den fünfundzwanzig Jahren MUED-Arbeit wider. MUED ist eben weit mehr als Anwendungsorientierung. Gleichzeitig wird damit eine Grenze der MUED deutlich. Unterrichtsmaterialien sind sehr konkret, dagegen bleiben Unterrichtsmethoden, das Umgehen mit Unterrichtsgegenständen, die Moderation des eigenaktiven Lernens viel abstrakter, schlechter nachprüfbar und evaluierbar. An dieser Konzeptgrenze arbeitet sich die MUED nun gerade ab. Es gibt keine vergleichbare Mathematiklehrerinnen- und -lehrerorganisation, die alle Schulformen der Sekundarstufe überfasst, mit einem so hoch formulierten Anspruch. Diesen Anspruch zu erheben und ihm nachzugehen ist wichtig, um eine Neuauflage jener Aufgabendidaktik entgegenzutreten, deren Substanzlosigkeit und Zerrissenheit Helge Lenné (Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland) bereits 1969 kritisierte.

Wilfried Jannack

Warum ist die vorherrschende Unterrichtskultur völlig zu überdenken?

Die vorherrschende Unterrichtskultur ist eine Vermittlungskultur mit folgender Struktur:

MATHEMATIK	LEHRER / IN	SCHÜLER / IN
Normbestand	**vermittelt**	**übernimmt**

Lernen wird darin linear und gleichmäßig voranschreitend, widerspruchsfrei und fehlerfeindlich, eindeutig und klar beschrieben. Brüche und Sprünge tauchen höchstens als Störfaktoren auf. Handeln im Spannungsfeld unterschiedlicher Sichtweisen und Deutungen ist hier nicht möglich. Dieses Spannungsfeld zu eröffnen wäre aber produktiv für das Lernen. Die Vermittlungskultur setzt ausschließlich auf Kognition, auf Kognitivismus. Dass auch andere Aspekte wesentlich sind, wird vernachlässigt.

Ziele des Lehrens und Lernens von Mathematik
Mathematik als Prozess

- Mathematik für alle und nicht für wenige "Auserwählte", also: Mathematik als breites, facettenreiches gesellschaftliches Phänomen
- Kein verfrühter, von Sinngebung entfremdeter Formalismus, also: Verständnisorientierung
- Mathematik als Tätigkeit, nicht als Fertigprodukt, also: Fehlerfreundlichkeit
- beim Begründen und Beweisen steht nicht die absolute Strenge im Vordergrund

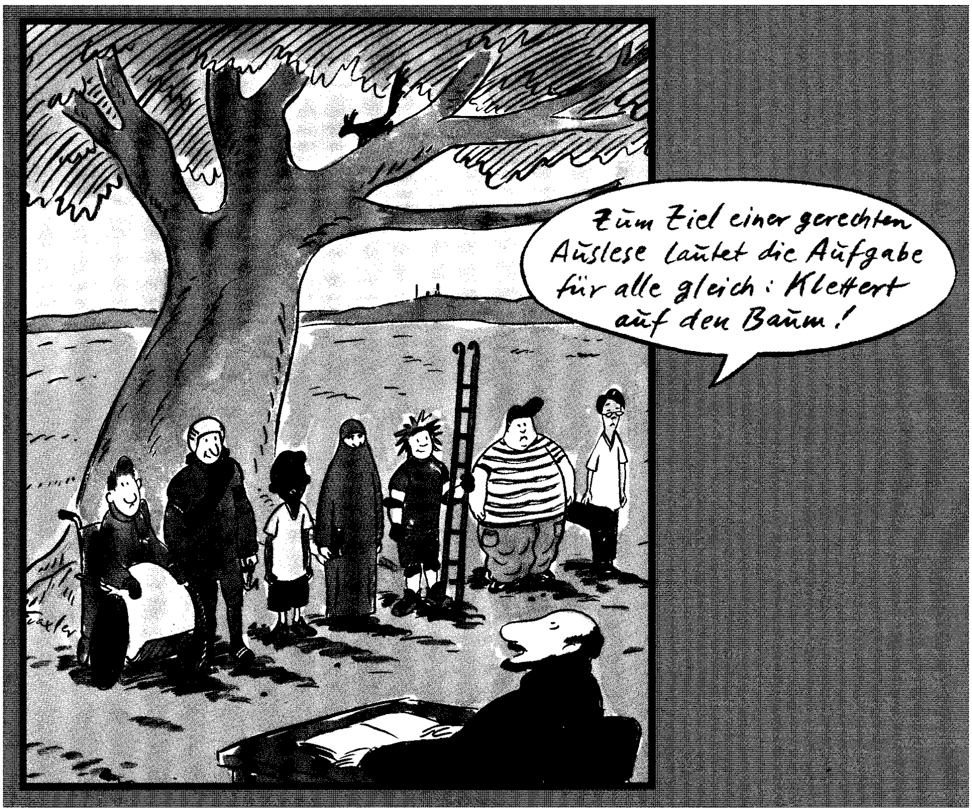
Dabei ist Unterricht in systemtheoretischer Sicht ein **sozialer Prozess**. Lernen dagegen ist ein **psychischer Prozess**.

Niklas Luhmann hat dazu (in "Takt und Zensur im Erziehungssystem") gesagt:

> "Die Pädagogik wird es kaum zugeben können, dass psychische Prozesse und soziale Prozesse völlig getrennt operieren. Aber das Bewusstsein der Individuen kann mit eigenen Operationen andere Individuen nicht erreichen."

Wenn man sich die Matrix aus "10 Jahre Mathe 2000" ansieht, so wird **erstens** deutlich, wie **vielschichtig und differenziert der Lehr-Lern-rozess** ist. Diese Vielschichtigkeit muss einer veränderten Unterrichtskultur zugrunde gelegt werden.

Mathematik	**Lehrer/in**	**Schüler/in**
Mathematisches Wissen	Mathematikunterricht	Lernen und Verstehen von Mathematik
Begriffe als Beziehungen	Kommunikation und Unterrichtskultur	individuelle, subjektive Deutungen
das epistemologische System	das soziale System	das psychische System



Zweitens wird folgendes klar:
Das theoretische, mathematische Wissen "ändert" sich, wenn es zum Gegenstand der Unterrichtskommunikation wird, im Verstehensprozess der Schülerin bzw. des Schülers unterliegt es einer weiteren "Änderung". Mathematik als Fertigprodukt - diese Sichtweise taugt dann überhaupt nicht. Ein verändertes Lernparadigma des MU geht vom Prozesscharakter aus. - Es gibt Mathematik als Wissenschaft, die sich wandelt. Es gibt die Schulmathematik, mit ihren Unterrichtseinheiten (siehe dazu an anderer Stelle in diesem Rundbrief). Es gibt *Mathe* im Jargon der Schülerinnen und Schüler.

Wodurch unterscheiden sich die Schülerinnen und Schüler einer Klasse?
Die Schülerinnen und Schüler sind verschiedene Lerntypen, sie nehmen verschiedene Lernwege, sie benötigen verschiedene Lernumgebungen, sie operieren mit verschiedenen Arbeitstechniken und -haltungen.
Wenn Schülerinnen und Schüler mit allen ihren Sinnen gefordert werden, gelingt eine weitgreifende Aktivierung mathematischer Tätigkeiten. Dies wird der Heteregonität und Vielfalt im Klassenraum gerecht (ganz im Gegensatz zu der dargestellten Karikatur).

Von allein läuft dieser Prozess nicht. Notwendig ist **Kompetenzentwicklung.** Um ein hohes Maß an Team- und Kommunikationsfähigkeit - also **Sozialkompetenz** - zu erreichen, sind Stufen der aktiven Aneignung in sozialer Interaktion zu durchlaufen.
Die heutige Situation in den Bildungseinrichtungen verlangt den Lernenden eine Menge an **persönlicher Kompetenz** ab: Selbstvertrauen - allen Irrationalitäten der Institution Schule zum Trotz - , Flexibilität, Kreativität und Durchhaltevermögen.
Ohne **politische Kompetenz** lässt sich die Situation in den Bildungseinrichtungen ("Geisterbahnhof Schule" sagt der Soziologe Ulrich Beck dazu) weder interpretieren noch aushalten. Die **fachliche Kompetenz** sollte an anderer Stelle mal umfassend dargelegt werden. Hier begnüge ich mit dem Hinweis, dass die aktive Aneignung zentral wichtig ist.
Der Lernbegriff, der der veränderten Unterrichtskultur unterlegt ist und diese Kompetenzentwicklung umfasst, wird als **erweiterter Lernbegriff** bezeichnet.

Aktive Aneignung bedarf anderer Unterrichtsformen. Reise- oder Lerntagebücher, Freiarbeit, Lernstationen, anwendungsorientierter und fächerübergreifender Unterricht, genetischer Unterricht nach Wagenschein, sokratische Gespräche, Unterrichtsvorhaben, Projektunterricht, Gruppenpuzzle (Jigsaw) und Langzeitaufgaben sind Möglichkeiten diese aktive Aneignung in Gang zu setzen.

Das oberste Ziel im Bildungsprozess heißt Selbstständigkeit.
Lehrerinnen und Lehrer verlangen von Schülerinnen und Schülern, dass sie selbstständig mathematisieren können. Was versteht man aber unter "selbstständig" mathematisieren?

Was ist unter "Mathematisieren" zu verstehen

In der Tradition des realitätsbezogenen, anwendungsorientierten, lebensnahen MU verstehen wir darunter Modellbildungsprozesse ("modelling"), wobei sich seit Mitte der siebziger Jahre bis heute eine Verschiebung von der Kenntnis der Modelle ("models") zu der Fähigkeit, solche Prozesse durchzuführen, ergeben hat. Die gleiche Verschiebung hat von den Anwendungen ("applications") hin zum Anwenden ("applying") stattgefunden. Ausgangspunkt ist eine Situation aus der realen Welt, die idealisiert, d.h. vereinfacht bzw. strukturiert wird zu einem realen Modell der Situation. Mathematische Begrifflichkeiten werden in enger Korrespondenz zu relevanten Anwendungen (in Alltag, Natur, Gesellschaft ...) entwickelt, und zwar zur wechselseitigen Klärung, darauf weist Heinrich Winter hin. Freudenthal spricht lieber von "beziehungsvoller Mathematik" und legt dabei den Nachdruck auf Beziehungen zu erlebter Wirklichkeit.

