MUEDRundbrief Nr. 136

Thema 'Mathematik zum Anfassen'

Handlungsorientierung

Lernen mit Kopf, Herz und Hand

Lernlandkarten

Lernwerkstatt

Konstruktion von Wissen

Phänomenale Mathe-Magie

Nr. 6 / 2000

Inhaltsverzeichnis

Impressum

Der MUED-Rundbrief erscheint sechsmal im Jahr mit einer Auflage von 900

MUED e.V. Bahnhofstr. 72, 48301 Appelhülsen
Tel: 02509 - 606, Fax: 02509 - 996516
Email: mued.ev@t-online.de – http://www.mued.de/

Redaktion dieses Rundbriefes:
Wilfried Jannack, Kollenrodtstr. 10 A, 30163 Hannover
Email: wilfriedjannack@lycos.de

Redaktionsschluss des nächsten Rundbriefes:1.1.2000

Redaktion des nächsten Rundbriefes:
Petra Groß, Im Hanewinkel 10, 58135 Hagen

Einleitung

Na gut, auf das ”Standpunkt-Papier zur Qualitätsentwicklung” in MUED-RB 134/2000 S. 3 ff gab es keine Reaktion. So ganz allgemein kann man den Thesen über einen erweiterten Lernbegriff wohl zustimmen. Vielleicht muss noch eine Schippe draufgelegt werden, um zu zeigen, wie MUED-relevant das Thema ist.

These: Die schönsten MUED-Materialien verändern nicht die vorherrschende Unterrichtskultur. Damit sich im MU aber tatsächlich etwas ändert, sind nicht die Materialien das Entscheidende.

Welche Anforderungen erwachsen daraus? Es muss viel stärker **das Lernen an sich** im Vordergrund stehen. Nicht aus der Sicht des Systems Unterricht. Sondern aus der Sicht der einzelnen Lernenden und des einzelnen Lernenden. Wie lernt man mathematische Begriffe kennen? Welche eigenaktiven Aneignungsteile hat der konkrete Unterricht? Welche Handlungsmöglichkeiten bietet der Unterricht?

In diesem Heft soll es nun vordringlich um Handlungsorientierung gehen, um interaktive Mathematik, um Mathe zum Begreifen und / oder zum Anfassen, um Mathe-Ausstellungen und -Museen, um mathematische Lernwerkstätten. Gogos, Handlungsorientierung, Geo-Bretter und Lösungen, die auf der Sommertagung 2000 in der AG erarbeitet wurden, die Pythagoras-Ausstellung, Falten und Faltprobleme (demnächst ist ja wieder - niemand dachte zeitig daran - Weihnachten). "Eine Langzeitaufgabe für Lehrer”, die "Konstruktion von Wissen" und Lernlandkarten tauchen in diesem Heft als Themen auf.

Als Autoren habe ich MUED-Mitglieder gewinnen können, die 1997 bis 2000 die fünfteilige Fortbildungsreihe "Neue Wege im MU der Gesamtschulen in Niedersachsen” durchgeführt haben und in der Rahmenrichtlinien-Kommission zusammenarbeiten. Die Texte kommen also aus einem Arbeitskontext und der heißt "Handlungsorientierung”.

Vielen Dank Rainer Böhm, Andreas Koepsell und Wiltraud Schillig für ihre Mitarbeitsbereitschaft.

Wilfried Jannack

It's GOGO Time

Wiltraud Schillig

Klack –klack-klackklackklack,--klack!
Oh, nein! Nicht schon wieder diese Dinger!
Die Idee die Gogos in den Mathematikunterricht einzuplanen, kam aus dem ständigen Kampf, die Spiele unterbrechen zu müssen, um den Unterricht einigermaßen pünktlich anfangen zu können. Die Kinder spielten damals unendlich viel mit diesen Figuren, diese Figuren waren teuer in der Anschaffung und mich wunderte es, dass sie so viel "Geld" verspielen konnten.

Deshalb begann ich den Unterricht mit der Frage:
Gibt es eine besonders "gute" Gogofigur? "Mal sehen!"
lautete die Antwort.

Und so begann die kleine Unterrichtssequenz, bei der wir in dieser 6. Klasse einige Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung klären und noch einmal die Bruchzahlen unter anderem Aspekt betrachten konnten.

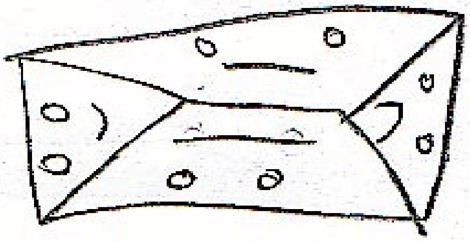
Zunächst wurden die Versuchsbedingungen ausgehandelt.

Die Schülerinnen und Schüler entwarfen verschiedene Pläne, um die Ergebnisse der Würfe zu beschreiben. Die Figur, die geprüft werden sollte, musste gezeichnet und mit einem Namen versehen sein. Dann trugen sie die Ereignisse in Tabellen ein. Danach wurde die absolute Häufigkeit der verschiedenen Ereignisse festgehalten und verglichen.
Zu diesem Zeitpunkt wurden Proteste laut. Einige Lernende bemängelten die Ergebnisse, denn die Aussagen über die Figuren wären nicht vergleichbar, wenn manche nur sehr wenige Würfe und nicht die gleiche Anzahl von Würfen wie sie durchgeführt hätten.
Also wurde die relative Häufigkeit als Bruchzahl festgehalten, auf Hundertstel erweitert und die Ergebnisse auf diese Art und Weise als "Prozente" miteinander verglichen. Diesen Aspekt der Bruchzahl hatte ich in meinem vorhergehenden Unterricht nicht so einsichtig erarbeiten können. Für die weiteren "Versuche" wählten die Schülerinnen und Schüler eine Anzahl von Würfen aus, die sich leicht auf Hundertstel erweitern ließ.
Nachdem die Auswertung stattgefunden hatte, wurden Vermutungen angestellt und verglichen, wie die Ergebnisse dieser unregelmäßig geformten Figur zustande kommen konnten und welche Voraussagen man über die Ergebnisse der Würfe machen könnte. Ein Zusammenhang zwischen vermuteten Schwerpunkt der Figur, Größe der Flächen wurde erkannt. Zum Schluss behandelten wir die Frage:

Wie sieht die ideale Gewinner-Gogo-Figur aus?

Manche Schülerinnen und Schüler meinten z. B. diese Figur müsse regelmäßige Flächen haben und wie ein normaler Würfel geformt sein oder gezinkt. Bei dem normalen Würfeln hätten alle Ereignisse die gleiche Chance einzutreten; die Zahl für jedes Ereignis wäre dann ein Sechstel. Noch bessere Ergebnisse würde allerdings eine gezinkte Figur erzielen. Ein Schüler schlug vor, die Kopffläche zu verbreitern, anzubohren und noch mit Blei zu füllen, so dass dieses Ergebnis- Kopfstand-, das 10 Punkte einbringt, häufiger eintritt als alle anderen.

Ein weiteres Beispiel:

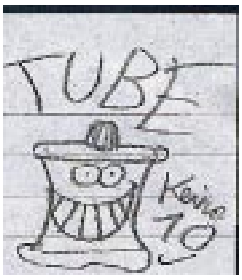


Dieser Gogo sagt dir wie dein Tag heute wird. Außerdem kann man damit keine andere Zahl als 10 würfeln da es nur Kopf gibt.

PS: Es glitzert auch noch ✓

Wir haben dann im Eifer des Gefechtes vergessen die Punktzahlen zu berechnen, um eine Siegerin oder einen Sieger zu ermitteln, denn jede Lage des GOGOs ist einer bestimmten Punktzahl zugeordnet
Folgende Erfahrungen haben die Schülerinnen und Schüler, mit eigenen Worten, in etwa so beschrieben:

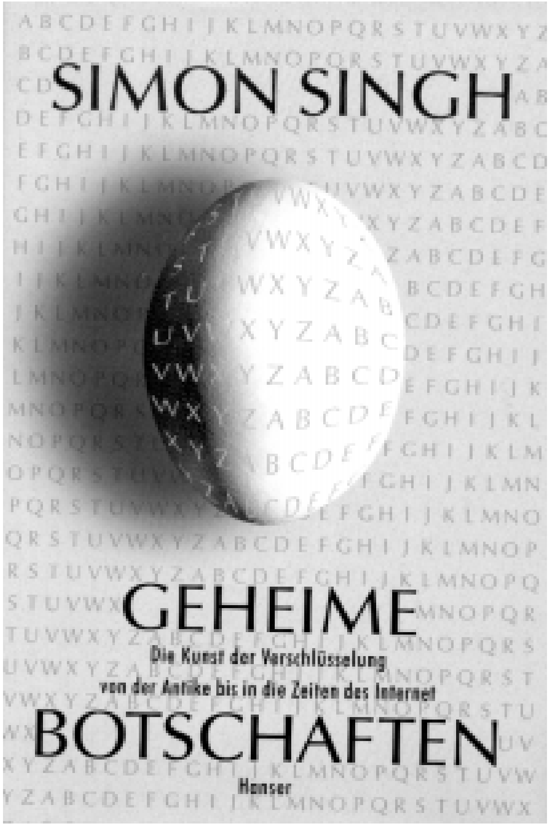
- wir können das Ergebnis des nächsten Wurfes nicht voraussagen,
- irgendeines der möglichen Ereignisse wird mit Sicherheit eintreten,
- wir können bessere Aussagen über die Figur machen, wenn wir möglichst oft geworfen haben,
- ein Wurf reicht nicht, um eine Aussage über die Figur machen zu können...,
- wir müssen die Untersuchungsbedingungen kennen, sonst kann man die bekannt gegebenen Ergebnisse nicht beurteilen. Das Verhältnis ist wichtig: wie oft ist was bei welcher Anzahl von Würfen eingetreten ...,
- es gibt sichere Aussagen, wenn z. B. eine Figur eine bestimmte Kopfform hat, dann ist das Ereignis "Kopfstand = 10 Punkte" ausgeschlossen.



Uns haben diese Stunden sehr viel Spaß gemacht. Leider scheint das Gogo-Figuren-Fieber fast vorbei zu sein. Wir sollten uns jetzt vielleicht um die Pokémon-Karten kümmern...

Simon Singh – Geheime Botschaften

Buchbesprechung Andreas Koepsell



Simon Singh wird den meisten als Autor bereits bekannt sein. Sein Buch "Fermats letzter Satz" ist 1998 /99 ein großer Erfolg gewesen. In seinem neuen Buch "Geheime Botschaften" beschäftigt er sich mit der Kryptologie und der Kryptoanalyse.

Das Buch zeichnet die historische Entwicklung dieser mathematischen Wissenschaften auf und erläutert ihre Bedeutung in der Welt des Internets. Dabei ist die Auseinandersetzung um die Verschlüsselung privater elektronischer Nachrichten in den USA und Europa, die Entwicklung von PGP (Pretty Good Privacy) und die Rolle von Phil Zimmermann eindrucksvoll und von tagespolitischer Bedeutung.

Die teilweise zu umfassende Darstellung mancher Teilthemen wird man durch den insgesamt fesselnden und gut gelungenen Gesamtüberblick über die Verschlüsselungstechniken vergessen.

Schreibe eine Geschichte zu der Formel

$G = 2x + 2(x + y) + y$

Lösung von Ronja Berendsohn /Hannover (1998):

Pferde sollen zur Weide gebracht werden. 2 Reiter nehmen 2 Pferde zum Reiten. 2 Reiter, die gut reiten können, reiten jeweils auf einem Pferd und nehmen zusätzlich jeder ein Handpferd mit. Und ein Mensch, der nicht reiten kann, nimmt nur ein Handpferd. Also werden 2 Reitpferde alleine, 2 Reitpferde mit Handpferden neben sich und ein Handpferd alleine zur Weide gebracht. Handpferde sind Pferde, die (mit der Hand) geführt werden.

Mathematik-Lernwerkstatt

Rainer Böhm

Die Mathematik-Lernwerkstatt (Internet: http.//www.igs.goe.ni.schule.de/ projekte/lwstatt) wurde 1995 als Beitrag des Fachbereichs Mathematik zum zwanzigjährigen Bestehen der G.-Ch.-Lichtenberg-Gesamtschule in Göttingen gegründet.

