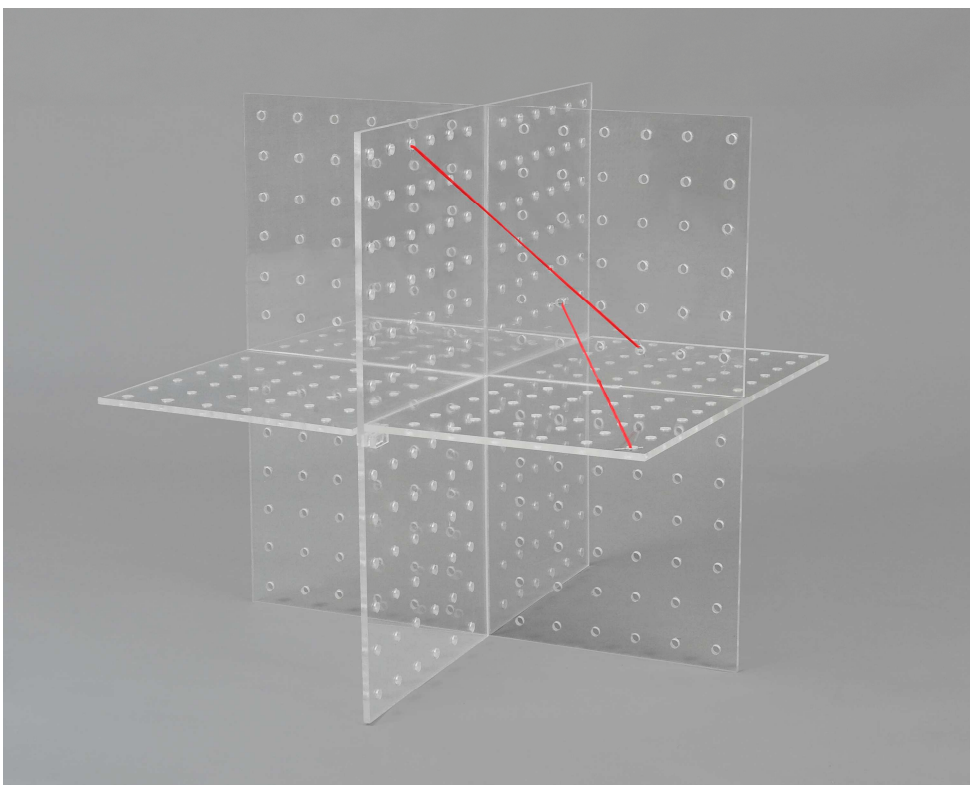


Anschauliche analytische Geometrie – mit und ohne Koordinatenmodell



**Didaktische Anmerkungen zur Vektorgeometrie
und Sammlung kontextbezogener Aufgaben**

Inhalt

Vorwort	3
1. Zum Einsatz des Koordinatenmodells im Unterricht	4
1.1 Aufbau und Handhabung	4
1.2 Analytische Geometrie mit dem räumlichen Koordinatenmodell	8
1.3 Das zu Grunde liegende Vektorkonzept – didaktische Anmerkungen	12
AB Räumliche geom. Deutung von Vektoren – Grundvorstellungen	14
AB Räumliche geom. Deutung von Vektoren – Geraden im Raum	15
AB Räumliche geom. Deutung von Vektoren – Längen und Abstände	16
Papiermodell Kopiervorlage 1	17
Papiermodell Kopiervorlage 2	18
1.4 Vorschlag für einen erkundenden Einstieg in die vektorielle Geometrie	19
2. Anregungen für Aufgaben in Sachkontexten	25
2.1 Übungen zur geometrischen Deutung von Vektoren	25
Kaufhaus	25
Flugbahnen	25
2.2 Vektoraddition, skalare Multiplikation, Betrag eines Vektors	26
Ballonfahrt I	26
Ballonfahrt II	28
Skulptur	30
Versicherungsbetrug	32
2.3 Vektorielle Darstellung von Geraden	34
DSDS	34
Segelflieger I	38
Segelflieger II	40
Geeignete Geraden finden und darstellen	42
2.4 Lagebeziehungen bei Geraden	43
Zwei fliegende Modellhubschrauber	43
Zwei fliegende Modellflugzeuge	45
2.5 Vektorielle Darstellung von Ebenen	47
Raumverschönerung I	47
Schreibunterlage	49
2.6 Lagebeziehungen bei Ebenen und Geraden	51
Düsenjet und Segelflieger I	51
Düsenjet und Segelflieger II	55
Wilder Westen I	58
Wilder Westen II	62
Der Würfelkuchen	65
Wasserabfluss I	70
2.7 Winkel zwischen Vektoren	73
Grubenunglück I	73
Grubenunglück II	76
2.8 Ebenen in Normalenform	79
Raumverschönerung II	79
Mansard-Walm-Dach	81
Tetraeder	85
Wasserabfluss II	90
2.9 Abstandsberechnungen	92
Landung einer Raumkapsel	92
Absturz eines Düsenjägers	94
Flugschule (CAS empfohlen)	96
Kommunikationsfehler (CAS empfohlen)	101
Initiative	105
Die MUED	107