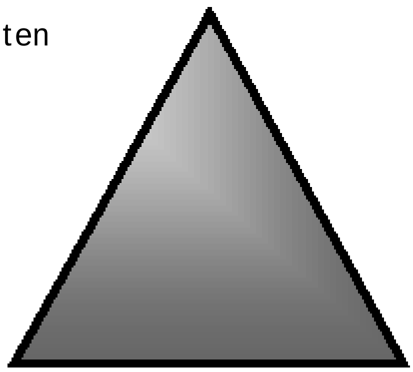
Mathematische Begrifflichkeiten werden aber auch durch andere "Lehrweisen" (Wagenschein) ermöglicht, "die den Lernenden - allein oder als Glied einer Gruppe - zu größtmöglicher Selbsttätigkeit (Spontaneität) gelangen lässt, indem sie ihn in den Kraftfluss eines Problems, einer 'Aufgabe' hineinlockt." Der Prozess der Aneigung hat bei Wagenschein drei Elemente: Er ist genetisch, sokratisch und exemplarisch. Die von den Schweizern Gallin und Ruf entwickelte Didaktik der Kernideen (Reisetagebücher) arbeitet in entsprechender Weise. Das Band, das sich durch die innermathematischen Probleme und das Modellbilden zieht, ist durch die Worte "vom Schüler/von der Schülerin aus" charakterisiert.

aus: W. Jannack/A. Koepsell, Wie lernt man selbstständig zu "mathematisieren"? in:
I. Ahlring (Hg), Praxis Schule 5 -10 Extra, Braunschweig 2002

Die Anbahnung dieser Schlüsselqualifikation braucht eine Strategie der kleinen Schritte sowie ein intensives Methodentraining mit dem Ziel der Kompetenzentwicklung.

Am Besten wird die veränderte Unterrichtskultur durch folgendes Dreieck dargestellt:

Wahrnehmen der Situation
sich Ernstnehmen aller Beteiligten



Aufklärung
durch gegenseitige Information und Aufmerksamkeit

alternativenreich Handeln
Handeln im Spannungs-feld unterschiedlicher Sichtweisen und (Welt-) Deutungen

Hinweise:

Wer den Rundbrief lieber in digitalisierter Form zugesandt bekommen möchte, die oder der meldet sich bitte von selber bei der MUED unter mued.ev@t-online.de.

www.acdca.ac.at : Es meldet sich das Austrian Center for Didactics of Computer Algebra. Dort gibt es für die Jahrgänge 8 und 10, die in Österreich allerdings anders heißen, Material zum Stationenlernen zu Funktionen bzw. zu Potenzen und Wurzeln. (Tipp von der IGS Hannover-List).

www.bildungsservice.at ist damit verlinkt.

Andreas Koepsell/ Wilfried Jannack

Muss die MUED umbenannt werden?

Unterrichtseinheiten contra aktive Aneignung mittels roter Fäden

Die handelsübliche Verpackung – die Unterrichtseinheit

Fachinhalte werden den Schülerinnen und Schülern spätestens ab Klasse 5 in Form von ***Unterrichtseinheiten*** präsentiert. Die Unterrichtseinheit ist die Verpackungseinheit für relevante mathematische Inhalte des Schulunterrichts. Eine solche UE dauert in der Regel 4 bis 6 Wochen. Der Wissenserwerb wird mit Hilfe fachlicher Lernziele genau beschrieben. Am Ende der Unterrichtseinheit steht der Test. Nach dem Test setzt bei den Schülerinnen und Schülern das Vergessen ein.
Die Schulbücher haben diese Struktur übernommen. Die einzelnen Schulbuchkapitel entsprechen in der Regel den zu behandelnden Unterrichtseinheiten. Vier bis sechs Unterrichtseinheiten werden pro Schuljahr behandelt. Das sind dann in sechs Jahren Sek. I ca. 25 Unterrichtseinheiten, in die der mathematische Stoff verdauungsgerecht zerlegt wird.
Der Verdauungsprozess beginnt in den Köpfen der Schülerinnen und Schüler durch die von ihnen vorgenommene "didaktische Reduktion". Diese arbeitet nach der goldenen Regel: "Wichtig ist, was abgetestet wird!" Sie bemühen sich, Einführungen, Erklärungen und Zusammenhänge zu verstehen. Sie wissen aber auch, dass es für den Test wichtiger ist, ein behandeltes Rechenverfahren anwenden zu können. Mit dieser Fähigkeit besteht man den Test. Er beinhaltet ja auch nur Anforderungen aus dem oben beschriebenen Verdauungspaket.
Das hat Auswirkungen auf die Art, wie Mathematik sich präsentiert und welches Bild in den Köpfen bleibt. Schulmathematik erscheint vielen Schülerinnen und Schülern als Fertigprodukt. Es gibt nichts zu hinterfragen; nichts zu diskutieren. Es reicht, die Mathematik zu reproduzieren. Sie gibt Antworten auf Fragen, die die Schülerinnen und Schüler nicht gestellt haben. Diese Antworten sind formuliert in einer Sprache, die Schülerinnen und Schüler in ihrem derzeitigen Entwicklungsstand nicht verstehen.
Sie liefert fertige Lösungen und hindert den Schüler daran, selbst Entdeckungen zu machen.
Die Sequentierung von Unterrichtsinhalten in sogenannten Unterrichtseinheiten kann nicht zu einem kontinuierlichen Lernen von mathematischen Begriffen und Verfahren führen. Sie steht im Widerspruch zu dem, was die Mathematikdidaktik erkannt hat.

Grundlegende Begriffe sollten im Mathematikunterricht in mehreren Durchgängen auf jeweils verschieden hohem Niveau und in unterschiedlichen Vernetzungen bearbeitet werden, wobei jeweils Darstellungsmittel, Sprache und didaktische Modelle verwendet werden, die dem Entwicklungsstand der Schüler angemessen sind. Die Erkenntnisse eines Wissensgebietes werden schrittweise (spiralig) entwickelt (Bruner).

Das Prinzip der roten Fäden

Begriffe, mathematische Verfahren, das Umgehen mit mathematischen Symbolen werden nicht in **einer einzigen** Sachsituation erlernt. Adäquates Begriffsverständnis bei Schülerinnen und Schülern bildet sich nicht in einem rezeptiven, sondern nur in einem längerfristigen, konstruktiven und dynamischen Prozess heraus. Weiterführende mathematische Tätigkeiten erweitern und verfestigen diesen Prozess. Um in diesem Sinn Grundvorstellungen bei Schülerinnen und Schülern entwickeln zu können, müssen Lehrerinnen und Lehrer Klarheit darüber besitzen,

- welche mathematischen Begriffe in der aktuellen Unterrichtssituation entwickelt werden sollen (sachadäquate Grundvorstellungen);
- welche Vorstellungen die Schülerinnen und Schüler von einem mathematischen Gegenstand besitzen (individuelle Schülervorstellungen),
- in welchen mathematischen Zusammenhängen innerhalb der Sekundarstufe I die Begriffsbildung vorbereitet wurde und fortgeführt wird (curriculare Verknüpfungen).

Heute ist bei Lehrerinnen und Lehrern als Folge der Sequentierung in UEs eine Überbetonung der Bedeutung der mathematischen Verfahren, des Rechnens allgemein, festzustellen. Warum aber muss eine Schülerin oder ein Schüler eine quadratische Gleichung lösen oder einen Kegelstumpf berechnen können? Das einzelne mathematische Verfahren hat eine geringe Bedeutung. Wichtig ist das Erfahren und Erlernen mathematischer Herangehensweisen. Wer als Erwachsener nicht mit Variablen umgehen kann, wer nicht in funktionalen Zusammenhängen denken kann oder sich schlecht in einen Algorithmus eindenken kann, kann alltägliche Probleme nicht mit mathematischen Mitteln lösen.

Die **roten Fäden** sind eine Zusammenstellung grundlegender mathematischer Begriffe und Verfahren, deren Aneignung in der Sekundarstufe I organisiert werden soll und manchmal in der Sekundarstufe II fortgeführt werden muss. Wir unterscheiden folgende rote Fäden:

Denken in Zahlen	Denken in Maßen und Größen	Denken in räumlichen Strukturen	Denken in Variablen, Funktionen und Wechselwirkungen	Stochastisches Denken
Die Zahl ist der grundlegende abstrakte Begriff der Mathematik. Durch die Operationen mit den Zahlen wird der Zahlbegriff konstruktiv entwickelt. Orientierungspunkt ist dabei nicht ausschließlich die Fachsystematik.	Der Begriff der Größe verbindet arithmetische Operationen und konkrete Lebenswelt. Das findet seinen Ausdruck im Messen von Größen, von Flächen, Rauminhalten. Operationen mit Größen führen zu irrationalen Zahlen, zu π, zum goldenen Schnitt, zur Trigonometrie.	Der Begriff des Raumes ist der grundlegende Begriff der Geometrie. Raumvorstellung umfasst räumliche Veranschaulichung, räumliche Orientierung, räumliche Beziehungen und die räumliche Wahrnehmung.	Die Funktion beschreibt einen Zusammenhang von - meistens zwei - Variablen und ist durch einen analytischen Ausdruck oder ein rekursives Verfahren gegeben. In vernetzten Systemen kommt es zu Wechselwirkungen zwischen vielen Variablen.	Die Wahrscheinlichkeit ist ein theoretisches <u>und</u> experimentelles Konzept, das sich mit Ereignissen beschäftigt, die vom Zufall bestimmt werden. Axiomatisieren, Modellbilden und Simulation sind übergeordnete Leitideen.