In den folgenden Jahren wurde das Konzept weiter entwickelt; Ideengeber und Vorbilder waren dabei u.a. das Technorama in Winterthur, das Mathematikmuseum der Uni Gießen, das Exploratorium in San Francisco; die pädagogische Konzeption der Montessori-Kollektion, der handlungsorientierte Ansatz der MUED für den Mathematikunterricht und die Ideen der Naef-Künstler und -Designer.

Die Lernwerkstatt-Arbeit orientiert sich heute an den Aspekten **Kreativität**, **Funktionalität** und **Ästhetik**. Die Materialien und Produkte der Lernwerkstatt sollen faszinieren, inspirieren und begeistern. Deswegen spielt die Qualität des Materials, das Farbkonzept und die Funktionalität eine wichtige Rolle.

Die Ausstattung der Mathematik-Lernwerkstatt mit verschiedensten, konkreten Lern- und Arbeitsmaterialien bietet Anregung für vielfältige, unterschiedliche Lernaktivitäten und fördert somit:

- das räumliche Vorstellungsvermögen,
- die Selbsttätigkeit der SchülerInnen,
- die Entwicklung dreidimensionaler Vorstellungskraft,
- das selbständige, kreative Bauen und Konstruieren,
- das Kombinationsvermögen,
- das Ausprobieren,
- das erfahrungsbezogene, handelnde Lernen,
- das Begreifen von Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten,
- die Phantasie und Kreativität.

Die Lernwerkstatt ermöglicht andere Zugänge zum Lernen und wird somit den unterschiedlichen Lerntypen besser gerecht:

das Experimentieren, das Herstellen, das Probieren, das praktische Tun allgemein ermöglicht Erfahrungen, die für das Lernen von großer Bedeutung sind, und die eine wichtige Ergänzung zum Buch- und Stofflernen darstellen.

Dabei werden die Prinzipien der humanistischen Psychologie aufgegriffen: die ausschließliche Betonung der kognitiven Förderung wird erweitert und ergänzt um andere wichtige Lernzielbereiche: Lernen mit "Kopf, Herz und Hand" oder "learning by doing" fördert die Gesamtpersönlichkeit der SchülerInnen. Wer selbst handelnd tätig geworden ist, der behält am meisten.

Die Lernwerkstatt ist somit auch Unterrichtsprinzip; sie ist nicht nur der Ort, wo Freiarbeit, Projekte oder Phasen des Fachunterrichts stattfinden können, sondern auch der Ort für die Entwicklung und Weitergabe didaktischer Innovationen und unterrichtspraktischer Impulse.

Die Erfahrungen mit dem Aufbau der Lernwerkstatt haben gezeigt, dass das praktische Tun bei einigen Schülern neue Motivationen zum Lernen schafft.

Die Praxis der Lernwerkstatt hat darüber hinaus bestätigt, dass diese Form des Lernens von einigen SchülerInnen im Unterricht vermisst wird. Sie ist eine Bereicherung des schulischen Lernens und bedeutet damit eine verbesserte Qualität der Schule insgesamt.
In der Mathematik-Lernwerkstatt soll eine schöpferische Atmosphäre herrschen, die zu kreativem Arbeiten anregt. Phantasie, künstlerischer Umgang mit verschiedenen Materialien, handwerkliches Geschick und kreative Ideen gehören mit zum handlungsorientierten Mathematik-Werkstattunterricht; sie unterstützen das Verständnis mathematischer Begriffe, Regeln und Verfahren und das mathematische Lernen allgemein.
Zur Zeit beteiligt sich die Lernwerkstatt gemeinsam mit 35 Partnern aus der Wissenschaft und der Industrie an dem registrierten weltweiten EXPO-Projekt "Wissenschaft und Technik zum Anfassen" in der Lokhalle in Göttingen. Wir sind in der Themeninsel "Wieso, warum, weshalb?" – zusammen mit dem Mathematik-Museum Gießen und der Phänomenta Flensburg - zu finden. Die Ausstellung in diesem Bereich richtet sich hauptsächlich an Kinder, Schüler/innen und Jugendliche. Hier werden "zielgruppengerechte Exponate" zum Experimentieren, Anfassen, Entdecken, Nachdenken und Verstehen für den mathematischen und naturwissenschaftlichen Bereich angeboten.
Die Mathematik-Lernwerkstatt zeigt eine ständige Ausstellung über ihre Arbeit und bietet thematische Workshops und offene Angebote u.a. zu folgenden Themen an:

- Soma-Würfel und andere Polyominos
- Pyramiden-Puzzles
- Spiel mit Formen u. Farben in der Ebene (Mosaike, Penrose-Parkettierung, Parkettierung mit Quadraten, optische Täuschungen, etc.)
- Spiel mit Formen u. Farben im Raum (Modelle aus der Naef-Kollektion)
- Platonische Körper (Zometool-Konstruktionen; Frameworks u. Polydron)
- Mathematik und Kunst (L’Art en Jeu: Couleurs Triangles; u.a.)

Dieses Projekt läuft noch bis zum 04. November 2000.

📖 Lit.: R. Böhm: Die Mathematik-Lernwerkstatt – ein Ort innerer Schulreform; in: Päd Forum, H. 3 /1998, S. 258 f. 📪 rboehm@igs.goe.ni.schule.de

Thema: Konstruktion von Wissen

Wilfried Jannack

Einleitung

Ist die Schule in der Lage, ihre Absolventen hinreichend für die künftigen Herausforderungen auszubilden?

Diese Frage wird mit zunehmender Heftigkeit gestellt und mit wachsender Kritik an der gängigen Schulpraxis beantwortet. Kritisiert wird vor allem die Art, in der der Wissenserwerb in der Schule gefördert wird.

"Träges Wissen" (= inert knowledge) ist die Folge: Wissen, das nicht zur Anwendung kommt, das in bestehendes Vorwissen nicht integriert wird und zu wenig vernetzt und damit zusammenhanglos ist. Als Ursache dieser für das Lehren und Lernen zentralen Probleme identifizieren fast alle Kritiker die fehlende Einbettung des Lernens in authentische Kontexte. Sie betonen die Notwendigkeit, den Erwerb von Wissen in dem Kontext zu verankern, der ihm seine Bedeutung verleiht. Gefördert werden soll aktives und selbstreguliertes Lernen in authentischen Kontexten.

Lernparadigmen

Kategorie	Behaviorismus	Kognitivismus	Konstruktivismus
Hirn ist	passiver Behälter	informationsverarbeitendes "Gerät"	informationell geschlossenes System
Wissen wird	abgelagert	verarbeitet	konstruiert
Wissen ist	eine korrekte In-Outputrelation	ein adäquater interner Verarbeitungsprozess	mit einer Situation operieren zu können
Lernziele	richtige Antworten	richtige Methoden zur Antwortfindung	komplexe Situationen bewältigen
Paradigma	Stimulus-Response	Problemlösung	Konstruktion
Strategie	lehren	beobachten und helfen	kooperieren
Lehrer ist	Autorität	Tutor	Coach,(Spieler) Trainer, Moderator
Feedback	extern vorgegeben	extern modelliert	intern modelliert

Abb. 1 Lernparadigmen

Diese Empfehlungen deuten eine "veränderte Sichtweise der Unterrichtsphilosophie" an. Diese veränderte Sichtweise beschränkt sich nicht darauf,

- wie Lernumgebungen "effektiver" zu gestalten sind (siehe Abb. 2), sondern sie betrifft auch und im besonderen Pädagogik und Psychologie des Wissenserwerbs[1].

[1] Dass wir von der MUED aus einen Schwerpunkt auf den Wissenserwerb legen, ist erst in den letzten Jahren mehr der Fall geworden. Die Ideen dazu sind auch mehr unsystematisch und zufällig. Wenn von einer neuen oder einer veränderten Unterrichtskultur die Rede ist, so geht es genau um den Paradigmenwechsel des Lernens. In unserer Stellungnahme haben wir diese veränderte Unterrichtskultur in den Vordergrund gestellt.

In den Mittelpunkt rücken

- die "Wissenskonstruktion" des Lernenden sowie
- die Verbindung von Wissenserwerb und Wissensanwendung.

Konstruktivistische Ansätze in der (Pädagogischen) Psychologie und Empirischen Pädagogik

Diese Ansätze, wenn auch gerade erst im Entstehen begriffen, thematisieren eine veränderte Sichtweise von Unterricht, insbesondere bezogen auf die Pädagogik und Psychologie des Wissenserwerbs, in deren Mittelpunkt zum einen der Lernende und seine je individuelle Wissenskonstruktion rückt, zum anderen die Verbindung von Wissenserwerb und -anwendung.

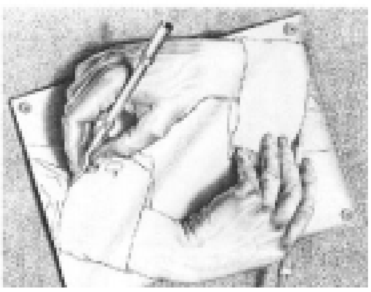
<u>Basisannahmen konstruktivistischer Lernumgebungen</u>:

- Wissen ist unabgeschlossen.
- Wissen wird individuell und in sozialen Bezügen konstruiert.
- Lernen ist ein aktiver Prozess.
- Lernen erfolgt in vieldimensionalen Bezügen.
- Unterrichtsgestaltung ist vordringlich eine Frage der Konstruktion.
- Lernende erfahren so wenig Außensteuerung wie möglich.
- Lehrende fungieren als Berater/Mitgestalter von Lernprozessen.
- Unterrichtsergebnisse sind nicht vorhersagbar.

Abb. 2: Primat der Konstruktion (nach: MANDL & REINMANN-ROTHMEIER 1995, S. 48)

Grundpositionen konstruktivistischen Lernens

Abb. 3 Wie wirklich ist die Wirklichkeit?



- **Konstruktion** als Basis pädagogischer Handlungsmuster

*"Wir sind die **Erfinder** unserer Wirklichkeit"* (REICH 1996)

Entscheidend für den konstruktiven Prozess des Wissenserwerbs sind bereits bestehende Wissensstrukturen; der Lernende konstruiert sein Wissen, indem er die Erfahrungen in Abhängigkeit von diesem Vorwissen und auf Grundlage bestehender Überzeugungen interpretiert.

- **Rekonstruktion** als Übernahme bereits vorhandener Konstruktionen

*"Wir sind die **Entdecker** unserer Wirklichkeit"* (REICH 1996)

Die dingliche und soziale Welt ist bereits vorab durch andere in vielfältiger Weise konstruiert worden, nicht alles muss neu und eigenständig konstruiert werden; dieses gilt es nachzuentdecken.

- **Dekonstruktion** als Möglichkeit kritischer Neuordnung

"Wir sind die ***Enttarner*** *unserer Wirklichkeit"* (REICH 1996)
Der potentiellen Gefahr, dass eine unreflektierte Konstruktion bzw. unkritische Übernahme vorhandener Konstruktionen stattfindet, wird durch die Möglichkeit bzw. Notwendigkeit des Zweifels, der Frage nach Ergänzungen, nach anderen Blickwinkeln, durch Wechsel des (auch intellektuellen) Standpunktes begegnet.

Balanceakt zwischen Instruktion und Konstruktion
"Konstruktion und Instruktion lassen sich nicht nach einem Alles-oder-Nichts-Prinzip realisieren.
Lernen erfordert zum einen immer Motivation, Interesse und Aktivität seitens des Lernenden: Jeder Lernprozess ist also konstruktiv, und es muss oberstes Ziel des Unterrichts sein, den Lernenden Konstruktionen zu ermöglichen und diese anzuregen.
Lernen erfordert zum anderen aber auch Orientierung, Anleitung und Hilfe: Jeder Lernprozess ist also interaktiv, und es ist eine weitere zentrale Aufgabe des Unterrichts, Lernende unterstützend zu begleiten und ihnen hilfreiche Instruktionen anzubieten" (MANDL & REINMANN-ROTHMEIER 1995, S 53).

MANDL u.a. sehen eine Verständigungsmöglichkeit und gleichzeitige Neuorientierung, indem man Lernprozess und Wissenserwerb thematisiert als:

- **aktiver** Prozess

Effizientes Lernen ist auf intrinsische Motivation, Interesse und die aktive Auseinandersetzung mit den Lerngegenständen angewiesen; eine bloß rezeptive Haltung des Lernenden führt zu dem beklagten "trägen Wissen".