Das 3D-Koordinatenmodell
Preis: 16,00 €
ISBN 978-3-930197-xx-x

Copyright bei den Autor/innen

Vervielfältigung für schulische Zwecke erlaubt.

Vorwort

Liebe Lehrerin, lieber Lehrer,

mit dem 3D-Koordinatenmodell und dieser Broschüre bearbeitet die MUED nun neben ihren traditionellen Schwerpunkten "Analysis in realistischen Anwendungen" und "Problemorientierte Stochastik" auch die analytische Geometrie. Das Material stellt den Versuch dar, den programmatischen Ansatz der "Handlungsorientierung in relevanten Kontexten" (mehr dazu auf www.mued.de) in einem Bereich der Oberstufenmathematik umzusetzen, der bisher eher stiefmütterlich behandelt wurde. Die zu erwartenden Neustrukturierungen der Oberstufenlehrpläne in Folge einer Standardorientierung auf KMK-Ebene hat diesen Schritt nun jedoch nahe gelegt.

Daher umfasst diese Broschüre nicht nur eine Aufgabensammlung sondern auch einige grundlegende Überlegungen zur vektoriellen Geometrie mit einem Koordinatenmodell. So folgt auf die Einführung in die praktische Handhabung des Modell (1.1) eine Einordnung, warum und wie sich die Arbeit mit dem Modell im Unterricht anbietet (1.2). Die beiden anschließenden Abschnitte bieten eine didaktische Positionsbestimmung zum zu Grunde liegenden Vektorkonzept (1.3) und ein Plädoyer für schüleraktive Zugänge zur vektoriellen Geometrie. Beide zusammen genommen ergeben einen Vorschlag für einen möglichen Unterrichtsgang (1.4).

Im zweiten Teil folgt nun ein nach fachlichen Gesichtspunkten geordneter Aufgabensteinbruch. Die Aufgaben wurden von Philipp Hamers im Rahmen einer Projektarbeit für die MUED entwickelt und dann weiter überarbeitet mit dem Ziel, möglichst relevante Anwendungen der vektoriellen Geometrie so aufzubereiten, dass sie mit dem Koordinatenmodell zu bearbeiten sind. Letzteres erfordert notwendigerweise Kompromisse bzgl. des Datenmaterials. Auch sind die Anwendungskontexte in dem Bereich der Schulmathematik weniger reichhaltig und alltagsnah als in der Analysis oder der Stochastik. Somit können viele der Vorschläge wohl kaum als echte Modellierungsaufgaben realer Probleme gesehen werden denn eher als bereits didaktisierte Anlässe, Begriffsbildungen und modellhaft reale Anwendungen zu begreifen. Nach meiner Erfahrung lohnt es sich besonders, die ersten, recht einfach erscheinenden Aufgaben mit Muße zu bearbeiten und die Chancen des Kontexts Flugbahnen zur Ausbildung tragfähiger Grundvorstellungen zu nutzen. Besonders die Aufgaben in den letzten Kapiteln stellen aber auch schon recht komplexe Anforderungen, die z.T. den Wechsel von einer dynamischen Sicht (Flugbahnen) zu einer statischen (z.B. Konstruktionen an Gebäuden) erfordern. In Planung befindet sich eine Broschüre mit realen Problemen zur vektoriellen Geometrie.