Aneignung fördern

Die Vermittlung mathematischer Verfahren und die Initiierung von Begriffsbildungsprozessen sind unterrichtliche Tätigkeiten auf unterschiedlichem Niveau. Gerade für den Prozess der Begriffsbildung und die Ausbildung von Grundvorstellungen gilt:

> Lernen ist etwas anderes als Belehrung. Lernen ist eine Tätigkeit des lernenden Individuums. Sie setzt eine aktive geistige Auseinandersetzung des Lernenden voraus. Der Aneigungsprozess kann nur dann erfolgreich sein, wenn die Lernumgebung eine Auseinandersetzung auf der Ebene der Schülerin und des Schülers zulässt.

Die Unterrichtsinhalte beschreiben den Rahmen der mathematischen Tätigkeiten, in denen diese Prozesse eingebettet sind.
Die geeignete Lernumgebung fordert die Schülerin und den Schüler intellektuell. Der oder die Einzelne begibt sich in die Auseinandersetzung, entdeckt Neues und Widersprüchliches. Dadurch gelangt man zu einem eigenen, begründeten Standpunkt. Die Auseinandersetzung über unterschiedliche Standpunkte ist konstruktiv und dient der gegenseitigen Aufklärung. In besonders günstigen Fällen entstehen solche Situationen im Unterricht.

Lernumgebungen, -arrangements, -situationen sowie Unterrichtssituationen sind dem abgenutzten Begriff der Unterrichtseinheit sicher vorzuziehen, wenn es darum geht den Prozess der aktiven Aneignung in den Vordergrund zu stellen.

Muss die MUED umbenannt werden?

Wenn bei der Zusammenstellung von Materialien stärker die Kritik am UE-Begriff mitgedacht wird, so kriegen wir es auf Dauer hin, den Unterricht zu verändern. Das ist wichtiger als eine formale Umbenennung. Erfreulicherweise hat sich durch mathe lehren als Zeitschrift, durch "Die etwas andere Aufgabe" aus der Zeitung, durch die Schulbuchreihe mathelive, durch themenorientierte Richtlinien und Lehrpläne und vor allem auch durch die UE-Sammlung der MUED in den letzten Jahren viel bewegt. Als MUED sind wir - das wird auch an anderer Stelle in diesem Rundbrief betont - an einer Konzeptgrenze angekommen: UEs sammeln und verbreiten ist das eine; das Umgehen mit Unterrichtsgegenständen, die Moderation des eigenaktiven Lernens ist viel abstrakter, viel schlechter nachprüfbar und evaluierbar. Hier muss weitergearbeitet werden. Ohne Umbenennung.

Wilfried Jannack

Jigsaw oder Gruppenpuzzle

Eine veränderte Unterrichtskultur nimmt andere als die üblichen Aufgaben auf, schafft Interesse und zeigt, wofür etwas gut ist. Allgemein ist dies Anwendungsorientierung. Darüber hinaus sorgt veränderte Unterrichtskultur auch dafür, dass individuelles und kooperierendes Lernen in Selbstverantwortung vonstatten gehen. Die Lernenden sollen sich den Stoff selbstständig aneignen. Die Jigsaw-Methode ist dafür in mehrfacher Hinsicht geeignet.

Die Jigsaw-Methode

Mit der Laubsäge (Jigsaw) kann man Puzzle ausschneiden. Das Gruppenpuzzle dient dazu, in Eigenarbeit und Expertengruppe erworbenes Wissen an andere weiterzugeben, wobei jede/r Schüler/in Verantwortung übernehmen muss.
Es werden 4 Aufgaben nach der Jigsaw-Methode bearbeitet:

Phase 1: Individuelle Überlegungen
- Jede/r Schüler/in erhält eine Aufgabe von den vier Aufgaben zugeordnet.
- Jede/r Schüler/in liest seine Aufgabe durch, markiert Wichtiges und überlegt/versucht einen Bearbeitungsweg, notiert Fragen.

Phase 2: Expertengruppe
Wechsel der Sitzordnung: Alle Schüler/innen, die der Aufgabe 1 zugeordnet sind, setzen sich zusammen. Bei 20 Schüler/innen ergeben sich 5er-Gruppen als **Expertengruppen**. Entsprechend gibt es für Aufgabe 2, 3, 4 auch jeweils eine Expertengruppe.
Die Aufgabe lautet:
1. Notiert eine Aufgabenbearbeitung und sorgt dafür, dass alle Gruppenmitglieder sie beherrschen.
2. Überlegt, wie jede/r Einzelne die Aufgabe anderen erklären kann: Lösungswege notieren, Merksätze aufschreiben, Einstiege überlegen, Probleme ausmachen und Erklärungen/Beispiele überlegen, Skizzen anfertigen,
3. Übt die Vorstellung vor den anderen. Kurz: Macht euch zu Experten für die Aufgabe.

In dieser Phase und nur in dieser kann der Lehrer befragt werden: Fragen bei der individuellen Überlegung in Phase 1 sollen an die Expertengruppe gestellt werden. In Phase 2 sollen alle Probleme gelöst werden und es soll sich jede/r Schüler/in verantwortlich qualifizieren, so dass der Lehrer in Phase 4 nicht Feuerwehr spielen muss.

Phase 3: Erste Reflexion der Jigsaw-Arbeit in der Expertengruppe

Erste Reflexionsphase I

Mein Thema: ____

Mitglieder meiner Expertengruppe: _____________________________________

Punkt (1) bis (3) muss auf jeden Fall bearbeitet werden. Aus den weiteren Punkten sollte ***ein weiterer thematisiert*** werden.

1. Mit welchem Ausdruck könntest du sagen, wie eure Gruppe war?
2. Mit welchem Ausdruck kannst du beschreiben, wie eure Gruppe sein sollte?
3. Nehmen alle teil? Wenn nicht alle teilnehmen, warum nicht?
4. Verhalten sich alle so, dass die Gruppenmitglieder sich wohlfühlen können? Wenn nicht, warum nicht?
5. Helft ihr euch gegenseitig, dass jeder sagen kann, was er denkt? Hört ihr einander zu? Seid ihr aufeinander aufmerksam? Zeigt ihr euch, dass ihr einander zuhört?
6. Sagt ihr z. B. "Das ist gut!", wenn euch gefällt, was jemand sagt?
7. Stellt ihr euch gegenseitig Fragen? Hört ihr zu und versucht wirklich, diese Fragen zu beantworten?
8. Spricht einer von euch die meiste Zeit?
9. .....

Phase 4: Weitergabe des Gelernten an die anderen in der Gruppe

Zurückwechsel in die erste Sitzordnung: Jeweils 4 Schüler/innen finden sich zusammen, so dass für jede Aufgabe ein/e Expert/in da ist. Wechselseitig werden die Aufgaben erklärt. Anschließend folgt eine Wiederholung der Phase 3 in dieser Gruppe.

Phase 5: Zweite Reflexion

Reflexionsphase II

Schreibe die Experten in der Reihenfolge samt Thema auf:

Du bist gefragt in deiner Rolle als Experte:

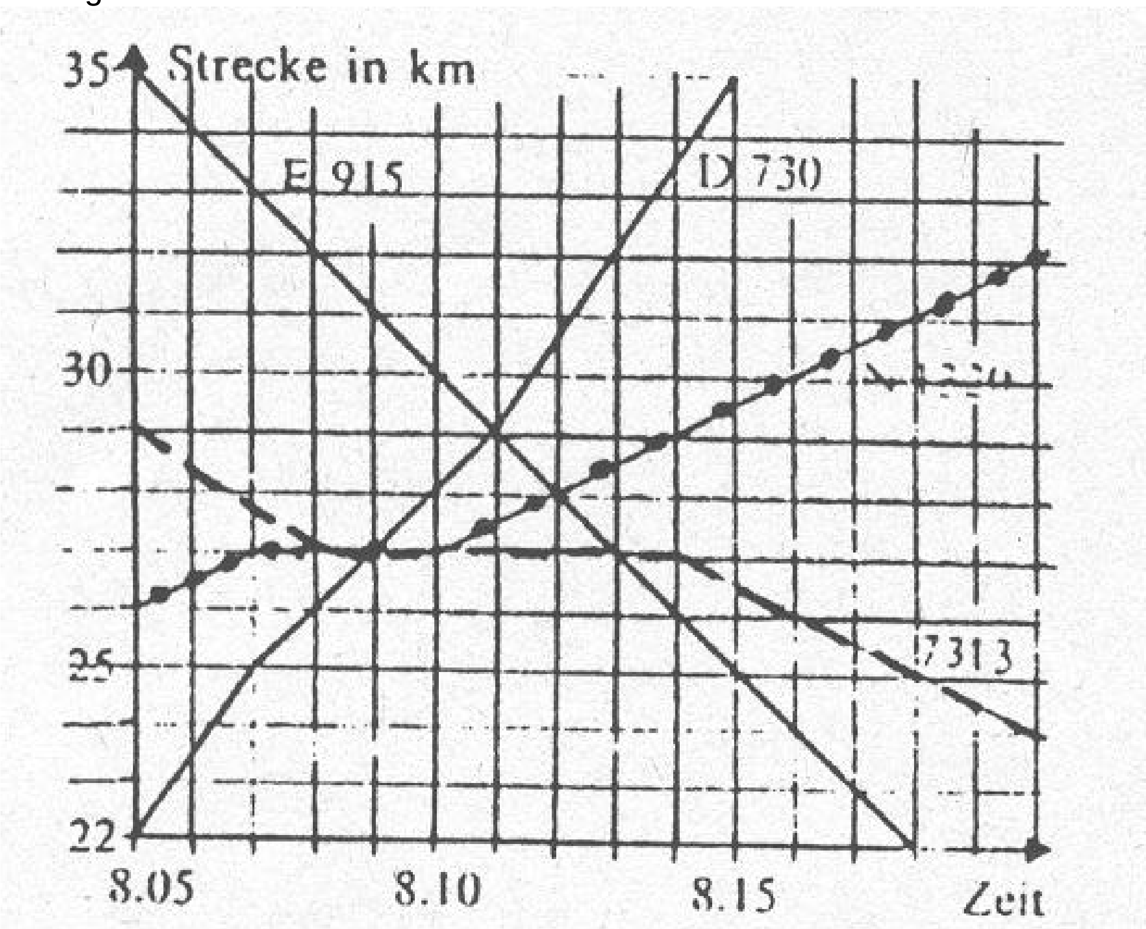
1. Wie war die Gruppe?
2. Wie war die Arbeitsweise?
3. Wurdest du als Experte akzeptiert?