- **selbstgesteuerter** Prozess

Der Lernprozess wird in hohem Maße vom Lernenden in Bezug auf Auswahl der Lerngegenstände, die Lernzeit und den methodischen Zugang selbst reguliert; ein Mindestmaß an Fremdsteuerung durch den Lehrer gewährleistet die Initiierung und die Kontinuität des Lernprozesses.

- **konstruktiver** Prozess

Die konstruktivistische Perspektive des Wissenserwerbs betrachtet den Lernprozess als den je individuellen Aufbau von vielfältigen Bezügen, die in ihrer Vernetzung das Insgesamt der Wissensstrukturen ergeben, die wiederum in verschiedenen Situationen, Zusammenhängen, sozialen Kontexten Verwendung finden. Dies lässt eine weitgehend individuelle Interpretation der Wirklichkeit zu, erlaubt unterschiedliche Sichtweisen ein und derselben Wirklichkeit aufgrund unterschiedlichen Vorwissens, diverser Neigungen, divergierender Interessenlage etc.

- **situativer** Prozess

Kenntnisse und Fertigkeiten sollten nach Möglichkeit in Situationen erworben werden, die zumindest strukturell sehr ähnlich dem Anwendungszusammenhang entsprechen, für den eben diese Kenntnisse und Fertigkeiten relevant sein sollen. Das Ausblenden der außerschulischen 'Realität' aus dem Schulalltag ist völlig ungeeignet, anwendbares Wissen zu erwerben.

- **sozialer** Prozess

Die Konstruktion und Interpretation von Weltbildern ist vom Ausgangspunkt her zwar eine rein individuelle Geistestätigkeit; soziale Prozesse sind notwendigerweise bestimmend. Der Lernende erwirbt von und in Gemeinschaft mit anderen Wissen, Fertigkeiten, aber auch Einstellungen, konstruiert interpersonale Beziehungen, entwickelt soziale Kompetenzen.

Folgende Bedingungen sind wichtig

Eine Lernumgebung muss dem Lernenden tatsächlich bestehende Freiheitsgrade bieten. Neue Inhalte dürfen nicht als fertiges System / als abgeschlossene Erkenntnisse präsentiert werden. Die Lernenden müssen vielmehr die reale Möglichkeit haben, eigene Wissenskonstruktionen und Interpretationen vorzunehmen sowie eigene Erfahrungen zu machen.

Lernende müssen die bestehenden Freiheitsgrade auch erkennen. Eine Lernumgebung, die zwar aus der Sicht ihres Gestalters Freiheitsgrade zur Wissenskonstruktion bietet, die aber aus der Sicht der Lernenden nicht erkennbar sind, kann nicht als konstruktivistisch bezeichnet werden. Für das Lernen im konstruktivistischen Sinne ist lediglich die subjektiv wahrgenommene Situation und damit auch nur der subjektiv wahrgenommene Handlungsspielraum relevant.

Erst wenn der tatsächlich vorhandene und subjektiv wahrgenommene Handlungsspielraum vom Lernenden auch genutzt wird, ist die Lernumgebung in dem Sinne konstruktivistisch als sie den Prozess der Konstruktion neuen Wissens ermöglicht und fördert.

Dieser Text wurde aus einer Reihe von Texten zum Konstruktivismus (z.T. aus dem Internet) zusammengestellt. Wesentlich war der Text "Lernen als "konstruktiver" Prozess: Trugbild oder Wirklichkeit?" von Werner Brandl.

Eine Langzeitaufgabe für Lehrer

Andreas Koepsell

Es gibt viele Gründe den Schülerinnen und Schülern der Sek I eine Langzeitaufgabe zu stellen. Diese sollen an dieser Stelle nicht referiert werden. Als wesentlich empfinde ich die Tatsache, dass Schülerinnen und Schüler in dieser Unterrichtssituation die Möglichkeit bekommen, ihr Wissen eigenständig zu arrangieren und zu erweitern. Sie empfinden nach "erfolgreicher" Bearbeitung der Aufgabe Stolz und Zuversicht in ihre Fähigkeiten. Lernen ist in dieser Unterrichtssituation ein konstruktiver Prozess, der vom Schüler / Schülerin ausgeht und von ihm / ihr gestaltet wird.

Hierin liegt auch eine Gefahr: Die Gefahr des Scheiterns. Die SchülerInnen müssen Schwierigkeiten überwinden und können an ihnen auch scheitern. Die Kunst, diese Schwierigkeiten richtig einzuschätzen und Hilfen so zu geben, dass die Lösung noch eine Schülerlösung ist, muss vom Lehrer gelernt werden.

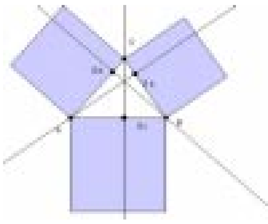
LehrerInnen sind Fachleute des Lernens (oder sollten es sein - oder meinen es zu sein - ...). Den Prozess des Lernens, die Freude am Erfolg nach der Bewältigung einer mathematischen Aufgabe und das Spüren der Herausforderung, die eine Aufgabe uns stellen kann, erleben LehrerInnen meist nicht mehr. Alles ist bekannt, geläufig und einfach.

Dies kann man in Lehrerfortbildungen immer wieder erfahren. Wenn man durch eine geeignete Themenwahl aus dem bekannten Curriculum ausbricht und ein neues Thema den Fortzubildenden so darbietet, dass noch eine eigene Bearbeitung notwendig ist, so besteht nachher die einheitliche Meinung, dies sei für Schüler viel zu schwer. SchülerInnen werden ständig vor solche Situationen gestellt und oft bewältigen sie diese auch.

Um Lehrern und Lehrerinnen die Möglichkeit zu geben, die Freude am mathematischen Experimentieren wieder zu entdecken, haben wir in einer NLI-Fortbildung eine Langzeitaufgabe für Lehrer / Lehrerinnen gestellt.

Eine Verallgemeinerung des Satzes des Pythagoras

Zeichne ein Dreieck, dessen drei Winkel zunächst alle kleiner als 90° sind. Konstruiere zu jeder Seite ein außenliegendes Seitenquadrat. Zeichne alle drei Höhen des Dreiecks ein und verlängere sie so, dass sie die Quadrate aufteilen. Welchen Vermutung drängt sich auf?



Hinweis: Man kann diese Figur besonders gut mit einem dynamischen Geometrie-Programm (Euklid) konstruieren und seine Vermutung bestätigen lassen.

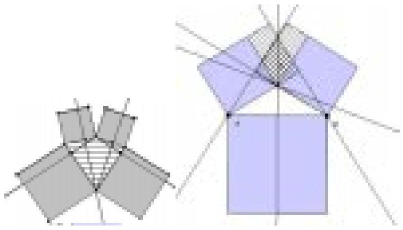
<u>Vermutung</u>: Zwei in einer Dreiecks Ecke benachbarten Rechtecke, die durch die Zerteilung der Quadrate durch die Dreiecks Höhen entstehen sind jeweils gleich groß.
Dass diese Vermutung nicht ganz abwegig sein kann, erfährt man, wenn man sich diese Figur für ein rechtwinkliges Dreieck vorstellt (oder das konstruierte Dreieck mit dem dynamischen Geometrie-Programm in ein rechtwinkliges verwandelt).

<u>Beweis</u>: Diese Vermutung kann auf zwei Arten beweisen Mit einem algebraischen und einem geometrischen Beweisverfahren.
Stelle zunächst die Vermutung in Form einer mathematischen Gleichung auf. Es entsteht eine Produktgleichung. Vielleicht kann man sie in eine Verhältnisgleichung verwandeln? Beim geometrischen Beweisverfahren muss man "nur" versuchen, die beiden Rechtecke ineinander zu überführen.

<u>Einsichten</u>: Diese Figur besitzt aber nicht nur Beziehungen zum Satz des Pythagoras sondern auch zum Cosinus-Satz. $c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos\gamma$

Wir wissen: c^2 ist so groß wie die beiden Rechteckflächen, die in a^2 und b^2 liegen und an die Seite c grenzen. Die anderen beiden Rechteckflächen müssen abgezogen werden. Der cos für Winkel von 0° bis 90° ist negative. Man muss zeigen, dass die Rechteckflächen, die an die Ecke C grenzen die Flächengröße $\left|2ab \cdot \cos\gamma\right|$ besitzen.

Nun gilt der Cosinus-Satz und auch die oben gezeigte Flächenbeziehung im allgemeinen Dreieck, also auch für Dreiecke, die einen stumpfen Winkel besitzen. Dann wird cos γ positiv. Wie sieht dann die Figur aus? Was hat dies für geometrische Konsequenzen? Versuche einmal diese Figur zu konstruieren!

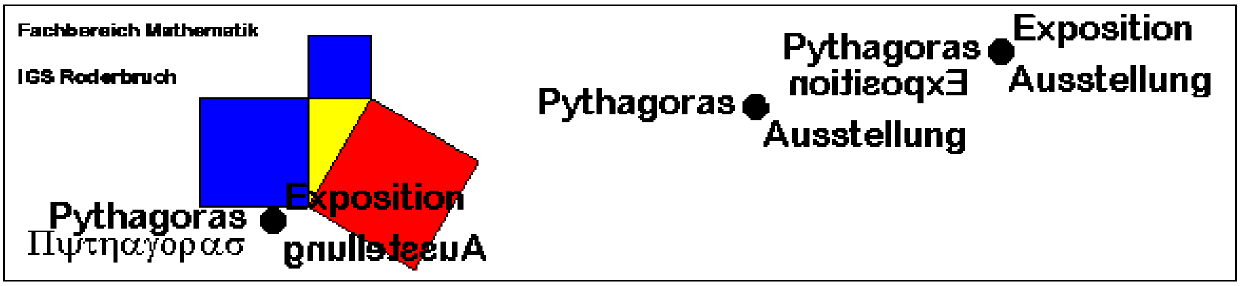


Es gibt weitere Verallgemeinerungen des Satzes des Pythagoras. Es gibt weitere Fragen, die sich aus der obigen Figur erschließen.

Mathematik & Literatur (Peter Høeg)

"Weißt du, was hinter der Mathematik steckt?" frage ich. "Hinter der Mathematik stecken die Zahlen. Wenn mich jemand fragen würde, was mich richtig glücklich macht, dann würde ich antworten: die Zahlen, Schnee und Eis und Zahlen. Und weißt du, warum?"
Er knackt die Scheren mit einem Nussknacker und zieht das Fleisch mit einer gebogenen Pinzette heraus.
"Weil das Zahlensystem wie das Menschenleben ist. Zu Anfang hat man die natürlichen Zahlen. Das sind die ganzen und positiven. Die Zahlen des Kindes. Doch das menschliche Bewusstsein expandiert. Das Kind entdeckt die Sehnsucht, und weißt du, was der mathematische Ausdruck für die Sehnsucht ist?"
Er gibt Rahm und ein paar Tropfen Apfelsinensaft in die Brühe.
"Es sind die negativen Zahlen. Die Formalisierung des Gefühls, dass einem etwas fehlt. Und das Bewusstsein erweitert sich immer noch und wächst, das Kind entdeckt die Zwischenräume. Zwischen den Steinen, den Moosen auf den Steinen, zwischen den Menschen. Und zwischen den Zahlen. Und weißt du, wohin das führt? Zu den Brüchen. Die ganzen Zahlen plus die Brüche ergeben die rationalen Zahlen. Aber das Bewusstsein macht dort nicht halt. Es will die Vernunft überschreiten. Es fügt eine so absurde Operation wie das Wurzelziehen hinzu. Und erhält die irrationalen Zahlen."
Er backt die Baguettes im Ofen auf und füllt Pfeffer in eine Mühle.
"Es ist eine Art Wahnsinn. Denn die irrationalen Zahlen sind endlos. Man kann sie nicht schreiben. Sie zwingen das Bewusstsein ins Grenzenlose hinaus. Und wenn man die irrationalen Zahlen mit den rationalen zusammenlegt, hat man die reellen Zahlen."
Ich bin in die Küche getreten, um Platz zu haben. Man hat so selten die Möglichkeit, sich einem Mitmenschen zu erklären. In der Regel muss man darum kämpfen, zu Wort zu kommen. Und das hier liegt mir wirklich am Herzen.
"Es hört nie auf. Es hört nie auf. Denn jetzt gleich, erweitern wir die reellen Zahlen um die imaginären, um die Quadratwurzeln der negativen Zahlen. Das sind Zahlen, die wir uns nicht vorstellen können, Zahlen, die das Normalbewusstsein nicht fassen kann. Und wenn wir die imaginären Zahlen zu den reellen Zahlen dazurechnen, haben wir das komplexe Zahlensystem. Das erste Zahlensystem, das eine erschöpfende Darstellung der Eiskristallbildung ermöglicht. Es ist wie eine große, offene Landschaft. Die Horizonte. Man zieht ihnen entgegen, und sie ziehen sich immer wieder zurück. Das ist Grönland, und das ist es, ohne das ich nicht sein kann! Deshalb will ich mich nicht einsperren lassen."
Auf einmal bin ich vor ihm gelandet.
"Smilla", sagt er. "Darf ich dich küssen?"