Einige der Aufgaben sind geschlossen formuliert, können aber je nach konkretem Kurs und Einsatz im Unterrichtsprozess leicht geöffnet werden. Es schließen sich in der Regel Hinweise zur Lösung und Darstellung im Modell an. Hier finden sich kaum Abbildungen der Aufbauten mit dem Modell. Dies liegt daran, dass entsprechende Fotos nur mit sehr großem Aufwand produziert werden können (durch die Spiegelungen in den Plexiglasplatten wird die räumliche Wahrnehmung stark gestört). Daher wird zumeist computergenerierten Illustrationen der Vorzug gegeben. Für einige Aufgaben wird der Einsatz eines CAS als Rechenhilfsmittel empfohlen.

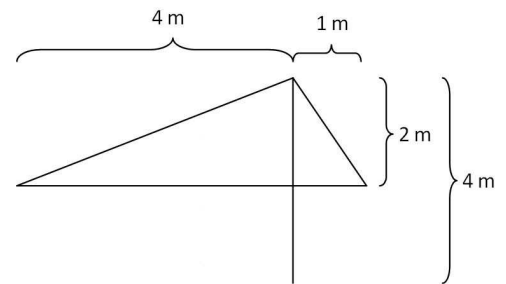
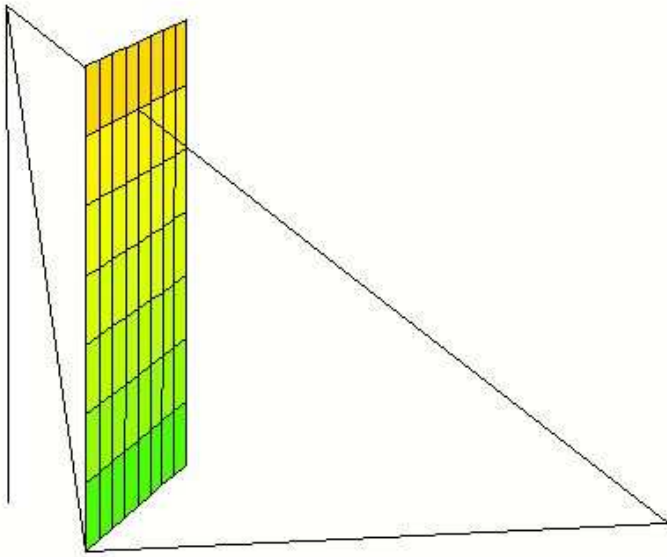
Insgesamt handelt es sich um relativ junges Material. Für Hinweise auf Fehler, Anregungen und Kritik ist die MUED sehr dankbar.

Volker Eisen

Skulptur

Anlässlich des Jahres der Mathematik 2008 will die Mathe-AG der Schule eine Mathe-Skulptur auf dem Schulhof errichten. Es soll ein großes Dreieck aus Stahlrohren um bzw. durch eine bestehende Betonwand gebaut werden. Titel des Kunstwerks: „Rechter Winkel“.

Die AG hat eine Skizze und einen Grundriss angefertigt. Nun beginnt das Rechnen...