In deiner Rolle als Schülerin oder Schüler:

4. Wie waren die Erklärungen der Experten?
5. Haben sie euch selber etwas finden lassen? Oder: Haben sie eher ausschließlich selber erklärt?
6. Ordne die Themen aus deiner subjektiven Sicht nach dem Schwierigkeitsgrad. Beginne mit dem einfachsten Thema.
7. Nenne einen Vorteil der Jigsaw-Methode.
8. …. eine persönliche Anmerkung? ……

Ich habe das Jigsaw zur Erarbeitung des Funktionsbegriffes in Klasse 8 benutzt und damit zwei Durchgänge veranstaltet. Meine Aufgabe bestand darin, vier etwa gleichwertige Zugänge zum Thema zu finden. Die vier Aufgabenblätter kann man von der MUED-Homepage herunterladen. Sie würden hier zu viel Platz wegnehmen:

- Grafischer Fahrplan der Bundesbahn
- Räuber-Beute-Modell 1
- Waldbrand auf Vancouver Island
- Schulweg- & Nordsee-Geschichten



Die Schülerinnen und Schüler merken sehr schnell, in welcher Verantwortung sie den anderen gegenüber stehen, und arbeiten ungeheuer gut. Über den konkreten Ablauf kann man sich ebenfalls auf der MUED-Homepage informieren.

Während die Schülerinnen und Schüler arbeiten, arbeitet der Lehrer am nächsten Schritt. Ein Jigsaw zu linearen Funktionen.

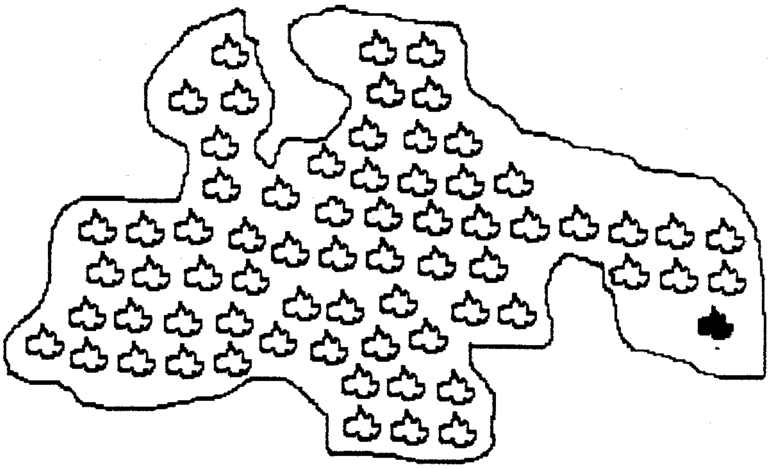
Wiederum bestand das Problem darin, vier gleichwertige Aufgaben zu finden. Meine Entscheidungen:

- Skalierungen
- Achsenabschnitt und Funktionsvorschrift
- Steigung
- Steigungsdreieck

Thema 1: In vier unterschiedlich skalierte Koordinatensysteme sind jeweils die gleichen Funktionen f_1 und f_2 eingezeichnet. Das sollte herausgefunden werden, es sollte dann eine eigene Skalierung erfunden werden und dort sollten die gleichen Funktionsgraphen eingezeichnet werden. Abschließend sollten Punktepaare von f_1 und f_2 in einer Tabelle notiert werden.
Thema 2: Bilder sollen Funktionsvorschriften zugeordnet werden. Dabei gibt es einen Hinweis auf den Achsenabschnitt in der Zeichnung. Außerdem wird derselbe in der Funktionsvorschrift gesucht. Abschließend wird auch hier die Tabelle erstellt.
Thema 3: Auch hier ist eine Abbildung der Ausgangspunkt. Die Grafen der Funktionen steigen ganz unterschiedlich an. Alle schneiden aber die y-Achse im gleichen Punkt (0/1). Die Funktionen werden beschrieben durch vorgegebene Funktionsgleichungen. Man muss die Grafen und die Funktionsvorschrift zuordnen und anschließend das Maß für die Steigung in Worten beschrieben ("Wenn ich einen Schritt nach rechts gehe, so steige oder: falle ich gleichzeitig um …" oder "Wenn ich drei oder vier, … Schritte nach rechts gehe, so steige bzw. falle ich gleichzeitig um …"). Wo steckt die Steigung in der Funktionsgleichung?
Thema 4: Welches Steigungsdreieck gehört zu welchem Grafen? Zeichne die Steigungsdreiecke an die Grafen. Nicht alle Steigungsdreiecke passen. Welche gehören nicht dazu? Warum hat das Steigungsdreieck x die Steigung y.
Wenn man es genau betrachtet, so gehört dieses Wechseln zwischen Graf, Tabelle und formaler Funktionsvorschrift in den Kern des Begriffs der linearen Funktionen und macht dort einen großen Bestandteil der Grundvorstellungen aus. (Kovariationen hatten wir bereits vor den beiden Jigsaws durch geführt - dazu siehe "Funktionen untersuchen als durchgängiges Thema in der Sekundarstufe I" in MUED-RB Nr. 144/2002). Selbstverständlich ist das von grundlegenden Verfahren nicht zu trennen. Selbstredend ging dieses zweite Jigsaw viel schleppender. Ich habe aber selber noch nie so tiefe Einblicke in das (Funktionen-)Lernen von Schülerinnen und Schülern bekommen, wie bei dieser Arbeitsweise.
Weil jede und jeder gezwungen ist, anschließend anderen etwas beizubringen, macht jede und jeder mit großem Ernst mit und bemüht sich aufs Redlichste - manchmal auch mit Unterstützung der Lehrkraft - um das gemeinsame Ziel.

Wie ich auf Jigsaw gekommen bin? Da gibt es so eine Organisation, die heißt MUED. Und auf deren Homepage hat ein gewisser Heinz Böer ein Jigsaw zu Wachstum in Klasse 10 stehen. Das fand ich so interessant, dass ich mich bemüßigt fühlte, das in Klasse 8 auszuprobieren. Mit Erfolg.

Damit man weiß, was hinter dem Thema "Waldbrand" steckt:



Stelle dir vor, dass ein Baum in der Mitte des Waldes (schwarz) z.B. durch einen Blitzschlag Feuer fängt. Zeichne einen Grafen, der zeigt, wie du meinst, dass sich der Waldbrand entwickelt.

Mareike Neudeck, Hans Schmitt
Regionales Pädagogisches Zentrum (RPZ), 26603 Aurich

Didaktische Landkarten im Mathematikunterricht

Ein Arbeitskreis (AK) von Lehrern aus unterschiedlichen Schulformen stellt in einer Ausstellung erste Überlegungen zur Darstellung von Mathematikunterricht in einer visualisierten Form -genannt Landkarten- vor.

Ein Ausgangspunkt unserer Überlegung war die Tatsache, dass viele Schülerinnen und Schüler Mathematik weitgehend bedeutungsfrei lernen. So zeigt sich z.B. immer wieder zu Beginn in 11. Klassen, dass aus dem Bereich „quadratische Funktion“ nur sehr rudimentäre und wenig vernetzte Vorstellungen vorhanden sind. Lösungen einer quadratischen Gleichung können z.B. nicht mit den Nullstellen einer entsprechenden quadratischen Funktion in Verbindung gebracht werden.

Ein Grund für das Zerfallen des Wissens in zusammenhanglose Bereiche scheint für uns der lineare, elementhaft synthetische Aufbau im Mathematikunterricht zu sein, bei dem sich tragfähige „Grundvorstellungen“ nicht nachhaltig entwickeln können.

Begriffsentwicklungen erfolgen eher „flächig“, d.h. nicht in einer strengen hierarchisch geordneten linearen Abfolge von Einzelschritten, sondern im Kennenlernen von Begriffsaspekten und deren Vernetzung. Dabei spielen durchaus auch subjektive Erfahrungsbereiche auf Schülerseite eine Rolle. Grundvorstellungen beim Schüler entwickeln sich in der Auseinandersetzung von Schüler- und Lehrerkonzepten.

Die Landkarten sind von innen („semantischer Kern“) nach außen zu lesen. Nähere Erläuterungen dazu folgen auf der nächsten Seite. Die beiden darauf folgenden Seiten geben Beispiele für eine Landkarte zu Funktionen als Langzeitkonzept (roter Faden) und zu Brüchen. Wir befassen uns auch mit Detailkarten und stellen erste Überlegungen zu Schülerlandkarten an.

Landkarten tragen unserer Meinung nach bei zur Transparenz, gegenseitiger Aufklärung und Kommunikation, insbesondere auch

– zur Sichtbarmachung von Kern, Rand, von Grundvorstellungen und den damit verbundenen Verfahren,
– zum Aufzeigen von Strukturen und Vernetzungen und zum - Analysieren und Planen von Unterricht

Literaturhinweise

1. vom Hofe, R. :Grundvorstellungen- Basis für inhaltliches Denken in: mathematik lehren, 7 Okt. 1996, S.4-8
2. Andelfinger, B. :Mathematik Sekundarstufe 1: Umgebungen und Perspektiven eines anderen Lehrplans. In ZDM (1987) 1, S.1-14

Erläuterungen zu den Landkarten.