Peter Høeg, Fräulein Smillas Gespür für Schnee



Pythagoras-Ausstellung

Auf der Sommertagung war eine Pythagoras-Ausstellung aufgebaut.
Das Konzept der Ausstellung: Schülerinnen und Schüler sollen möglichst vielfältig und vielkanalig mit der Thematik "Satz des Pythagoras" konfrontiert werden. Dabei sollen sie - soweit das geht (es geht nicht immer) - interaktiv mit dem Material umgehen können. Recht gut ist das dargelegt in dem Buch Phänomenale Mathe-Magie von Gerd Oberdorfer:
'Die Dinge müssen vermittelt werden durch Herzeigen, Anschauen, Anfassen, Erzählen, darüber Sprechen, dann werden sie im wahrsten Sinne des Wortes handlich und begreiflich. '
Dieses Konzept stellt Handlungsorientierung in den Vordergrund.

Die Themen der Ausstellung:
Sonett auf Pythagoras •·Die Seilspanner • Wiegen • Mobile • Würfel • Der indische Beweis • Chinesischer Beweis • Siehe! sagte der Bhaskara • Goldener indischer Beweis • Ein Zerlegungsbeweis • Zerlegungsbeweis nach Perigal • Zerlegungsbeweis nach Clairet • Pythagoras in Hollywood • Beweis nach Leonardo • Euklidischer Beweis • Der Pythagoras-Baum • Pythagoras und Werbung • Quod erat demonstrandum •

In der Ausstellung kommen verschiedene Beweistypen vor, die durch die Hilfsmittel gekennzeichnet sind, die zum Beweis herangezogen werden:

(1) Kriterien für die Flächengleichheit von Dreiecken ("euklidische Methode")
→ siehe "Euklidischer Beweis"

(2) Geometrische Abbildungen, welche den Flächeninhalt nicht verändern ("abbildungsgeometrische Methode")
→ siehe z.B. "Pythagoras in Hollywood"

(3) Prinzip der Zerlegungsgleichheit
→ siehe z.B. "Zerlegungsbeweis nach Perigal"
→ oder "Zerlegungsbeweis nach Clairet"

(4) Prinzip der Ergänzungsgleichheit
→ siehe z.B. "Der indische Beweis"
→ oder "Der Beweis nach Leonardo"

nach Anna Maria Fraedrich, Die Satzgruppe des Pythagoras, Mannheim 1994

Bei Interesse: Wilfried Jannack, Tel.: 0511/6246127 oder e-Mail: wilfriedjannack@lycos.de

GEO-Bretter

Wilfried Jannack

Bau

Ein Geo-Brett besteht aus einem quadratischen Brett mit einer Seitenlänge von ca. 30 bis 35 cm Länge. An die Seiten sind Leisten geleimt. Dazu gehört ein Satz Dreiecke. Die vier Dreiecke eines Satzes sind gleichfarbig, rechtwinklig und kongruent. Die Länge der beiden Katheten muss in der Summe der Kante des Geo-Brettes entsprechen. Pro Schüler/innen-Gruppe - bestehend aus max. vier Personen - benötigt man ein Geo-Brett. Jede Schüler/innen-Gruppe hat eine andere Dreiecksgrundform (andersfarbig). Pro Gruppe werden zwölf Klebe-Ecken zur Bezeichnung der Seiten benötigt.

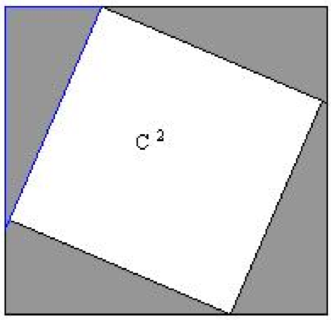


Abb. 1: $A = 2ab + c^2$

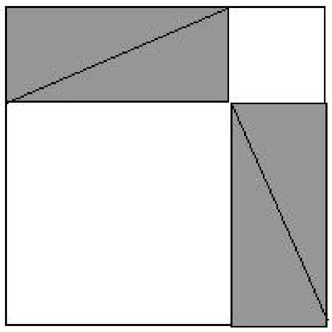


Abb. 2: $A = 2ab + a^2 + b^2$

Einsatz

Das Geo-Brett kann in verschiedenen Klassenstufen eingesetzt werden. Es eignet sich besonders zum Rechnen mit Variablen (durch die selbstklebenden Buchstaben ‘a’, ‘b’ und ‘c’) in den Klassen 8 und 9. Eine Fläche soll auf verschiedene Weisen - direkt oder durch Ergänzung - berechnet werden. Dadurch, dass die Schüler/innen die Dreiecke an die unterschiedlichsten Stellen verschieben können, werden sie angeregt, den Inhalt von immer anderen (Rest-)Flächen zu bestimmen. Auf diese Weise kann z.B. der Satz des Pythagoras durch unterschiedliches Berechnen der Restfläche entdeckt werden.

Der Arbeitsauftrag

ergibt sich förmlich von selbst:

"Ordnet die vier Dreiecke auf die unterschiedlichste Weise auf dem Quadrat an und stellt die Inhaltsformeln für die entstehenden Flächen auf. (Dokumentiert eure Ergebnisse)."

Dies sind Ergebnisse aus der Arbeitsgruppe auf der Sommertagung ergänzt um zwei Fortbildungen. Schülerinnen und Schüler der Klassen 8 und 9 werden selbständig die Lösungen Abb. 1 bis Abb. 4 (evtl. bis Abb. 6) hinbekommen. Unbeleckte Leser(innen sollten also keinen Schrecken bekommen.

Abb. 3: $A = 2ab + (a+b)\,b + (a-b)\,a$

$= b + ab + b^2 + a^2 - ab$

$= \underline{b + a^2 + b^2}$

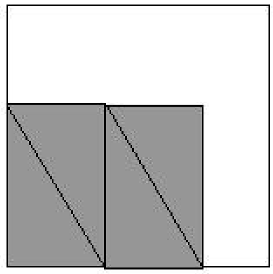


Abb. 4: $A = \underline{2ab + a^2 + b^2}$

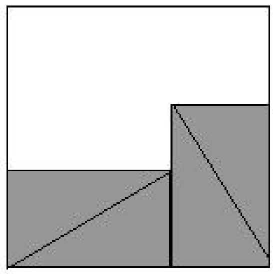


Abb. 5: $A = 4ab + (a - b)(a - b)$

$= 4ab + a^2 - 2ab + b^2$

$= \underline{2ab + a^2 + b^2}$

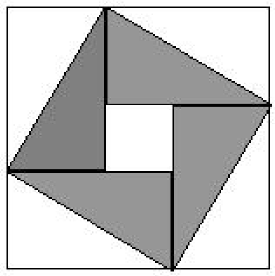


Abb. 6: $A = 2ab + 2\,b^2 + (a + b)(a + b)$

= ....

$= \underline{2ab + a^2 + b^2}$

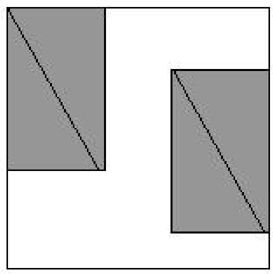


Abb. 7: $A = 2ab + [a + (a-b)]\,a/2 + ab/2 + b^2$

= 4 Dreiecke + 1Trapez + 1 Dreieck + 1 Parallelogramm

$= \underline{2ab + a^2 + b^2}$ Wie das?

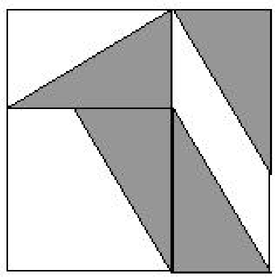


Abb. 8: siehe Abb. 12

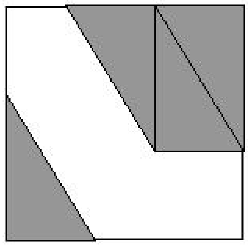


Abb. 9: siehe Abb. 12

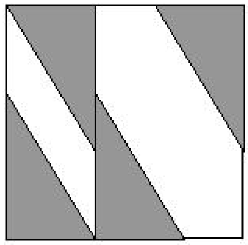


Abb. 10: A = 4 Dreiecke + 1 Drachen + 1 Quadrat + 1 Dreieck + 1 Dreieck

$$= 2ab + (a - b)a + b^2 + ab/_2 + ab/_2$$
$$= 2ab + a^2 - ab + b^2 + ab$$
$$= \underline{2ab + a^2 + b^2}$$

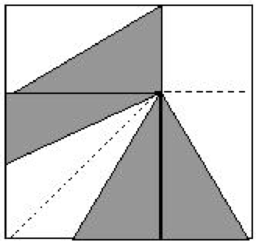


Abb. 11: $A = 2ab + 2b^2 + (a + b)\,(a - b)$

$$= 2ab + 2\,b^2 + a^2 - b^2 = \underline{2ab + a^2 + b^2}$$

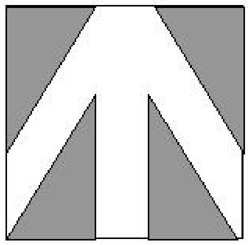
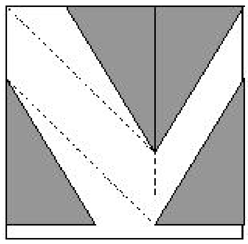


Abb. 12: $A = 2\,ab + b^2 + (\,a - b)\,a/_2 + ab + (a - b)\,a/_2$

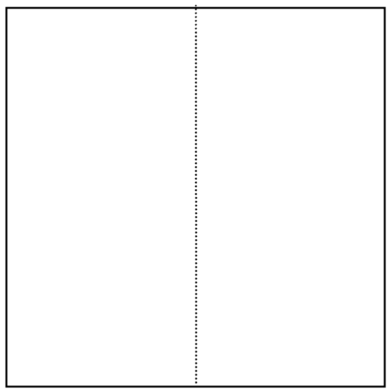
$$= 2ab + b^2 + a^2/_2 - ab/_2 + ab + a^2/_2 - ab/_2$$
$$= \underline{2ab + a^2 + b^2}$$



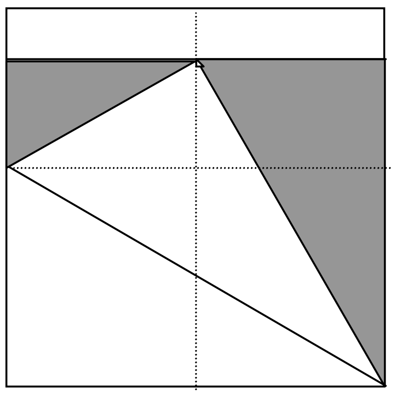
Pyramide und Tetraeder falten

Wilfried Jannack

1. Quadratisches Papier (15 x 15) auf Mitte falten

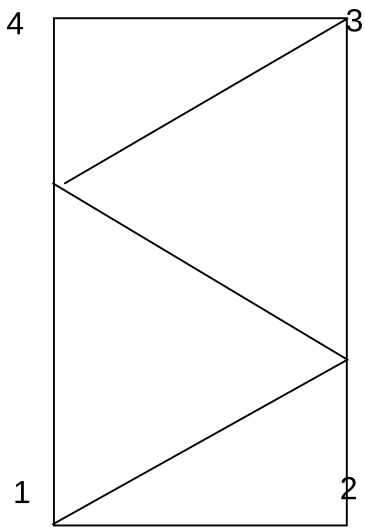


2. Rechte untere Ecke auf die Mittellinie falten, wieder entfalten, linke untere Ecke ebenfalls auf die Mittellinie falten. Der Faltpunkt gibt an, was abgeschnitten wird.



