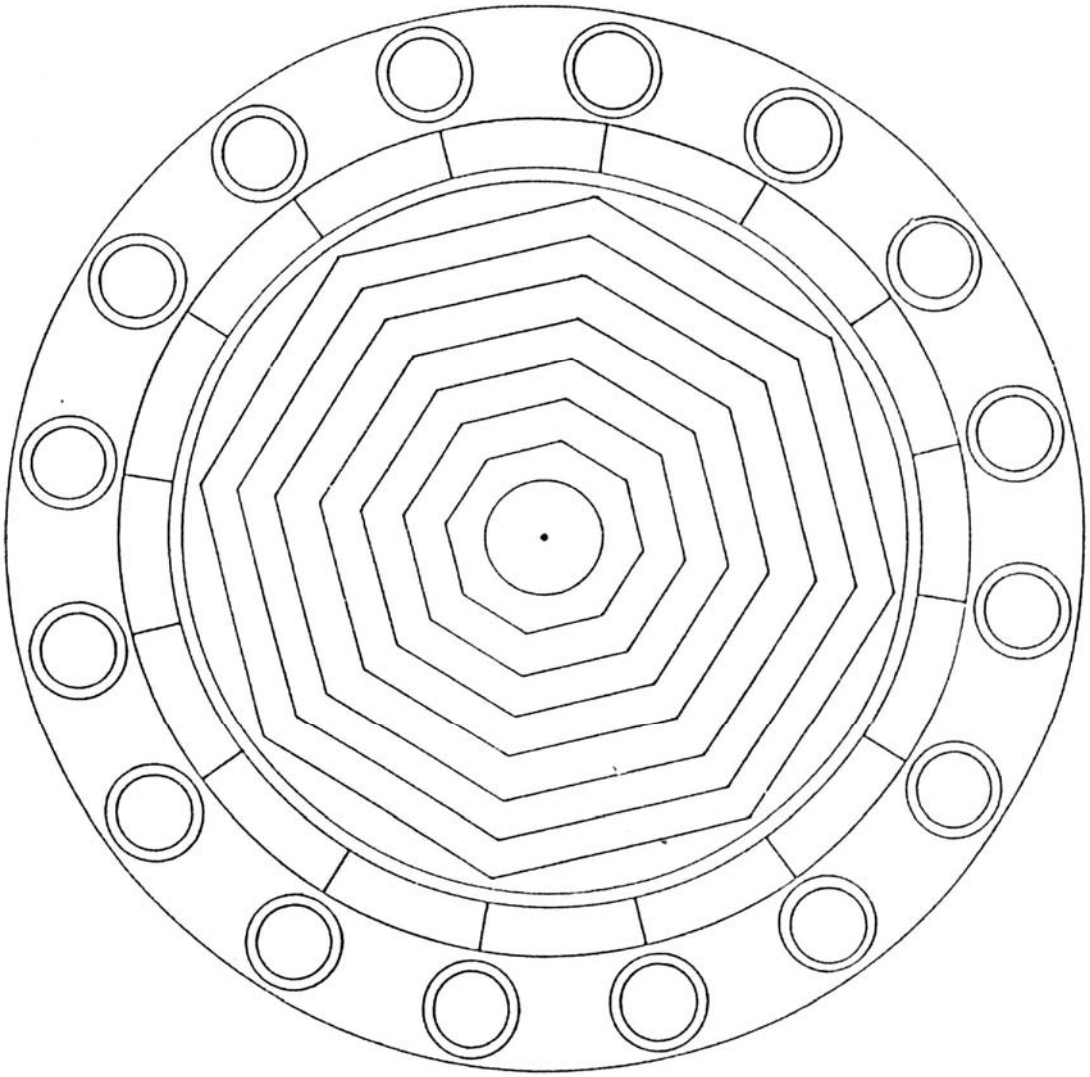
Heinz Böer

Mandalas

Interkulturelles Lernen im Mathematik- und Kunstunterricht



Eine fächerverbindende Unterrichtsreihe für Mathematik und Kunst
in der Klasse 6 als ein Beitrag zu interkulturellem Lernen

