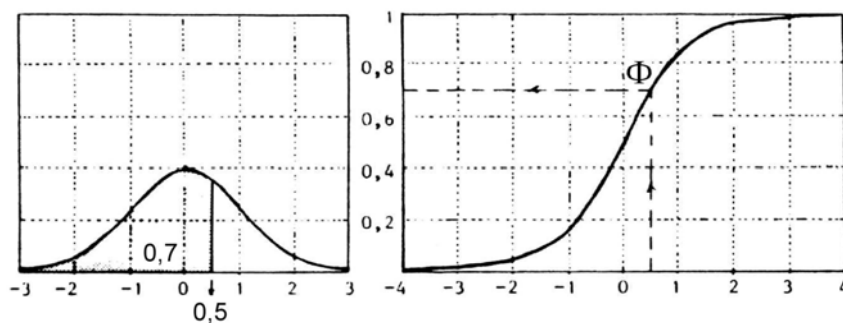
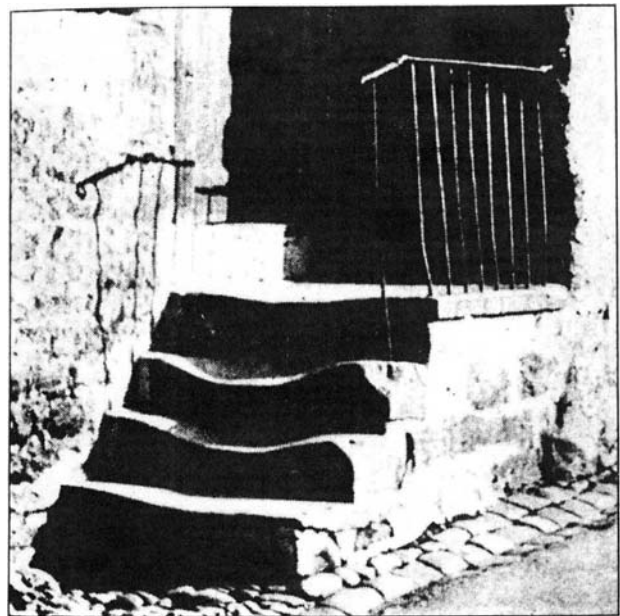


# Normalverteilung



**Experimentelle Einführung der Normalverteilung;  
Bestimmung von  $\mu$  und  $\sigma$  aus un/symmetrischen Einzeldaten,  
aus Datentabellen – grafisch und rechnerisch mit vielen Anwendungen;  
für den Stochastikunterricht in der Oberstufe**

# Inhalt

<b>A) Einführung</b>	<b>3</b>
Vorwort	3
Mathematischer Hintergrund	5
Zentraler Grenzwertsatz – empirisch	6
Erkundungen	7
Gaußsche Integralfunktion	10
<b>B) Bestimmung von <math>\mu</math> und <math>\sigma</math> aus gegebenen Einzeldaten</b>	<b>11</b>
Bestimmung von $\mu/\sigma$ aus symmetrischen Daten I: Größe/Alter	11
Bestimmung von $\mu/\sigma$ aus symmetrischen Daten II: Intelligenz	13
Bestimmung von $\mu/\sigma$ aus symmetrischen Daten III: Größe/Gewicht	15
Bestimmung von $\mu/\sigma$ aus symmetrischen Daten IV: Farben	17
Bestimmung von $\mu/\sigma$ aus unsymmetrischen Daten	18
<b>C) Grafische Bestimmung von <math>\mu</math> und <math>\sigma</math> aus Datentabellen</b>	<b>20</b>
Einführung zur grafischen Bestimmung	20
Wahrscheinlichkeitspapier	21
Übungen zur grafischen Methode	22
<b>D) Rechnerische Bestimmung von <math>\mu</math> und <math>\sigma</math> aus Datentabellen</b>	<b>30</b>
Einführung zur rechnerischen Bestimmung	30
Rechnerische Bearbeitung der Übungen	30
<b>E) Weitere Anwendungen</b>	<b>34</b>
Fertigpackungsverordnung – Brot und Backwaren	34
Die meisten Babys wiegen über drei Kilo	37
Kursänderungen	40
U-Bahn-Ungewissheit	42
<b>F) Klausurvorbereitung</b>	<b>44</b>
Hintergründe und Überblick	44
Typische Notations- und Denkfehler	47
Klausuraufgaben mit Lösung	49
<b>G) Anhang</b>	<b>56</b>
Normierungsfaktor der Gaußfunktion	56
10 DM-Schein	58
Initiative zur Verbesserung des Mathematikunterrichts	59
Die MUED	61

---

## Normalverteilung

Schriftenreihe Einführungen  
Nottuln-Appelhülsen 2013  
Preis: 12,50 €  
ISBN 978-3-930197-78-1

Copyright bei den Autor/innen

Vervielfältigung für schulische Zwecke erlaubt.

## Bestimmung von $\mu/\sigma$ aus symmetrischen Daten IV: Farben

---

"Diese Dose Farbe reicht aus für 9 bis 12 qm" steht auf einem Etikett.