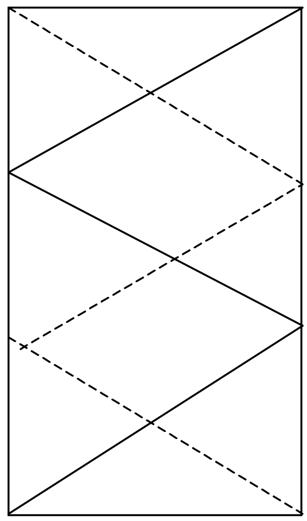
3. An der Mittellinie durchschneiden. Gleichseitige Dreiecke ausfalten.

   So gegenfalten, dass ein Rautenmuster entsteht. Dazu Ecke 2 auf cke 4 falten.
   Anschließend die Ecken 1 und 3 so überfalten, dass ein gleichseitiges Dreieck entsteht.

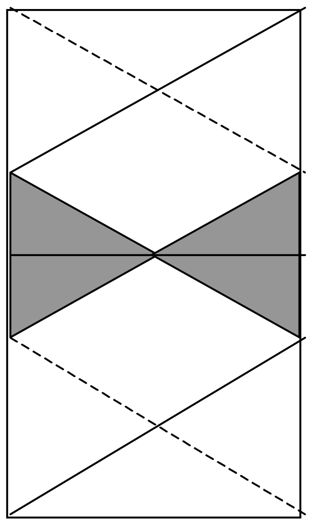


E

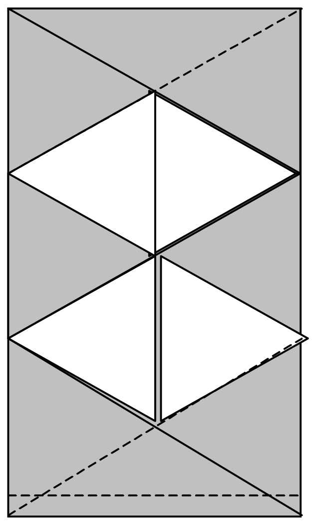
4. Entfaltet muss nun ein Rautenmuster vorliegen.
   Kurze Seiten auf Mitte falten, entfalten.
   Über die gerade entstandene Bergfalte mittig als Talfalte gegenfalten.



5. Markierte Dreiecke nach innen wegfalten. Das geht am besten, wenn das Papier vorher noch mal gewendet wurde.
   Die verbleibenden Reste in die Pyramide hineinfalten.



6. Die weißen Flächen werden zu Deckflächen der Pyramide. Die grauen Flächen müssen in der Pyramide verschwunden sein.
   Für einen Tetraeder: Man muss eine Deckfläche ebenfalls mit wegfalten, so dass drei Deckflächen übrigbleiben.



Um eine Pyramide mit doppelter Kantenlänge aus kleinen, gefalteten Pyramiden und Tetraedern zusammenzustellen, braucht man sechs Pyramiden und vier Tetraeder. Da das Volumen dieser zusammengesetzten Pyramide ist $2^3 = 8$ mal so groß ist wie die kleine Pyramide, müssen zwei Tetraeder das Volumen einer kleinen Pyramide haben

oder

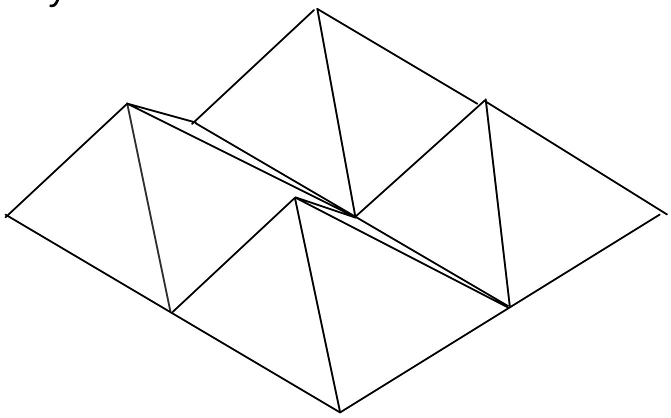
(1 Tetraeder	= 1/2 Pyramide)
symb: 6 P + 4 T	= 8 P I - 6 P
4 T	= 2 P I : 4
T	= 1/2 P

Warum hat ein Tetraeder eigentlich das halbe Volumen einer Pyramide mit gleicher Außenflächenform?

Wilfried Jannack

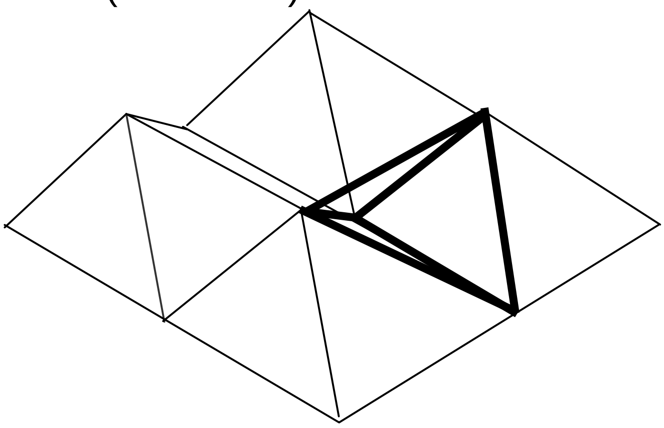
Abb. 1 stellt vier Pyramiden dar. Die Außenflächen sind gleichseitige Dreiecke.

Abb. 1



Steckt man jeweils zwischen zwei Pyramiden einen Tetraeder (mit gleicher Außenfläche), so passt in den entstehenden Innenraum eine weitere Pyramide hinein. In Abb. 2 sind die vier eingefügten Tetraeder an den deutlich dickeren Linien zu erkennen (hoffentlich).

Abb. 2



Eine abschließend aufgesetzte Pyramide vervollständigt die Figur, die nun acht mal so groß sein muss wie die kleine Pyramide. In jeder Dimension - Länge, Breite, Höhe - hat sich die Kantenlänge verdoppelt. Die Grundfläche hat sich vervierfacht, das Volumen hat sich verachtfacht (siehe auch S. 20)

2 Tetraeder	= 1 Pyramide.	Warum?
4 P + 4 T + 2 P	= 2^3 P	
4 T	= 2 P	
2 T	= 1 P.	Oder?

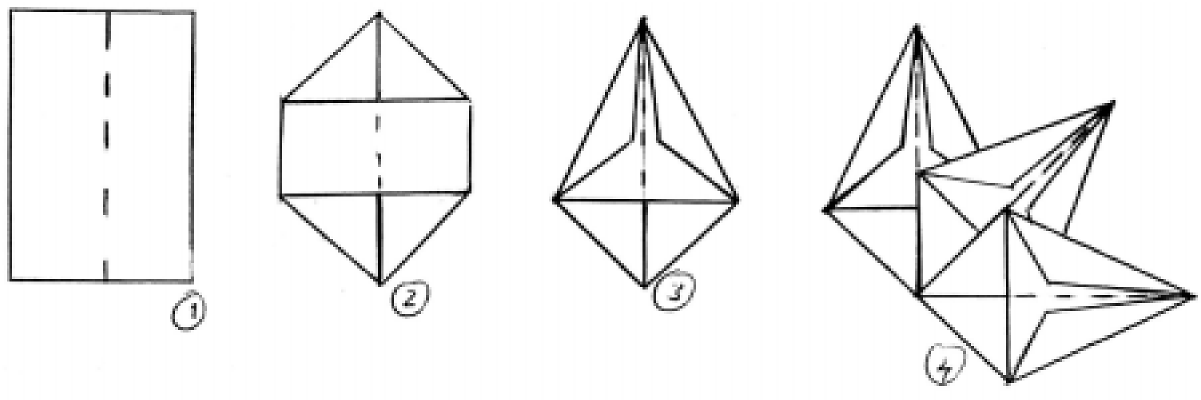
Mit einer Mischung aus Falten von offenen Körpern, ein wenig Wissen über funktionale Zusammenhänge beim Verdoppeln von Kantenlängen und ganz wenig Algebra beweist man den Zusammenhang zwischen Pyramide und Tetraeder.

Das hat viel Handlungsorientierung und 'Mathematik zum Anfassen'.

Weihnachtsbasteleien

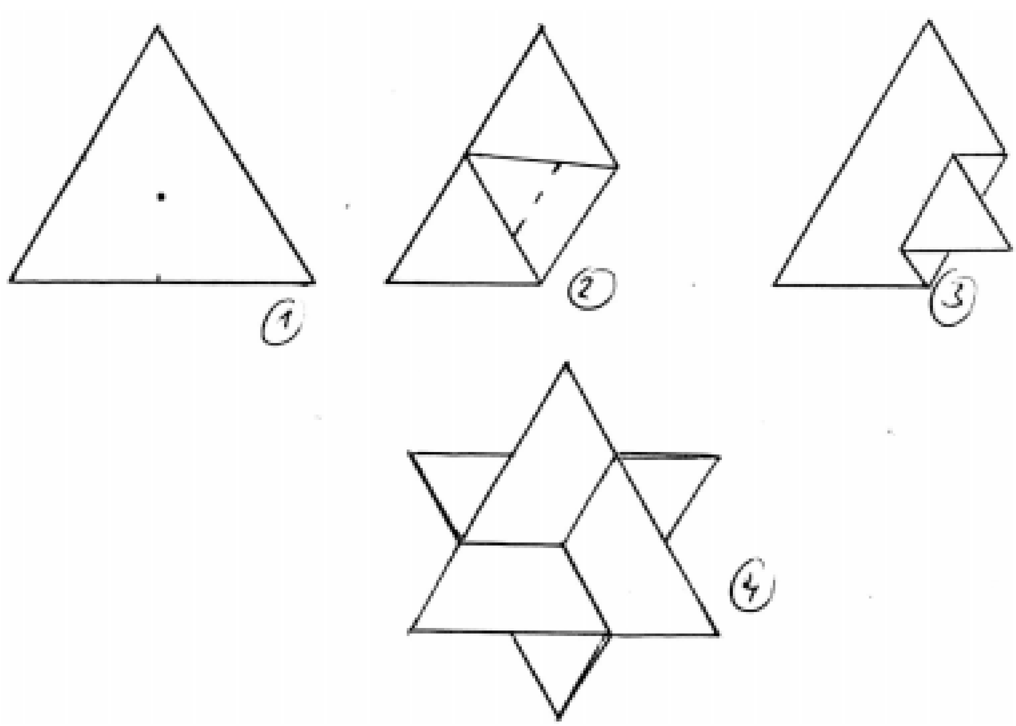
Transparente Weihnachtssterne für das Fenster

Acht Rechtecke von 15 cm Länge und 10 cm Breite werden in der Mitte der Länge nach zusammengefaltet und wieder geöffnet.
Alle vier Ecken werden nach innen an die Mittellinie gefaltet. Daraus werden Drachen gefaltet. Zusammensetzen.



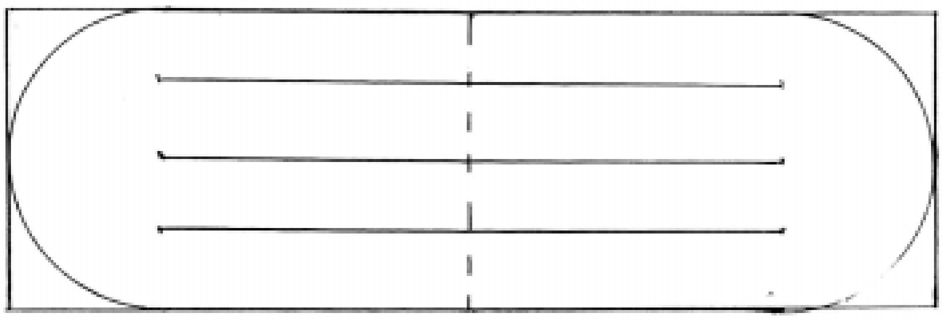
Baumsterne

Ein gleichseitiges Dreieck mit ca. 14 cm Seitenlänge wird mit Hilfe eines Zirkels hergestellt. Die Seitenmitten werden markiert. Der Mittelpunkt des Dreiecks wird festgestellt und mit der Zirkelspitze durchstochen. Die Ecken werden auf die gegenüberliegenden Seitenmitten gefaltet. Dabei entsteht ein kleines Dreieck. Dieses wird zum Teil wieder zurückgefaltet. Die neue Faltlinie liegt knapp vor dem Nadelstich, der den Mittelpunkt des Dreiecks markiert.