Rand (syntaktischer Bereich)

Kern (semantischer Bereich)

Grundvorstellungen
Entwickeln zu den Aspekten...

Ein Fachbegriff bildet sich nicht durch Definieren: Er ergibt sich aus einem Netz von Aspekten

Im Unterricht findet eine Auseinandersetzung von Lehrer- und Schülerkonzepten statt. Dabei entwickeln sich beim Schüler Grundvorstellungen.

Die **didaktischen Aspekte** werden in diesem Kernbereich der Landkarte aufgelistet.

⇕ **Grundlegende Verfahren** ⇕

*Dieser Kernbereich listet grundlegenden Verfahren (math. Fragestellungen, unterrichtliche Aktivitäten, ...) für Schüler auf. Sie sollen **Erfahrungsbereiche** aktivieren auf denen dann langfristig Grundvorstellungen aufbauen, sich entwickeln und stabilisieren können.*

Die Doppelpfeile zwischen den beiden Kernen deuten unterschiedliche Sichtweisen an:
Nach unten: **didaktische Sichtweise** (Lehrerkonzept)
Nach oben: **Bedeutungskonstruktion** durch die SchülerInnen

Im Kern finden unterrichtliche Aktivitäten statt, die ein bedeutungshaltiges Lernen unterstützen: Semantischer

⇕

Zum Rand gehören z.B. Aktivitäten wie das Trainieren von Rechentechniken, das formale Umgehen mit Termen und Formeln. Aktivitäten auf dem Rand setzen nach Andelfinger einen stabilen Kern voraus (z.B. für „sinnvolle“ Kontrollen).

Landkarte zu Brüchen

Rand (syntaktischer Bereich):
Brüche als Zahlen mit Rechenregeln

Kern (semantischer Bereich):
Brüche in konkreten Situationen kennen lernen

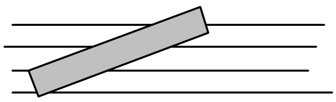
Grundvorstellungen
Entwickeln zu den Aspekten...

- *Brüche beschreiben Teile eines Ganzen und Teile von mehreren Ganzen*
- *konkretes deuten von Rechenoperationen mit Brüchen*
- *Erweitern und kürzen von Brüchen*
- *Bruch als Quotient*
- *Bruch als Verhältnis*
- *Brüche auf dem Zahlenstrahl*

⇕ Grundlegende Verfahren ⇕

- *Bruchteile konkret herstellen (falten, konstruieren, zeichnen, ...)*
- *Teile von Ganzen und mehreren Ganzen mit Brüchen beschreiben*
- *Bruchteile rechnerisch bestimmen (a/b von ...)*
- *Umgehen mit relativen Häufigkeiten und Verhältnissen*

Linienblatt zur Erzeugung von Verhältnissen



⇕

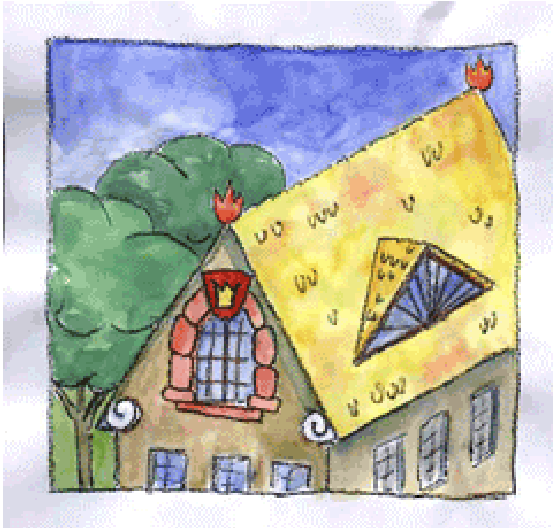
Schnitt zweier Geraden
lineare Gleichungssysteme formal lösen

3:4 als Zahl deuten

Brüche als Zeichen für Zahlen
formales Rechnen
⇔
Brüche am Zahlen-

Papier falten: Halbe Viertel, Achtel, ... erzeugen
Operationen der Art: Andere Schreibweisen für ½
¾ ..
⇔
formales Kürzen und Erweitern; Stammbrü-
che;

Die Lukarne im goldenen Dach



Ein König besaß einen Palast mit einem Dach aus goldenen Ziegeln. Weitherum leuchtete dieses und verkündete mit seiner Pracht, wie mächtig der König war. Dummerweise war der Thronsaal, direkt unter dem goldenen Dach liegend, sehr spärlich mit Tageslicht versehen. Deshalb gab der König einem Architekten den Auftrag, eine Lukarne mit dreieckigem Fenster ins Dach zu bauen. Wie groß war doch die Freude des Königs, als er das erste Mal in der Abendsonne, die durch das neue Dachfenster schien, Audienz halten konnte. Der Schatzmeister trat mit der Bauabrechnung des Architekten vor. Abgesehen von ein paar goldenen Ziegeln, die der Architekt für das Dach der Lukarne verrechnete, hatte dieser wirklich billig gearbeitet. Nur ist das so eine Sache mit Geld und Schatzmeistern: Schatzmeister spüren ein feines Ziehen in der Magengegend, wenn sie überflüssig Geld ausgeben müssen. Und genau so ein Ziehen meinte unser Schatzmeister beim Gedanken an die Goldziegel in der Abrechnung zu verspüren. Er verbeugte sich vor dem König und sagte: "Eure Majestät, wo jetzt die Lukarne ist, waren früher Goldziegel. Haben die nicht gereicht, um die zwei neuen Dachflächen der Lukarne zu decken?" Der König, misstrauisch wie Regierende von Amtes wegen sein müssen, runzelte die Stirne. Er wandte sich seinem Rat der Weisen zu und wollte deren Meinung hören. "Wenn der Herr Architekt fälschlicherweise Goldziegel verrechnet, bestiehlt er den König. Darauf steht die Todesstrafe", sagte der Hofjurist. "Wenn der König den Herrn Architekten fälschlicherweise verurteilt, verliert der König an Ansehen im Volk. Seine Feinde werden ihren Vorteil daraus ziehen", meinte der Hofethiker. Der Hofdolmetscher sagte nichts.

Stille senkte sich über die Anwesenden, die einen brüteten über dem Problem, die anderen dachten nichts. Schließlich muss man auch einmal nichts denken! Ratsuchend schaute der König in die Runde, aber niemand erwiderte seinen Blick.

Internetseite: http://www.kst.ch/fachsch/mathe/mathfach/wettbewerb/

Andreas Koepsell

Die Lukarne im goldenen Dach (Lösungsversuche)
(Eine Aufgabe für Tüftler, Bastler und andere Verrückte)

Im letzten Sommersemester habe ich einer Studentengruppe diese Aufgabe präsentiert. Die von den TeilnehmerInnen des Seminars durchgeführten und vorgestellten Lösungsversuche stelle ich hier zum Teil dar.

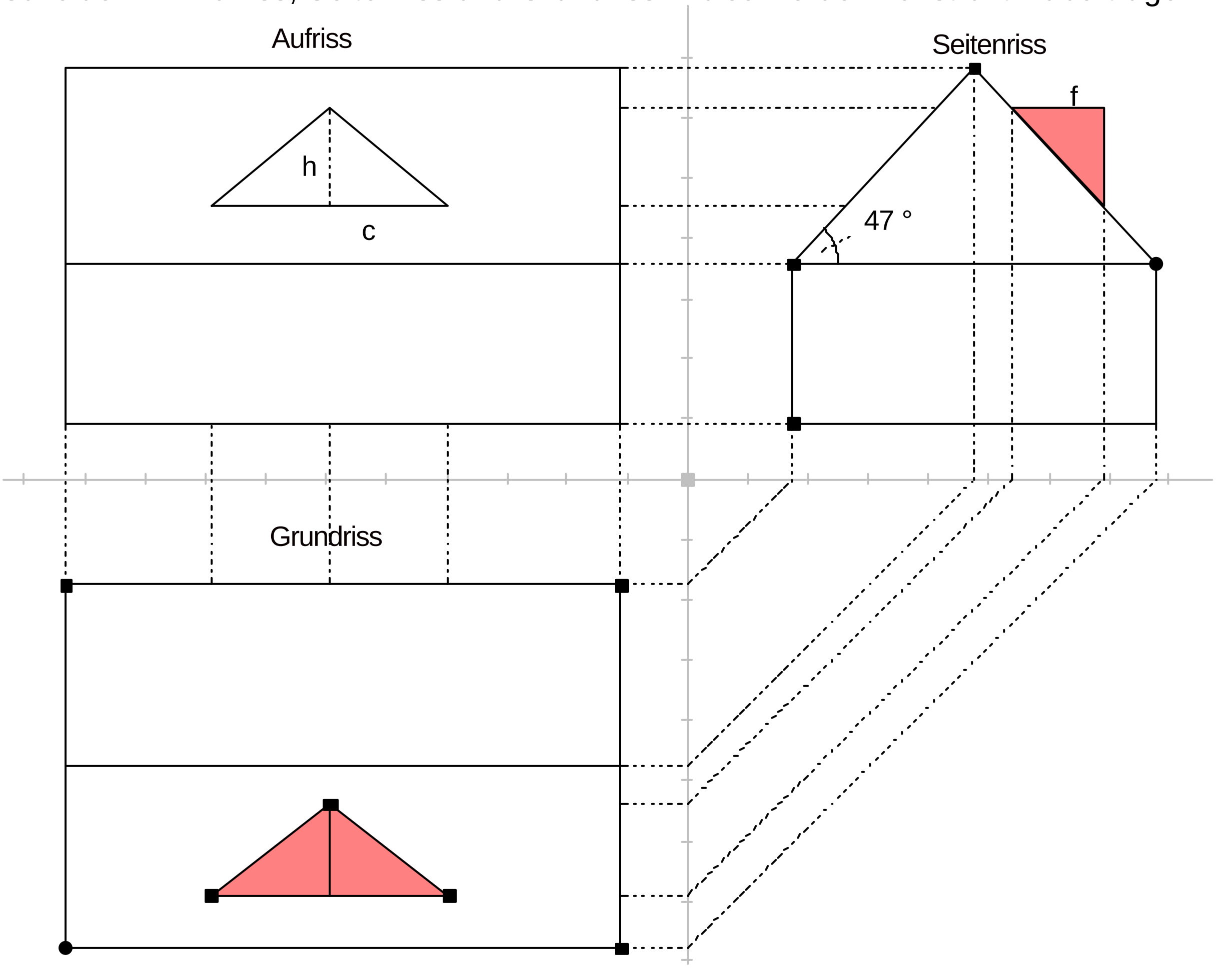
Ziel der Bearbeitung war es, das Erlebnis einer eigenen Ergebnisentwicklung zu vermitteln. Viel zu häufig wird der Schüler / die Schülerin durch die Unterrichtsgestaltung zum lediglich Nachvollziehen fertiger Lösungen veranlasst. Das Seminar „Mit Kindern rechnen“ versuchte eine Unterrichtskultur zu entwickeln, in der Kinder aktiv und selbständig mathematisieren.
Hier wird keine vollständige Lösung geboten. Dies soll dem geneigten Leser selbst überlassen werden. Es werden nur einige Lösungsschritte skizziert.
Die StudentInnen stellten fest, dass diese Aufgabe doch recht ungewöhnlich ist:

- In ihr ist keine einzige Zahl enthalten.
- Der Text ist recht umfangreich
- Es ist eine Aufgabenstellung der räumlichen Geometrie. Dies ist für SchülerInnen und auch für Erwachsene oft sehr schwierig.

Erster Lösungsversuch:
Ich stellte dem Seminar Tonkarton, Scheren, Kleber, Zirkel, Lineal und Geodreieck zur Verfügung und forderte die Teilnehmer auf, zunächst einmal in einer Kleingruppe sich ein Modell des Dachs mit Lukarne zu bauen. Bei dem Bauprozess sollten die getroffen Festlegungen mit notiert und begründet werden.
Nicht alle StudentInnen konnten diese Anregung aufnehmen. Einige versuchten eine Beispielrechnung mit angenommenen Daten durchzuführen, um dadurch einen ersten Eindruck für eine mögliche Lösung zu gewinnen. Bei diesen StudentInnen war festzustellen, dass auch die Beispielrechnungen im Wesentlichen falsch waren. Die raumgeometrischen Voraussetzungen, die Anordnung der einzelnen Flächen, die Bedingungen für die Abmessungen der Dacheindeckung der Lukarne wurden nicht erkannt.
Die praktischen Lösungen ergaben folgende Ergebnisse: Bei den meisten Konstruktionen war die Fläche des Dachausschnittes kleiner als die Fläche der Dacheindeckung der Lukarne. Eine Studentin präsentierte eine Lösung in der die Fläche des Dachausschnitts exakt als Dacheindeckung der Lukarne genutzt werden konnte. Sie konnte sich vorstellen, dass die Fläche der Dacheindeckung auch größer als die des Ausschnitts werden kann.

Abhängigkeiten:
Wir stellten in einer gemeinsamen Erörterung fest, dass die **Dachneigung** Einfluss auf das Verhältnis der beiden Flächen haben. Dieser Einfluss wurde durch theoretische Überlegungen geklärt.
Ferner wurde insbesondere durch die praktische Arbeit der oben erwähnten Studentin geklärt, dass die **Form des Dachausschnittes** Einfluss auf die Größe der Fläche der Dacheindeckung nimmt. Wir trafen folgende Festlegung: Der Dachausschnitt soll die Form eines gleichschenkligen Dreiecks besitzen. Die Fensterfläche der Lukarne steht senkrecht zur Erdoberfläche. Der Firstbalken der Lukarne liegt parallel zur Horizontalen.

Ergebnisse!?:
Um sich Klarheit über die Anordnungen einer solchen besonderen Dachgaube zu machen, wurden „Drei-Tafel-Projektionen“ gezeichnet. Dies geschah zunächst mit Papier und Bleistift und dann mit“ Dynageo“ als dynamische Konstruktion. In der „Drei-Tafel-Projektion“ unterscheiden wir Aufriss, Seitenriss und Grundriss. Maße werden konstruktiv übertragen.



Die dunkel eingefärbte Fläche der Dacheindeckung liegt in keiner Zeichenebene. Ebenso verhält es sich mit dem Dachausschnitt. Wenn Sie diese beiden Flächen aus den Maßen der obigen Zeichnung konstruieren, so können natürlich leicht beide Flächen berechnet und verglichen werden. Eine dynamische Zeichnung lässt sich dann noch verändern und man kann die Lösung der oben erwähnten Studentin suchen. Ab wann wird dann die Fläche der Dacheindeckung größer und können Sie dies auch geometrisch deuten?

Schulische Realitäten:
Dies ist sicherlich keine Aufgabe, die man jedem Schüler stellen kann. Viele Schüler haben sich mit raumgeometrischen Fragestellungen noch nie beschäftigt. Auch wird die „Drei-Tafel-Projektion“ in der Schule nur selten unterrichtet. Meiner Meinung nach kann man aber dieses Problem einer Schülergruppe im 9./10. Jahrgang als **Langzeitaufgabe** stellen.

Wiltraud Schillig

Es könnten auch Berge sein...

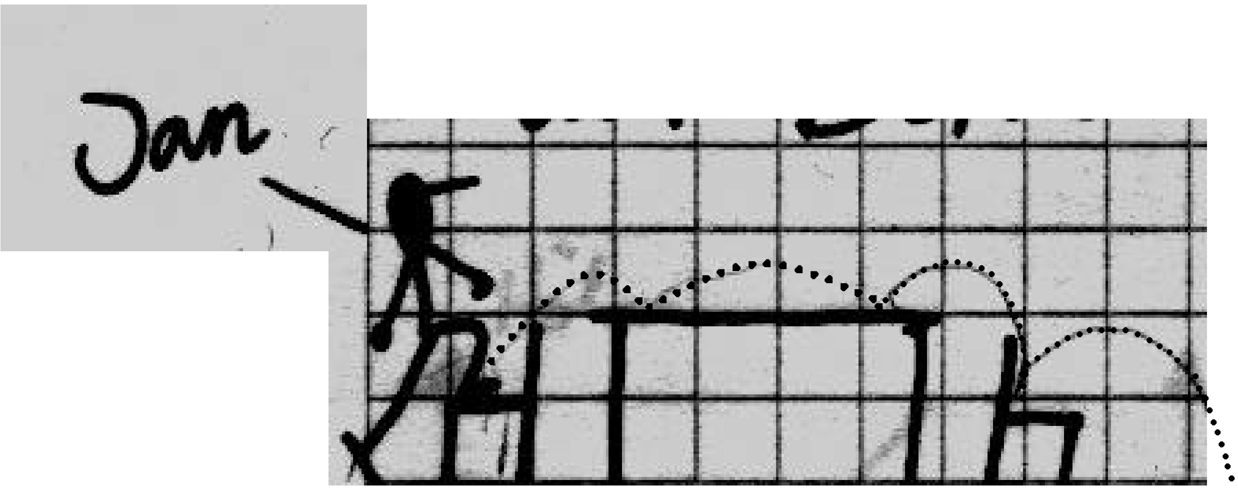
Ausgangspunkt waren die Interpretationen von verschiedenen Grafen, die wir teils aus den eigenen Broschüren, Arbeitsblättern aus Fortbildungen, teils aus dem gut zusammengestellten Material des mathe-live-8-Buches entnahmen.
Es waren also schon Verlauf, Veränderung geklärt und an verschiedenen Situationen erprobt worden und eigentlich ging es jetzt darum, die Steigung genauer zu betrachten.
Einer der vorliegenden Grafen wurde von den Schülerinnen und Schülern als "Gang über die Berge" gedeutet. Allerdings ist laut Aussagen von Einheimischen "die höchste Erhebung in Braunschweig die Zuckerrübe".
Um diesen Mangel auszugleichen bauten wir einen 'gläsernen' Berg im Klassenzimmer auf. Wir stellten einen Stuhl an einen Tisch und noch einen Stuhl an die andere Seite des Tisches. Aus dem Werkraum wurden Zollstöcke ausgeliehen und dann begann die systematische Auswertung der Steigung.

Mit meiner Erlaubnis und unter dem Hallo der Schülerinnen und Schüler ging Jan über Tisch und Bänke ....

Um die Messdaten zu sammeln und aufzuschreiben hatte sich Felix an die Tafel gestellt. Charlotte wollte immer die Höhe messen. Beim ersten Schritt fingen die Probleme an.

Die Höhe war ja noch ziemlich leicht festzustellen, obwohl die Sitzfläche des Stuhles ein wenig geneigt zu sein schien. Gleichzeitig bewegte sich Jan aber auch nach vorne. Also hatte Johannes, der sehr genau im Fach AWT gearbeitet hatte, die Längen der Vorwärtsbewegung auszumessen. Kein leichtes Unterfangen, denn wo sollte mit der Längenmessung begonnen werden und wo endete die Länge? Mitte des Stuhles? Mitte des Fußes? Fußspitze? Schließlich wurde die Fußspitze gewählt, da so der Ausgangspunkt am Fußboden gut festzustellen war. Während dieses Diskussionsprozesses balancierte Jan - nicht gerade klein - auf dem vom Alter geschwächten Stuhl und musste das Hinaufsteigen mehrfach wiederholen. Der nächste Schritt ging auf den Tisch. Die gleichen Messvorgänge wurden wiederholt. Ein Schritt erfolgte auf dem Tisch. Schnell erkannten alle, dass diese Höhe nicht erneut vermessen werden musste. An der Tafel wurde die gleiche Höhe, aber eine veränderte Länge nach vorne aufgeschrieben. Runter auf den Stuhl. Schon kam der Vorschlag, dass ja wieder nicht gemessen werden musste. Protest von den Zuschauern. Es wäre doch genau zu sehen, dass der zweite Stuhl mindestens 3 cm niedriger sei und etwas weiter entfernt vom Tisch stand. Also erneut ausmessen.
An der Tafel hatte Felix die Daten in eine Tabelle eingetragen, um die Zusammenhänge deutlich zu machen. Es entstanden so schon geordnete Wertepaare.