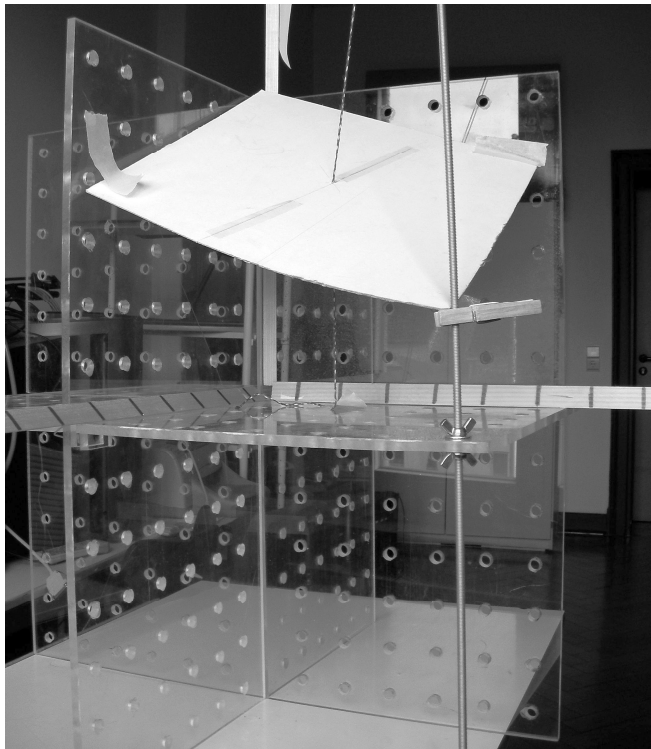


Gesamthöhe: 3,75 m

- Berechnen Sie, wie lang die einzelnen Rohre sein müssen.
- Begründen Sie, ob die Skulptur ihren Titel zu Recht trägt.

Darstellung im Modell: Die Betonwand kann z.B. bei entsprechender Wahl des Ursprungs durch die x_1x_3 – Ebene repräsentiert werden. Die Dreiecksseiten, die dann im Ursprung beginnen, werden auf der x_1x_2 – Ebene aufgezeichnet bzw. mit einem Draht eingefügt (1 m pro Einheit).

Die Längen können nachgemessen werden; die Winkel nur zum Teil.



Analytische Geometrie mit dem räumlichen Ko- ordinatenmodell der MUED

Bei Problemen der vektoriellen Geometrie in der Oberstufe fehlt Schülerinnen und Schülern oft eine tragfähige Vorstellung grundlegender räumlicher Begriffe. Dies liegt nicht zuletzt daran, dass räumliche Situationen kaum tatsächlich im Raum veranschaulicht und analysiert werden können – und wenn, dann nur mit erhöhtem Aufwand.

Einen praxistauglichen Kompromiss zwischen flexibler Darstellung und akzeptablem Materialaufwand bietet hier das räumliche Koordinatensystem der MUED. Es besteht aus drei $0,65\text{m} \times 0,65\text{m}$ große Plexiglasplatten, die jeweils mit einer regelmäßigen Lochung versehen sind. Die drei Platten werden als Koordinatenebenen orthogonal ineinander gesteckt – fertig ist der Grundaufbau. Dazu kommen unterschiedliche Hilfsmittel (z.B. Wäscheklammern, Paketschnur, Klebeband, Tonpapier oder Pappe) um Punkte und Punktmengen im Bereich des Koordinatenwürfels zu visualisieren.

Raumverschönerung

Sabine ist unzufrieden mit ihrem Zimmer. Der hohe Raum in der Altbauwohnung gibt zwar ein luftiges Wohngefühl, aber die alte Zimmerdecke sieht schon ziemlich runtergekommen aus. Ein Foto in einer „Schöner Wohnen“ Zeitschrift hat ihr gut gefallen: Dort hat jemand die Decke mit einem großen Tuch abgehängt.

Sie hat ein Bild im Kopf, wie es in ihrem Zimmer künftig aussehen soll: Sabine möchte ein großes Tuch zwischen die vier Zimmerecken spannen. Es soll dabei aber nicht parallel zum Boden befestigt werden, sondern so, dass der Eindruck einer in beide Richtungen gekippten Zimmerdecke entsteht.

Zur Umsetzung ihres Plans hat Sabine in die vier Zimmerecken jeweils Befestigungslöcher in unterschiedlichem Abstand zur Decke gebohrt: 0cm , 100cm , 150cm und 200cm .

Beim Anbringen des Tuchs ist es ihr jedoch nicht gelungen, ihre Vorstellungen umzusetzen: ständig liegt das Tuch in Falten – hat sie etwas falsch gemacht?

ISBN 978-3-930197-xx-x



9

783930 197408

€ 16,00