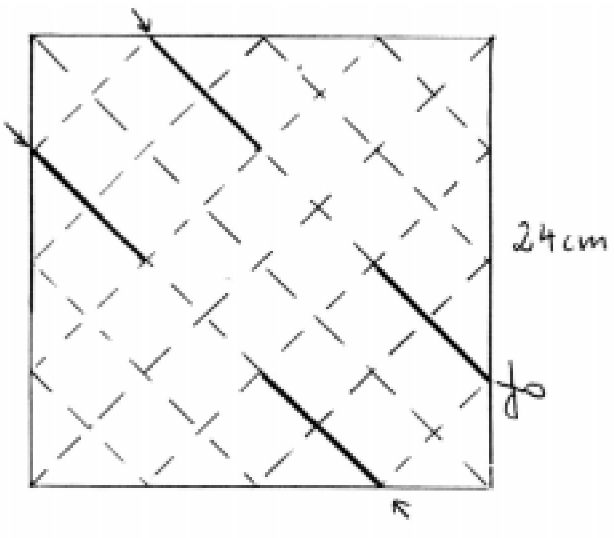
Flechtherzen und Herztäschchen

Es werden je ein 24 cm langes und 8 cm breites blaues und rotes Rechteck ausgeschnitten. In der Mitte der langen Seite wird gefaltet. Am offenen Ende muss ein 4 cm großer Halbkreis angebracht werden. Dazu muss der Mittelpunkt dieses Halbkreises gefunden werden. Auf der geschlossenen Seite werden 2 cm breite Streifen markiert. Jeder Streifen wird ca. 8,5 cm eingeschnitten. Anschließend werden die beiden Teile miteinander verflochten.
Für die Flechtherzen braucht man Rechtecke der Größe 12 cm x 8 cm. Die Herzen sind leichter herzustellen.



Kästchen

Ein quadratisches Papier wird diagonal gefaltet. Die Ecken werden auf die Mitte gefaltet. Das entstandene kleine Quadrat wird zweimal zum Rechteck überfaltet. An vier Stellen – siehe Schnittmusterzeichnung – wird eingeschnitten.



Literaturhinweis

Hinweisen möchte ich auf das Heft Nr. 3/1999 der Zs. "Der Mathematikunterricht" mit dem Thema "Räumliches Vorstellungsvermögen". In diesem Heft hat Hans Peter Maier, der 1999 unter dem gleichen Titel bei Auer ein beachtenswertes Buch herausgebracht hat, eine Menge an unterrichtspraktischen Vorschlägen zusammengesammelt. Besonders MUED-verdächtig erscheint mir das sog. 'effekt-system', eine Möglichkeit, Körper mit Hilfe von Folie in der Art der Gummikörper zu bauen, die Rüdiger vor Jahren mal eingeführt hat.
Lörcher und Rümmele stellen dar, wie man im Unterricht Schnellkörper falten kann. Sie heißen so, weil man sie schnell herstellen, wieder entfalten, aufheben und transportieren kann.
Des weiteren ist mir der Artikel "Platonische Körper falten" wichtig, weil hier Faltmöglichkeiten für alle platonischen Körper angeboten werden.
Insgesamt liegt der Stellenwert dieses Heftes in der Abwendung von der Stereometrie und in der deutlichen Hinwendung zur Raumgeometrie.

Wilfried Jannack

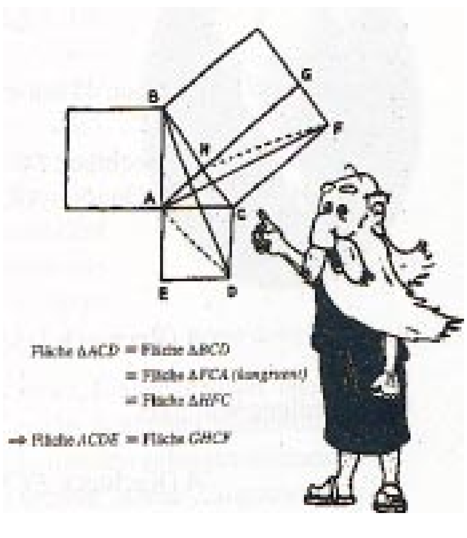
Lernlandkarten

Wiltraud Schillig

Ausgehend von der Vorstellung, dass Schülerinnen und Schüler ihr Wissen eigenständig im Zusammenhang mit anderen "konstruieren"[2] und Begriffe entwickeln, sollten ihnen, den Lernenden, auch bei mathematischen Themen, Lernumgebungen angeboten werden, die diese Eigenständigkeit ermöglichen.
Dazu müssen Lehrende mathematische Themen in ihrer gesamten Komplexität entfalten und in neue Zusammenhänge bringen.
Die Lernlandkarte ist dazu ein geeignetes Hilfsmittel.

Sie hat einen <u>inneren Bereich</u> (Kern), der alle Themen, Möglichkeiten der Erprobung, authentische Aufgaben enthält, die für Schülerinnen und Schüler naheliegend sind, d.h. in ihrem täglichen Umgang mit mathematischen Inhalten liegen. Sie beschäftigen sich häufig mit dem Messen, dem Umgang mit Größen usw..
Der nächste Bereich, der <u>das nahe gelegene "Umland"</u> bildet, enthält die etwas abstrakteren mathematischen Zusammenhänge, die sich aus den ersten Erkenntnissen entwickeln.
Von Schülerinnen und Schülern häufig mit "Distanz" behandelte Themen, Erkenntnisse, liegen dann <u>"außerhalb"</u> (Rand) oder bilden den mathematischen Himmel ... (hier sind der gestalterischen Fantasie keine Grenzen gesetzt)

Wenn eine Lernlandkarte entwickelt wird, dann versuchen wir diesen Prozess des vernetzten Denkens zu veranschaulichen. Es werden Verbindungen zwischen verschiedenen Inhalten / Themen / Gegenständen / Methoden geknüpft. Manche Ideen können nicht weiter verfolgt werden, kommen dann aber später zum Tragen. Den Lehrenden werden viele Grundlagen bewusst, die sie schon in unteren Schuljahren direkt oder indirekt den Schülerinnen und Schülern vermitteln oder auf die sie zurückgreifen möchten.



Bei einem Treffen ist folgendes Beispiel entstanden:
Thema: Irrationale Zahlen? Wieso; "- sieht man doch!"

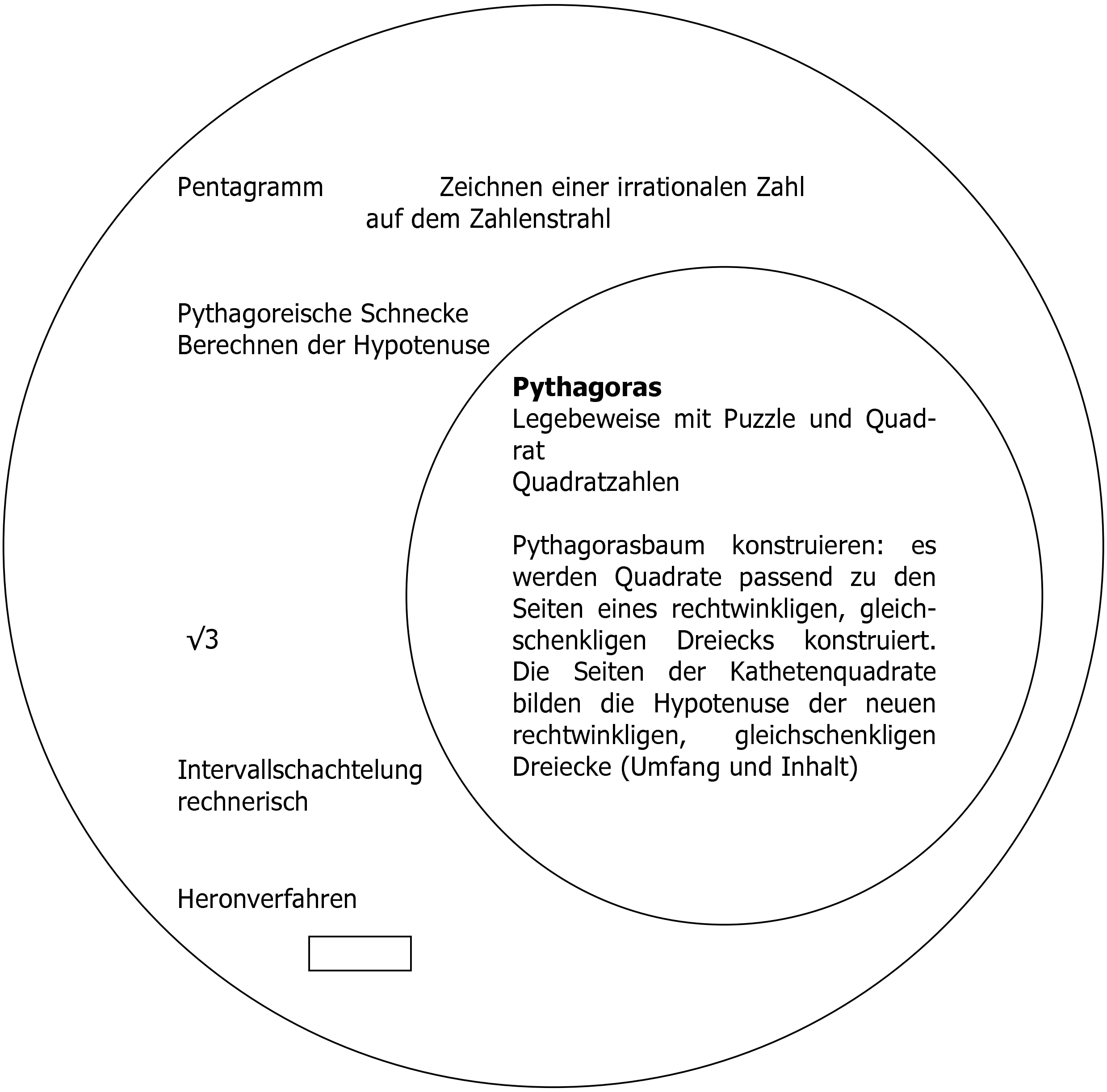
[2] Siehe S. 9 Thema: Konstruktion von Wissen

Zentraler Punkt der Diskussion war dabei: wo treten für Lernende Situationen auf, die erkennen lassen, dass rationale Zahlen nicht ausreichen und die irrationalen Zahlen eingeführt werden müssen (können).

Lernlandkarte

von den Teilnehmerinnen und Teilnehmern "werkstatt mathematik" entworfen.

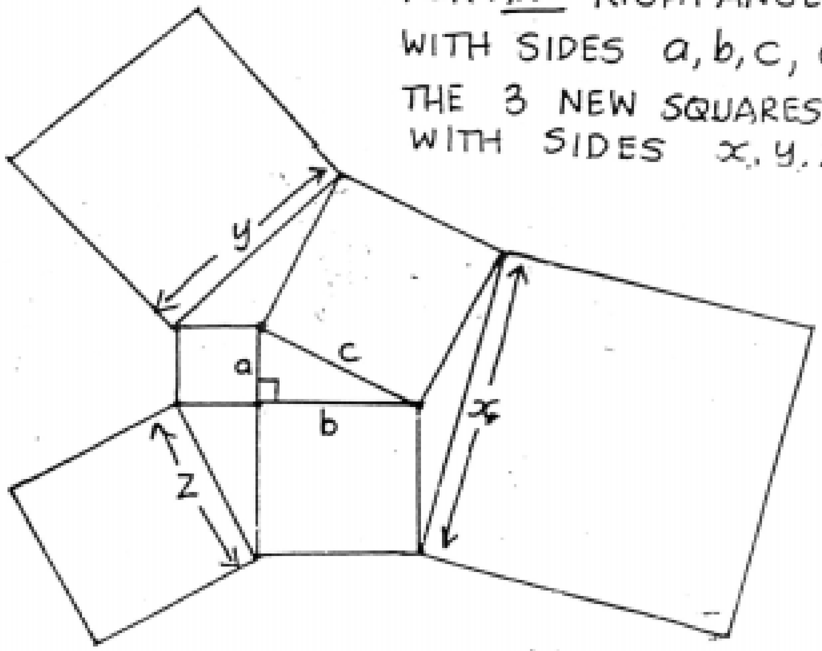
Außerhalb: Rechengesetze mit Potenzen und Wurzeln
Lösungen für quadratische Gleichungen ...