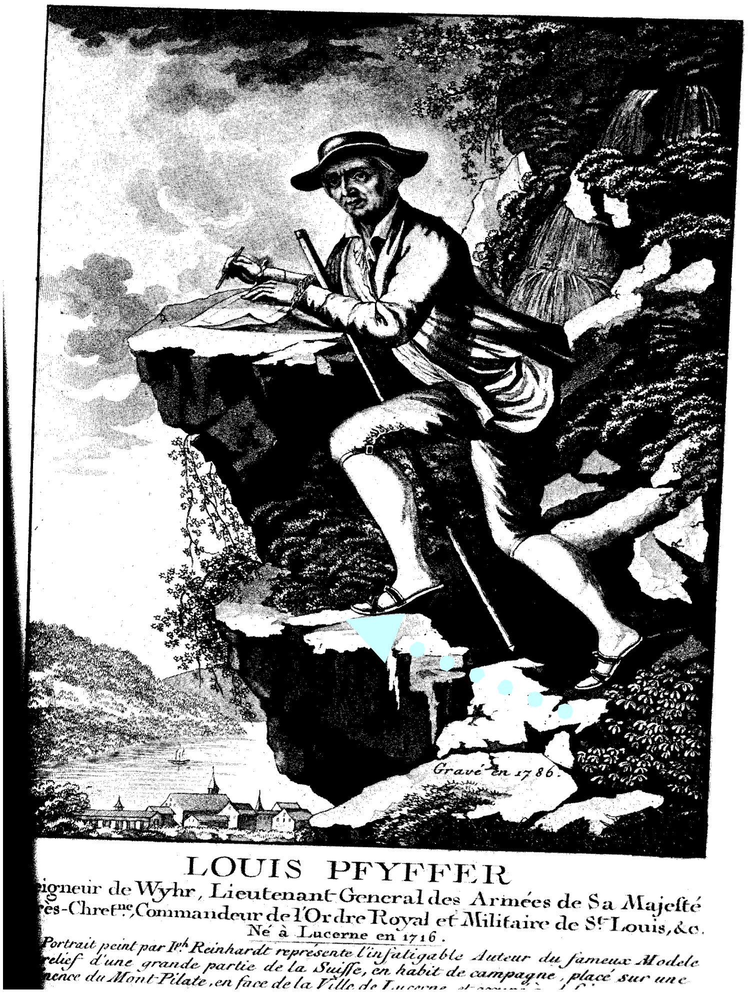
Jetzt mussten die Messpunkte nur noch in ein Koordinatensystem eingetragen werden. Wir entschieden uns, die 'Längenmessung nach vorne' auf der X-Achse einzuzeichnen und die 'Werte der Höhe' auf der Y-Achse abzutragen. Dabei war die Assoziation " Höhe = Verlauf der Y-Achse / Vorwärts = Verlauf der X-Achse" sicher für die Akzeptanz wichtig.
Die Steigung wurde hier also als eine Kombination aus "hoch" und "vorwärts" gesehen. Das Eintragen der Punkte in das Koordinatensystem gelang allen Schülerinnen und Schülern mühelos, da ihnen bewusst war, dass es für jeden Punkt zwei Messwerte, also Wertepaare, geben musste. Natürlich lief dann auch ein Strichmännchen über den Graf....



Nun wurde die Änderungsrate berechnet, die mit einem kleinen ä bezeichnet wurde oder stg - von Steigung. Um die Differenz der f(x)-Werte besser bilden zu können, haben sich manche Schülerinnen und Schüler noch einmal des Bergmodells bedient und die Länge des Schrittes nach vorne und die Länge der Höhe nachgemessen, dann erst im Koordinatensystem abgelesen und erst danach in einem weiteren Schritt den rein kalkülhaften Umgang mit den Angaben zu den Punkten P_2 und P_1 benutzt. Die Formel für das Verhältnis wurde von mir vorgegeben. Dabei kam mir zugute, dass die Bewegung als "Gewinnen an Höhe im Verhältnis zur Vorwärtsbewegung" gedeutet wurde. ("Gewinnen an Höhe" = f(x)-Werte und "Vorwärtsbewegung" = x-Werte)

$$ä = stg = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_2}$$

Nach den Berechnungen und mit Hilfe des Verlaufes des Grafen ließen sich jetzt leicht die positiven Werte als positive Steigung deuten. Es gab eine Steigung, die den Wert Null annahm, hier wurde erkannt, dass der Graf parallel zur X-Achse verläuft (Tisch parallel zum Boden) und die negativen Werte wurden durch den fallenden Grafen als negative Steigung gedeutet.
Erste Anwendung fand diese Möglichkeit der Berechnung nicht etwa in weltbewegenden Problemen, sondern diese Kenntnisse dienten dazu, das bewegte Gefühlsleben einer Comicfigur darzustellen und den Verlauf der Geschichte mit den Änderungsraten



zu dokumentieren. Leider wurde diese Darstellung bei Aufräumarbeiten am Ende der Ferien vernichtet.

Im Verlauf des Unterrichts beschäftigten wir uns dann mit einer zu großen Steigungen wie z.B. vom Boden auf den Tisch, Treppen für Rollstuhlfahrer und bequemen Steigungen von unterschiedlichen Treppen. Diese Steigungen wurden an konkreten Beispielen vermessen und berechnet und die Rollstuhlauffahrt sowohl berechnet als auch in der Praxis von einer gehbehinderten Schülerin getestet.

Als letztes Problem der Steigung erwies sich die Tatsache, dass der Fahrstuhl, der in der Schule eingebaut ist, ja auch eine Steigung haben müsste. Gezeichnet wurde zunächst eine Gerade parallel zur Y-Achse. Vermutet wurde, wenn der Fahrstuhl wie die Gerade immer höher ginge, dann würde die Steigung immer größer und größer, vielleicht sogar unendlich ...

Aber jetzt ginge es ja nur bis in den vierten Stock und man müsste ja auch einen Meter vorwärts gehen, um in den Fahrstuhl hinein zukommen. Steigung berechnen? Kein Problem.

Aber bei einem echten Berg, wie misst man da den Vorwärtsschritt aus?

Selbständiges Lernen mit Langzeitaufgaben

Im Rahmen einer veränderten Unterrichtskultur ist es ein wichtiges Ziel des Mathematikunterrichts, dass die Lernenden zunehmend Verantwortung für die Planung des Lernprozesses übernehmen, dass sie selbst mitgestalten und -entscheiden.
Der/die Lehrende wird dabei mehr zum Lernberater.
Aus der Lernpsychologie wissen wir, dass Lernen ein individueller, aktiver Prozess ist:

- jede/r muss seinen eigenen Lernweg gehen können,
- jede/r bringt unterschiedliche Lernvoraussetzungen, Kenntnisse und Fähigkeiten, Einstellungen und Verhaltensweisen mit, die seinen Lernprozess beeinflussen.

Die unterschiedlichen Lernhandlungen wie Fragen stellen, Entdecken, Erkunden, Kooperieren, Kommunizieren, etc. lassen sich durch Langzeitaufgaben gut realisieren.
Bei der Planung und Durchführung von Langzeitaufgaben sind bestimmte Grundsätze zu beachten:

1) Die Schüler/-innen müssen bestimmte methodische Voraussetzungen für das Gelingen mitbringen:

a) Informationskompetenz:
   – Methoden der Informationsbeschaffung und -erfassung:
     Informationsquellen auswählen; systematisches Lesen; Texte markieren und unterstreichen, Informationen zusammenfassen, Inhalt eines Textes mit eigenen Worten wiedergeben; mit Nachschlagewerken arbeiten, Bibliothek und Internet nutzen; usw.
   – Methoden der Informationsverarbeitung und -aufbereitung:
     Texte verstehen, Fragen stellen, relevante Daten auswählen verarbeiten (überschlagen und ausrechnen) u. aufzeichnen, , Antwortsatz schreiben; Beiträge gestalten; Diagramme u. Tabellen entwerfen; Visualisieren; usw.
   – Methoden der Arbeits-, Zeit- und Lernplanung:
     Arbeitsmaterial vollständig bereithalten, Anlaufschwierigkeiten überwinden; Arbeitseinteilung: Arbeits- und Zeitplan erstellen; Terminplan einhalten; sorgfältig mit der Arbeitszeit umgehen; effektiv, genau und zielstrebig arbeiten;

b) Fachkompetenz
   – gesichtertes fachliches Wissen und Können
   – Beherrschen wichtiger fachspezifischer Methoden
   – Problemlösefähigkeiten; usw.

c) Selbstkompetenz
   – ausdauernd, zuverlässig und sachorientiert arbeiten;
   – selbständig, eigenverantwortlich und konzentriert lernen;

- bei Partnerarbeit: sich kooperativ verhalten;
- Kreativität: eigene Ideen entwickeln und umsetzen

Es ist unbestritten, dass entsprechende Methoden-, Sozial- und Selbstkompetenz und das darauf aufbauende selbständige und eigenverantwortliche Lernen der Schüler/-innen deren Fachkompetenz fördert.