Nimm an, dass die Oberfläche (in qm = m<sup>2</sup>), die man mit dem Inhalt so einer Dose streichen kann, eine normal-verteilte Zufallsgröße ist. Die "Garantie" des Fabrikanten bedeutet, dass ungefähr 95 % seiner Farbdosen die an sie gestellten Erwartungen (in Bezug auf die zu streichende Fläche) erfüllen.

- a) Mit welcher erwartbaren Oberfläche und welcher Standardabweichung hat der Fabrikant vermutlich gerechnet?
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man mit einer Dose Farbe nicht mehr als 9,75 m<sup>2</sup> streichen kann?

---

### BEARBEITUNG ZU SYMMETRISCHEN DATEN IV

---

X: Größe der Fläche in m<sup>2</sup>

a)  $\mu = \frac{9+12}{2} = 10,5; \Phi(1,96) - \Phi(-1,96) \approx 95 \%$

$10,5 + 1,96 \sigma = 12 \Rightarrow \sigma \approx 0,765; \text{ oder } 10,5 - 1,96 \sigma = 9 \Rightarrow \sigma \approx 0,765$

Der Fabrikant rechnet damit, dass im Durchschnitt 10,5 m<sup>2</sup> mit der Farbe gestrichen werden können bei einer Standardabweichung von rund 0,77 m<sup>2</sup>.

b)  $P(X \leq 9,75) = \Phi\left(\frac{9,75-10,5}{0,765}\right) = \Phi(-0,98) = 0,1635 \approx 16,4 \%$

In rund  $\frac{1}{6}$  der Versuche reicht die Farbe für maximal 9,75 m<sup>2</sup>.

## 10 DM-Schein

Auf dem alten 10-DM-Schein stand ein Porträt von Gauß und die Gaußsche Dichtefunktion.



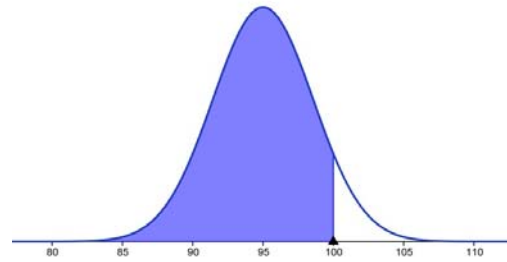
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Mit  $X = k$  und  $z = \frac{k-\mu}{\sigma}$  bzw.  $z^2 = \frac{(k-\mu)^2}{\sigma^2}$  folgt

$$P(X = k) = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{z^2}{2}} = \frac{1}{\sigma} \cdot \varphi(z)$$

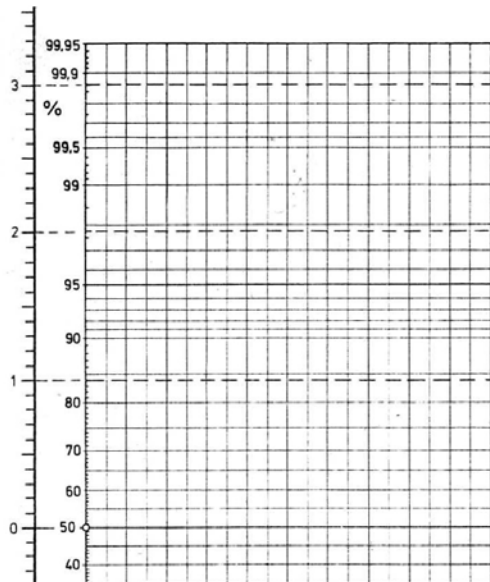
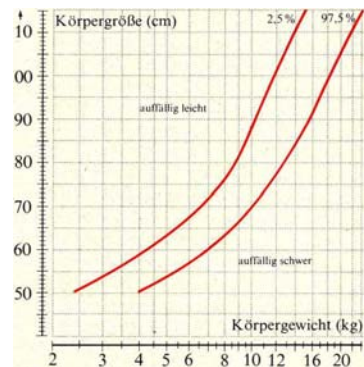
Unklar ist, wieso über  $x = 3$  das Maximum liegt statt (mit den Bezeichnungen oben) bei  $z = 0$  bzw.  $k = \mu$ . Letzteres soll wohl durch die 2. Achsenzeile angedeutet werden. Aber sowohl die Kurve als auch die Beschriftung der horizontalen  $z$ -Achse müssen achsensymmetrisch zur  $f$ -Achse verlaufen.

Wollen Sie den guten Grund für die Näherung der Binomialverteilung durch die Normalverteilung zeigen?



Wollen Sie die Normalverteilung als eigenständige und zentral wichtige Verteilung bearbeiten lassen?

Sollen Ihre Schüler/innen ihr eigenes Untersuchungsheft für Kleinkinder interpretieren können?



Brauchen Sie mit dem Wahrscheinlichkeitspapier einen schnellen Zugang zur Prüfung der Normalverteilungseigenschaft und zur Bestimmung von  $\mu$  und  $\sigma$ ?

Wollen Sie Ihre Schüler/innen eigenständig an vielerlei Aufgaben mit Selbstkontrolle durch Musterlösungen arbeiten lassen?

**Dann greifen Sie zu.**

ISBN 978-3-930 197-78-1