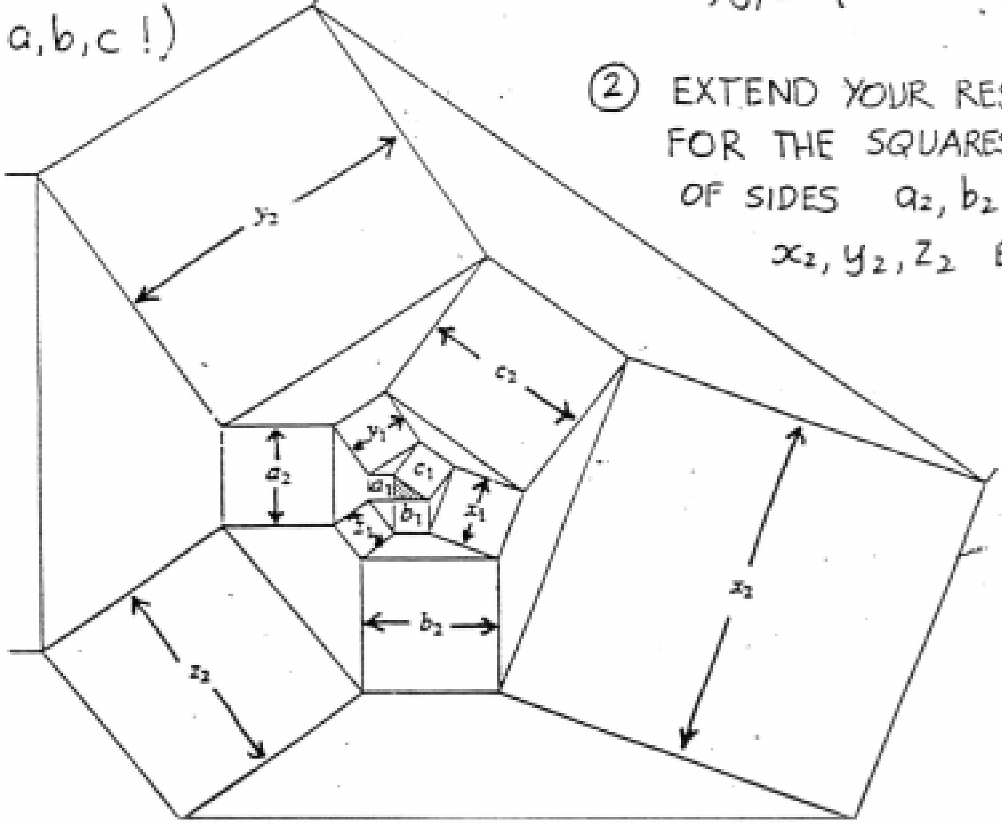
Pythagoras PLUS

PYTHAGORAS PLUS NAME ____________________

FOR ANY RIGHT-ANGLED TRIANGLE WITH SIDES a, b, c, CONSTRUCT THE 3 NEW SQUARES BELOW WITH SIDES x, y, z.



PYTHAGORAS' THEOREM SAYS $c^2 = a^2 + b^2$.
FIND A FORMULA CONNECTING x, y, z (Not involving a, b, c !)



(2) EXTEND YOUR RESULT FOR THE SQUARES BELOW: OF SIDES a_2, b_2, c_2
x_2, y_2, z_2 ETC.

Das wichtigste Curriculum des Lehrers/ der Lehrerin

"Das wichtigste Curriculum des Lehrers ist seine Person.
Nicht, über wieviel Kenntnis der Lehrer verfügt,
nicht welche Medien er benutzt,
nicht welche Motivationskünste er einzusetzen versteht,
nicht, welche Lernsituation er herbeiführt,
wird je für sich entscheiden, ob der Unterricht gut ist
(nämlich interessant und wirksam),
sondern
wie sehr er durch seine Person überzeugt,
dass dieser Gegenstand für einen heute lebenden Menschen
z.B. für ihn,
wichtig ist."

(Hartmut von Hentig)

AG-Ankündigungen

AG Qualitätsentwicklung — Herbert Diebold

Wir streben eine Verbesserung des MU an. Wir sind der Meinung, dass wir uns dafür viel Kompetenz erworben haben. Stimmt!!!
Wollen wir dazu andere gewinnen, schlagen mir oft Argumente wie „Was bringt das?“ oder „Das mache ich auch schon!“ entgegen. Zwar kenne ich noch viele Gegenargumente, aber der Erfolg „unseres“ Unterrichts ist meist nicht messbar und steht in Konkurrenz zum traditionellen Unterricht.
Was meiner Meinung nach fehlt, sind Kriterien bzw. Indikatoren, an Hand derer ein Unterricht im Sinne der MUED Aufgaben und Ideen evaluiert werden kann. Im Laufe des letzten Jahres habe ich an verschiedenen Qualifizierungsmaßnahmen zur Schulentwicklung teilgenommen, und dabei auch Möglichkeiten der Evaluation kennen gelernt. In der AG möchte ich davon berichten und den Versuch machen, dagegen etwas zu tun. In der AG sollen gemeinsam Indikatoren für die Bruchrechnung, wie sie den Zielsetzungen in der MUED entspricht, aufgestellt werden. Diese Indikatoren sollen die besonderen Zielsetzungen der MUED - Unterrichtsziele „messen“. Vielleicht kann dies auch der Anfang für das Aufstellen weiterer Indikatoren in anderen Gebieten sein.
Die Teilnehmerinnen und Teilnehmer sollten mit den Ideen des Brücheheftes und dem Heft „Dezimalrechnung vor Bruchrechnung“ vertraut sein.

Geschichten im MU — Joerg Ingo Krause

Bei der letzten Wintertagung wurden die Umschläge auf „literarische“ Inhalte überprüft. Diese sind inzwischen für die TeilnehmerInnen der AG kopiert worden und sollen in Fortsetzung der AG jetzt daraufhin überprüft werden, wie sie in eine neue Broschüre (oder vielleicht eine ganze Reihe?) „Mathe-Lesebuch“ eingearbeitet werden können.

Projekte im Mathematikunterricht — Matthias Ludwig

Es wird ein Modell bzw. eine Art Leitfaden für Projekte im Mathematikunterricht vorgestellt. Dieses Modell bzw. Leitfaden hat sich durch Untersuchung, Auswertung und kritischer Reflexion einer Vielzahl von Projekten, welche an verschiedenen Schulen Deutschlands und der Schweiz durchgeführt wurden, herauskristallisiert. Dabei wird auf die Planung, Themenwahl, Struktur, Durchführung, Bewertung und Abschluss von Mathematikprojekten eingegangen. Zentraler Punkt des Vortrags ist aber die konkrete Präsentation von Projektbeispielen aus den verschiedenen Jahrgangsstufen des Gymnasiums. Hier wird besonders auf die Schülerergebnisse und die Probleme während der Projektdurchführung eingegangen. Abschließend werden beobachtete Veränderungen, welche Projekte im Mathematikunterricht im schulischen, sozialen und unterrichtlichen Bereich hervorrufen können, besprochen und zur Diskussion gestellt.

Workshop zum obigen Vortrag

Es werden zu selbstgewählten Themen Projektskizzen entworfen, welche die Grundlage für durchführbare Projekte sein können. Es wird in Gruppen gearbeitet um selber den Projektarbeitsstil einzuüben. Am Ende des Workshops sollen dann die Ideensammlungen vorgestellt werden.

Schulung räumlichen Vorstellungsvermögens: Überblick - Lernmittel für Kleingruppenunterricht

Wolfgang Reitberger

Räumliches Vorstellungsvermögen (RV) ist ein Sammelbegriff für mehrere, teilweise korrelierende Fähigkeiten. Durch Faktorenanalyse von Intelligenztests ermittelten Psychologen für das RV im Kern drei Komponenten. Dieser Begriff ist als Grundlage für Unterricht aus mehreren Gründen wenig geeignet. Zu einem differenzierteren und reichhaltigeren Begriff gelangt man, wenn man die diesbezüglich vorgeschlagenen Aufgaben aus der unterrichtspraktischen Literatur untersucht. Bisher konnte ich sechs Komponenten, darüber hinaus Ansätze für Differenzierungen feststellen.

Sofern Schule "allgemeinbildende Schule" ist, muss für jeden mathematischen Unterrichtsgegenstand die Frage nach einem möglichst direkten außermathematischen Nutzen erörtert werden. Dieser ist zweifellos gegeben, denn wir leben in einer räumlichen Welt und bilden von daher ständig räumlichen Vorstellungen. Nicht immer sind uns diese Vorgänge bewusst. - Eine weitergehende Frage ist, ob das RV überhaupt geschult werden muss? Jeder von uns nimmt in Anspruch, RV in ausreichendem Maße zu besitzen, obgleich es während der eigenen Schulzeit nicht systematisch unterrichtet wurde. Daraus könnten wir schließen, dass RV beiläufig gelernt wird. Zweifel an dieser Sicht kommen auf, wenn wir etwa an Rubiks Würfel scheitern.

Es gibt zwei Unterrichtskonzepte zur Schulung des RV. 1. Handlungsbezogene Propädeutik: Die Schüler erhalten Gelegenheit, ihre räumlichen Vorstellungen durch entsprechende Handlungen mit realen Objekten vorzubereiten, zu begleiten oder zu kontrollieren. Diese Vorgehensweise ist für Klasse 3 - 6 zu empfehlen. Zielorientiert und effizient ist hierbei insbesondere der Einsatz von Lernmitteln im Kleingruppenunterricht (Lernzirkel, Freiarbeit). 2. Kopfgeometrie: Nach Vorschlag von Senftleben werden Aufgaben zum RV im Klassenunterricht nach einem Drei-Phasen-Schema unterrichtet. Das Wesentliche an diesem Schema ist, dass man für jede Phase den Umfang an sichtbaren Aktivitäten (Objektdarbietung, Gestik, Tafelskizze) festlegt. Nach vorliegenden Erfahrungen ist die Vorgehensweise ab Klasse 5 zu empfehlen.

In der Arbeitsgruppe möchte ich einen Überblick über das RV geben, die erstaunlich umfangreiche Literatur vorstellen und dabei insbesondere auf Quellen für Aufgaben zur Kopfgeometrie hinweisen (Skript vorhanden). Im Anschluss können Interessierte ein einsatzfertiges Lernmittel zur Schulung des RV durch Kleingruppenunterricht anfertigen. Die erforderlichen Rohmaterialien und Werkzeuge werden gestellt.

Plus und Minus - Spielerischer Einstig in das Rechnen mit negativen Zahlen

Rüdiger Vernay

Vier Spiele sind die Stationen auf dem Weg zu den Rechenregeln für negative Zahlen. Im ersten Spiel ordnen die Kinder ihre Vorerfahrungen mit Minuszahlen, lernen anschließend ganzheitlich sich auf der Zahlengeraden zu bewegen und haben dann die Möglichkeit, aus zwei unterschiedlichen Modellvorstellungen auswählen zu können, mit denen die Rechenregeln für die Addition und Subtraktion von negativen Zahlen erarbeitet werden.
Alle Spiele sollen von den TeilnehmerInnen auch ausprobiert werden!

Wie kommt Mensch zur MUED? Joachim Lau

Viele kommen mehr oder weniger durch Zufall zur MUED. Diesen Zufällen sollte ein wenig nachgeholten werden z.B. bei den Orientierungseinheiten der Universitäten für Lehramtsanfänger oder bei den entsprechenden Studienseminaren. Dies hängt natürlich an Personen in den jeweiligen Städten. Das Ziel ist klar: Jede/r Mathematiklehrer sollte im Laufe seiner Ausbildung zweimal konkret auf die MUED hingewiesen werden. Wenn über das Ziel Einvernehmen herrscht, soll über die Umsetzungsmöglichkeiten gesprochen werden.

Außendarstellung der MUED für Neulinge Joachim Lau

Wie attraktiv erscheint die MUED auf dem ersten Blick? Wie kann dieser Eindruck verbessert werden? Viele Neulinge haben in Gesprächen auf der letzten Tagung geäußert, dass die MUED-Tagung ein Ort ist, auf dem man sich vom Frust regenerieren kann (im Sinne von: Mathematikunterricht geht also doch anders als die meisten Kollegen es meinen). Zu fragen ist, ob die Infomaterialien für Neulinge dieses Flair so weitergeben oder ob es Verbesserungsmöglichkeiten gibt.