2) Die Lehrkräfte sollten die folgenden Arbeitsschritte planen:

a) Auswahl von Themen

Themen und Materialien für Langzeitaufgaben gibt es in Hülle und Fülle; man braucht allerdings bei der Auswahl als Lehrer auch die nötige Informationskompetenz.

b) Zusammenstellung des Aufgaben- und Materialteils

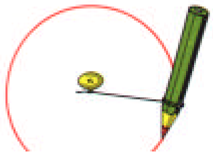
c) Vorüberlegungen:
- welche Voraussetzungen bringt meine Klasse mit;
- welche Methodenkompetenzen werden erwartet;
- welche Hilfestellungen/Hinweise/Tipps werde ich geben; usw.

d) Herangehensweise:
- Hinweise (Erwartungen) für die Schüler/-innen formulieren (Arbeitsform; freier Teil; Zeitumfang; außerschulische Lernorte; Literatur, Bewertung; usw.);

e) Erstellen einer Checkliste:

für die Bearbeitung einer Langzeitaufgabe ist Folgendes zu beachten:
- Deckblatt, Inhalts- u. Literaturverzeichnis, freier Teil, Arbeitsprotokolle, Internet-Recherche, usw.

Beispiel für eine Langzeitaufgabe im 9. Schuljahr:



LZA: Kreise im Sport

In den nächsten 3 Wochen sollst Du in den A- & Ü-Stunden durchgängig an dem Thema „Kreise im Sport“ arbeiten. Dafür musst du dir eine Mappe anlegen.
Du musst in den 3 Wochen insgesamt **mindestens 9 Stunden** für diese Langzeitaufgabe in Deinem Wochenplan einplanen (einschl. der Kunst- A&Ü-Stunde).
Für das ausgewählte Thema musst Du eine Mappe anlegen und ein **Deckblatt** gestalten. Die Kriterien dazu besprechen wir ausführlich im Kunstunterricht. Darüber hinaus muss die Arbeit ein **Inhaltsverzeichnis und ein Literaturverzeichnis** enthalten.
Auf einem Blatt sollst Du alle Begriffe und Formeln zum Thema „Kreise“, die du benutzt hast, übersichtlich darstellen und erläutern (Überschrift: Begriffe und Formeln zum Thema „Kreise“).
Neben den Pflichtaufgaben (im Buch: Schnittpunkte Bd. 9; Klett-Verlag, S. 133; sowie das AB „Sport und Mathe“) soll die Arbeit einen **freien Teil** enthalten, der sich mit Kreisen in einer von dir selbst ausgewählten Sportart beschäftigt.
Hier kannst Du eigene Ideen zum Thema „Kreise im Sport“ umsetzen, Zeichnungen anfertigen, Berechnungen durchführen, Tabellen und Diagramme erstellen; etc.
Material dazu findest du z. B. in der Bibliothek, im Internet und in der Materialmappe im Mathe-Regal.
Am Ende jeder Stunde/Doppelstunde musst Du immer ein kurzes Arbeitsprotokoll schreiben; es gehört mit zu Deiner Arbeit und muss mit abgegeben werden.
Wenigstens zweimal musst Du auch die Mittagsfreizeit benutzen, um in der Bibliothek, im Internet oder anderswo Materialien zu besorgen; auch darüber musst Du Protokoll führen.
Jeden Mittwoch stehe ich in der A/Ü-Zeit für Fragen/Beratung zur Verfügung.
Damit Du schnell in das Thema hinein findest, solltest Du zuerst die Aufgaben aus dem Buch bearbeiten.
Die äußere Form (Rechtschreibung, Sauberkeit, Gestaltung, etc.) ist auch wichtig.
Die Langzeitaufgabe wird benotet und wie eine Klassenarbeit gewertet. Darüber hinaus kannst Du deine Arbeit auch vor der Klasse vorstellen (mündliche Mitarbeit).

Rainer Böhm

Buchbesprechung

Dieter Jörgensen, Der Rechenmeister, Roman, Aufbau Taschenbuch Verlag, Berlin 1999, 400 Seiten, ISBN 3-7466-1704-9, € 9,50

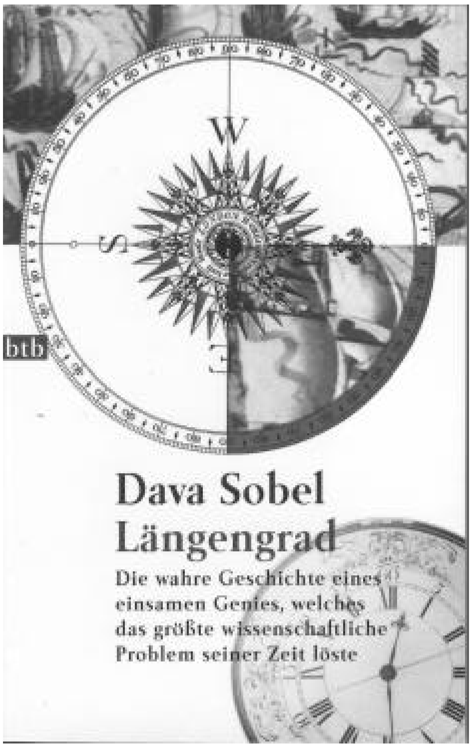
Jörgensen schildert in seinem historisierenden Roman den Aufstieg, den Ruhm und den Fall des Nicolo Tartaglia (des Stammlers) in der ersten Hälfte des 16. Jh. Der Titel erscheint mir nicht günstig. Tartaglia lebt in einer Umbruchzeit. Durch den aufkommenden Buchdruck beginnt ein neues Informationszeitalter. Gleichzeitig ist diese Zeit der Renaissance durch einen ungeheuren ökonomischen Schub gekennzeichnet, der neuen Spezialisten hervorbringt - ähnlich den Computerfachleuten in den 80er Jahren. Und so einer ist er. Er rechnet den Kaufleuten in Venedig aus, welches günstige Zinsbedingungen sind. Aber er lehrt auch - den Euklid. Die Lehrveranstaltungen des Stotterers finden in einem gemieteten Kirchenraum statt (ebenfalls ein Zeichen neuer Ökonomie). Jörgensen lässt Tartaglia anschauliche Hilfsmittel in seinen Vorlesungen einsetzen. Maßstab für die Güte eines Rechenmeisters ist die Anzahl von Aufgabentypen, die dieser berechnen kann. Ein mathematischer Wettkampf zu damaliger Zeit hatte etwas sehr Brachiales. Im Gegensatz zu einem Preisausschreiben-Wettkampf von heute mit vielen Teilnehmerinnen und -nehmern war das ein Zweikampf, bei dem der Besiegte mit Schimpf und Schande den Ort verlassen musste. Zunächst aber musste er ein Festgelage veranstalten und vor allem zahlen musste, zu dem der Sieger die Zahl von Gästen einlud, die sich aus der Differenz der gelösten Aufgaben ergab.

In so einen Zweikampf wird Tartaglia hineingezogen von einem Fior, der ihm 30 unlösbare kubische Gleichungsaufgaben vorgibt. Tartaglia gelingt es, die Gleichungen dritten Grades zu lösen. Das hatte sein großer Lehrmeister, dessen *"Summa"* Tartaglia immer durch die Gegend resp. durch den Roman schleppt, noch für unmöglich ("imposible") gehalten.

Cardano jagt Tartaglia dieses Geheimnis ab und veröffentlicht es. Tartaglia wird nun zur tragischen Figur. Er kämpft den Rest des Buches um sein Recht, aber der sozial höhergestellte Cardano lässt ihn nur gegen seinen Schüler Ferrari anstürmen und zieht sich darauf zurück, dass offensichtlich Scipione del Ferro bereits Jahre zuvor die Lösung gehabt habe, die er dem Fior vermacht habe.

Ein rechter Roman wäre es nicht ohne Liebesgeschichte. Aber was nun aus der Beziehung Sarah - Tartaglia wird, erfährt man leider nicht. Wie im wahren Leben des Nicolo Tartaglia gibt es auch hier kein Happyend.
Dem Autor Dieter Jörgensen (1936 geboren) kommt es zu gute, ein Ingenieurstudium absolviert zu haben, dadurch findet die mathematische Seite eine angemessene Darstellung beim stochastischen Glücksspielproblem, bei der Eigenständigkeitsfrage des Parallelenaxioms Euklids oder bei der Lösung der kubischen Gleichung durch ein räumliches Gnomon.
Der Spaß beim sich Hineinlesen in die Epoche überwiegt den mathematischen Teil. Eben aus diesem Grund halte ich den Buchtitel nicht für so glücklich.

Dava Sobel, Längengrad, Die wahre Geschichte eines einsamen Genies, welches das größte wissenschaftliche Problem seiner Zeit löste, btb, Berlin 1998, 239 Seiten, ISBN 3-442-72318-3, € 7,50



Im 18. Jh. gelingt es dem schottischen Uhrmacher John Harrison, die Schifffahrt durch die Lösung des sog. Längengrad-Problems voranzubringen. Durch Harrisons Erfindung war es überhaupt möglich, den Längengrad zu bestimmen. Mangels einer brauchbaren Methode zur Bestimmung der Länge waren im Zeitalter der Entdeckungen selbst die größten Kapitäne auf hoher See (sprich: ohne Sichtkontakt zum Festland) orientierungslos, auch wenn ihnen beste Karten und Kompasse zur Verfügung standen. Das britische Parlament hatte 1714 die Belohnung von 20000 Pfund für die Lösung ausgeschrieben und zahlreiche Wissenschaftler, aber auch Scharlatane suchten eine Lösung des Problems zu finden. Die meisten schauten dabei auf die Sterne. Harrison suchte die Lösung in einem exakt gehenden Chronometer. Nach vierzigjähriger Arbeit bekam er den verdienten Preis für sein Lebenswerk zugesprochen.

Dava Sobel hat sich als Wissenschaftsjournalistin einen Namen gemacht. Sie arbeitet vorwiegend für die *New York Times* und das Magazin *Life*.

Wilfried Jannack

".... lernte ich von Grammatik, Dialektik und Rhetorik soviel, als man eben in diesem Alter vermag, oder vielmehr soviel, als in den Schulen gelernt zu werden pflegt, und wie wenig das ist, mein lieber Leser, weißt du."

Francesco Petrarca (1304 - 1374): Brief an die Nachwelt