Lern- und Übungsmaterial, das fast nichts kostet.

Gudrun Krätzig

Lern- und Übungsmaterial zur Algebra der Sekundarstufe I, das in großer Stückzahl aus Abfall hergestellt werden kann und deshalb (fast) nichts kostet. Es ist besonders für Leistungsdifferenzierung geeignet und an kein bestimmtes Thema oder Klassen gebunden, es kann für alle bei entsprechender Auswahl der Aufgaben hergestellt werden. Hierzu kann ich einige Vorlagen anbieten, siehe unten. Der mit der Herstellung verbundene Zeitaufwand lässt sich bei langfristig vorausschauender Planung auf mithelfende Eltern verteilen.
Das Rohmaterial besteht aus

- leeren Film- und Brausetablettenröhrchen (ALDI)

- Scheiben aus Pappe, die bei der Herstellung von Aktenordnern (Leitz) beim Stanzen der Löcher abfallen
- Stecketiketten, mit denen der Gärtner in Beete Eingesätes kennzeichnet
- Leeren Speiseeis- oder Margarinebechern, quaderförmig
- Klebepunkten in allen Farben (in Schreibwarengeschäften erhältlich)

Kollegen und Kolleginnen, die daran interessiert sind, im Rahmen eines entsprechenden Workshops während der MUED-Wintertagung 2000 solches Lern- und Übungsmaterial für den eigenen Gebrauch herzustellen, werden gebeten, folgendes Material mitzubringen:

1. Leere Filmdöschen (sammeln, evtl. Schüler zum Mitsammeln auffordern)
2. Leere Brausetablettenröhrchen (sammeln...)
3. Folienstifte in zwei bis drei verschiedenen Farben, wasserfest
4. Eine Schere und übliches Schreibzeug, ein Lineal
5. Durchsichtiges Tesafilm, breit
6. Weiße Klebepunkte, "groß" (Durchmesser 24 mm), in Schreibwarengeschäften erhältlich
7. Ein Mathematiklehrbuch zu dem Thema, zu dem man selbst gern Übungsmaterial hätte.

Der Bedarf an farbigen Klebepunkten ist hoch, was die Zahl der Farben angeht und, was die Stückzahl einer Farbe betrifft, gering. Es empfiehlt sich, wenn diese zentral eingekauft und die Kosten dafür umgelegt werden. Das gleiche gilt für die Stecketiketten, die im Großhandel preiswert, im Einzelhandel jedoch für unsere Zwecke viel zu teuer sind. Die Pappscheiben aus Leitz-Ordnern besorgen einem Schreibwarengeschäfte, in denen man als guter Kunde bekannt ist, kistenweise und kostenlos. Meine Kiste ist noch so voll, dass ich davon genug für den Workshop mitbringen kann.

Selma — Rainer Altmann

Wir werden in einem Vortrag etwas zu Selbstlernphasen im Mathematikunterricht allgemein und natürlich etwas über unser Projekt "Selbstlernen im Mathematikunterricht der gymnasialen Oberstufe" sagen. In einer AG könnten wir uns entweder genauer die bereits entwickelten Unterrichtseinheiten anschauen oder versuchen, über die Planung von selbstorganisiertem Unterricht zu diskutieren.

Rundgespräch — Heinz Böer

Zur Qualitätsdebatte – Sek I

Was sind die Essentials, die – nach unserer Meinung – nicht nach der von Schulbuchautoren, KuMis, Industrie, Eltern ... – Schüler/innen zu Anfang der Klasse 7 und am Ende der Klasse 10 beherrschen sollten? Ich suche Diskussionspartner/innen.

Mathematik zum Anfassen – Sek I/II **Heinz Böer**

Die Ausstellung aus Gießen mit obigem Titel und die Pythagoras-Ausstellung von Wilfried Jannack hatte ich 2 Wochen in der Aula meiner Schule. Das war (jenseits des Aufwandes für mich) gut und erfolgreich ...
Aber wie könnten Elemente einer Ausstellung/Präsentation handgreiflich und lebendig sein, die über den Spaß-, Spiel- und Stauneneffekt hinaus die Mathematik realistischer darstellen; eben MUEDischer?
Ich suche eine Erstdiskussion zu dem Thema.

Planarbeit, eigenverantwortliches Lernen **Thomas Pranzkat**

Immer wieder wird an den Matheunterricht die Anforderung gestellt, dass die Schüler möglichst selbständig arbeiten sollen. Als Annäherung an dieses Idealziel benutze ich in meinem Unterricht ein Verfahren, bei dem ich die Lerninhalte so strukturiere, dass die Schüler möglichst häufig ohne direkten Eingriff des Lehrers agieren. Die Arbeitsanweisungen werden von Folie projiziert, um Nachfragen seltener werden zu lassen.
Dieses Verfahren habe ich sowohl bei einfachen Hinweisen zur Verwendung des Schülerbuches als auch bei komplexeren Herleitungen eingesetzt.
In der AG möchte ich einige Beispiele und die Verfahrensweise vorstellen, und ich hoffe auf Beiträge und Verbesserungsvorschläge von euch.

Dächer und Gebäude **Uli Obieray**

(Körper: Volumen u. Oberfl.)
nach dem neuen NRW-Plan für Gesamtschulen (1. Versuch);

Wachstum mit DYNASYS **Uli Obieray**

(die DYNASYS-Software ist in NRW schulfrei lizenziert

Aufgrund technischer Probleme und wegen Umbaumaßnahmen im Haus konnten nicht alle AGs hier angekündigt werden.

Rechengalaxie

Die Rechengalaxie kann nicht mehr von uns geliefert werden. Den Vertrieb für Deutschland des Veritas Verlages (in Österreich) hat Cornelsen übernommen.

MUED-Stapel "Mädchen-Ecke"

Irmgard Eckelt hat den Stapel "Mädchen-Ecke" durchgesehen, bereinigt und neu sortiert
Dort liegt – bestellbar – folgende LITERATUR zum Thema MÄDCHEN im MU:

Für Referate

- Almut Zwölfer, Annette Grabosch (Hrsg.): Frauen und Mathematik, Die allmähliche Rückeroberung der Normalität ...
  dort besonders: Sonja Kowalewski, S. 177 – 211
  Materialien S. 156 – 176
- Mathematik 8. Schuljahr, Cornelsen (Kopie vorhanden)
  dort besondern: Titelbild (Sonja Kowalewski)
  und "zum Titelbild"
- Dieter Volk (Hrsg.), Kritische Stichwörter, München 1979
  dort besonders: Frauen und Mathematik, S. 67 – 84
  alt, aber gut: Rollenfixierung, S. 234 – 249
- Frauen verändern Lernen, Hypatia-Verlag, Kiel 1988
  dort besonders: Artikel von Helga Jungwirth, S. 216 – 221
- Mädchen und Mathe, Referentinnenmaterial, Landesinstitut für Schule und Weiterbildung, 1992
  dort besonders: historische Situation des Mädchenunterrichts Anfang des 20. Jahrhunderts, Srocke, Bettina, S. 169 - 195
- Mädchen und Mathematik, Referentinnenmaterial, freie Universität Berlin.

Spezielle Themen:

- Mädchen Macht (und) Mathe, geschlechterspezifische Leistungskurswahl in der reformierten Oberstufe, Düsseldorf 1989
- Gertrud Effe-Stumpf Statistik an Themen aus Frauenforschung, Oberstufenkolleg Bielefeld
- Lisa Glasgow-Schicha u.a., Für Ada , Marie und andere Mädchen íkö, ISBN 3-9805652-0-3
  hier besonders: Literaturangaben für Kinder- und Jugendbücher, S. 279 – 288
  Materialien Mädchengerechter Unterricht in Mathematik, S. 288 - 327

Grundschule:

- Christiane Schettler, Mathematiklernen und Geschlecht, Examensarbeit (Grundschule), Passau

Gute aktuelle Zusammenfassung zum Thema:

- Cornelia Niederdrenk-Felgner, Frauen, Mädchen und Mathematik, Profil 10/98

Bücherbunt im MUED e. V

Diese Preise gelten **nur** für **Voll-Mitglieder** des MUED e.V. zuzüglich Porto und Verpackung. Lieferung erfolgt mit Rechnung. Der Rechnungsbetrag wird vom Konto abgebucht.

Materialien-Sammlungen

für den MU in der Sek. I,

Nr. 3 – 10 DM

Nr. 2, Nr. 4, Nr. 5, Nr. 6, – 12 DM

Theo und die anderen – 12 DM

Mathematik und Verkehr – 12 DM

Risiko Atomkraft ... – 12 DM

Sammlung EWP I – 12 DM

Sammlung EWP II – 12 DM

Sammlung Stochastik I - 12 DM

Bau Was – 15 DM

Einführungen

Dezimalrechnung ... – 12 DM

Das Brüche-Heft – 15 DM

Wickie ... – 15 DM

Groß und klein – 25 DM, mit 30 Ausschneidebögen

Unterrichtsprojekte

Das Projekt Wasser – 12 DM

Schalten mit ***K***öpfchen – 12 DM

Papierrecycling ... –12,00 DM

Inter- und Extrapolation ... – 12 DM

Verpackungsoptimierung – 12 DM

Prognosen – 12 DM

Konkurrenzfähigkeit der Bahn - 12 DM

Konzentrierende Kollektorsysteme – 12 DM

Freiarbeit mit Karteikarten

Nr. 1, Einführung und Überblick, Quer durch die Sek. I – 12 DM

Nr. 2, Große Zahlen, Flächen, Volumen, Kl. 5/6 – 12 DM

Nr. 3, Zuordnungen, Ganze/Rationale Zahlen, Kl. 7/8 – 12 DM

Nr. 4, Zehner-Potenzen, Kl. 9/10 – 12 DM

Nr. 5, Dezimalrechnung, Kl. 5/6 – 12 DM

Nr. 6, Prozentrechnung, Kl. 7/8 – 12 DM

Nr. 7, Kirchen und andere Fenster, Kl. 9/10 – 15 DM

Nr. 8, Kreis, Zylinder, Kegel, Kugel, Kl. 9/10 – 15 DM

Nr. 9, Geometrie und Künstlerisches mit Strecken und Kreisen I, Kl. 5/6 – 12 DM

Nr. 10 Geometrie und Künstlerisches mit Strecken und Kreisen II, Kl. 7/8 – 15 DM

Karteikartenhüllen DIN A 5 ohne Steg, 100 St. für 17,50 DM

Mathematik zum Begreifen

Klickies – Pakete mit:
102 ▲ oder 84 ◥ oder 60 ■ oder 42 ▮ oder 30 ⬟ oder 24 ⬢,
je 44 DM, ab 10 Pack je 35,20 DM

Arbeitsheft Klickies – 12,00 DM

MEXBOX mit Arbeitsheft, 275 DM

Arbeitsheft MEXBOX – 15 DM

RAA-Hefte je 5 DM Schutzgebühr

Tonleitern der Weltkulturen ...
– 64 S. - Berechnung und optische Darstellung von Tonleitern;

Intelligenz nach Maßen? - Intelligenz der Rassen?
– 88 S. DIN A 4; Stochastik, S II

Mathe zum Kulturvergleich
– 76 S., Materialiensammlung für interkulturelles Lernen im Mathematikunterricht; Kl. 5 - 12

Gleichungssysteme, für Schüler/innen im 8./9. Schuljahr, 64 S. DIN A 5 - Sonderpreis 10 DM - so lange Vorrat reicht.

Broschüren und Arbeitshefte im Format DIN A 4 – Inhaltsangaben siehe Materialienlisten

Logisch?

Lösung der "Knobelaufgabe"
auf der letzten Seite des letzten Rundbriefes:

die Chirurgin ist die Mutter

Manch eine/r mag es sofort gesehen haben.
Viele assoziieren bei **Chirurgen**, auch in der
Formulierung **Chirurgenteam** eben meistens Männer.
Das zeigt: die männliche Formulierung wie z.B.
Lehrer ist eben doch nicht neutral.

Literaturangabe:
Douglas R. Hofstadter
Metamagicum, 1988
zitiert in C. Niederdrenk-Felgner,
Computer im koedukativen Unterricht,
Tübingen, DIFF, 1993