Inhalt

Einleitung **3**

Zur Bearbeitung im Unterricht **4**

Literatur zu Mandalas **11**

Einladungsblatt **12**
Folie 1 13
Arbeitsblatt 1 14
Arbeitsblatt 1a 15
Folie 2 16
Arbeitsblatt 2 17
Arbeitsblatt 3 18
Arbeitsblatt 4 19
Arbeitsblatt 5 20
Arbeitsblatt 6 21
Arbeitsblatt 7 22
Arbeitsblatt 8 23
Arbeitsblatt 9 24
Arbeitsblatt 10 25
Arbeitsblatt 11 26
Arbeitsblatt 12 27
Klassenarbeit 28

Mandalas
Preis: 7,50 €
1. überarbeitete Auflage 2006

ISBN 978-3-930197-50-7

Copyright bei den Autor/innen

Vervielfältigung für schulische Zwecke erlaubt.

Einleitung

Das Projekt Mandalas entstand aus einer Absprache zwischen mir und einer Kunstkollegin. Über seine Inhalte informierte ein Anschreiben, das ich für interessierte Kolleginnen und Kollegen formuliert hatte.

An alle Kunst- und Mathematiklehrer/innen in den 6-er-Klassen

Mandalas: Interkulturelles Lernen im Mathematik- und Kunstunterricht,

Mathematik: Schwerpunkt Drehungen und Drehsymmetrie (sowie Punktspiegelung und Punktsymmetrie)

- In vorgegebenen Mandalas ist das "kleinste erzeugende Element“ zu suchen, aus dem ein ganzes Mandala zu rekonstruieren ist.
- Die beiden anderen Kongruenzabbildungen (Verschiebung und Achsenspiegelung; letztere kommt hier auch vor) sollten – z. B. in Klasse 5 – schon behandelt sein.
- Winkel (Messen und Skizzieren) kann man irgendwann vorher in Klasse 6 behandeln oder auch zu Beginn der Reihe.

Kunst: Farbenlehre

- Die im Mathematikunterricht gefertigten Mandalas dienen als Vorlage für den Kunstunterricht, in dem sie farblich gestaltet werden unter Berücksichtigung der Symmetrien.

Gemeinsames Abschlussprojekt:

- Im Mathematikunterricht konstruiert jede/r Schüler/in ein eigenes Mandala in einen Kreis mit vorgegebenem Radius. Die Quadrate um die Mandalas herum werden zu Gesamtbildern zusammengesetzt. Diese sollten in der Klasse aufzuhängen sein und nach Fertigstellung aufgehängt werden: bei 30 Schüler/innen z. B. 2 Quadrate mit je 16 Mandalas (zwei Mandalas müssten zusätzlich hergestellt werden); bei 27 Schüler/innen z. B. 3 Quadrate mit je 9 Mandalas. Die Einzel-Mandala-Kreis-Größe muss dem zur Verfügung stehenden Platz im Klassenzimmer angepasst werden.
- Im Kunstunterricht wird wieder wie oben die Farbgebung für die einzelnen bzw. die zusammenzustellenden Mandalas überlegt. Die Auswahl der Farben sollte zwar individuell sein, war aber bestimmten Farbgesetzen unterworfen:
  1. Es musste bei der Farbwahl ein Komplementärkontrast entstehen (z. B. Blau – Orange).
  2. Dazu sollte ein Simultankontrast gewählt werden, d.h. eine Farbe, die im Farbkreis nahe bei einer der Komplementärfarben liegt (z. B. Rot, das neben Orange liegt; es hätte auch Blaugrün als Nachbarfarbe zu Blau sein können).
  3. Weiterhin sollte ein Hell-Dunkel-Kontrast gebildet werden (z. B. durch Schwarz).
  4. Z. T. ergab sich durch die Kontraste zu 1. und 2. ein Mengenkontrast (z. B. Rot und Orange zu Blau und Schwarz).

  Da die Auswahl der Buntstifte auf die wesentlichen Farben des Farbkreises beschränkt war, entstanden automatisch durch gleiche Farbwahl Gruppen von Arbeiten, die in der Formgestaltung der Mandalas unterschiedlich waren, aber durch die Farbwahl zusammengehörten

Interkulturelles Lernen:
Es sind Mandalas aus dem indianischen, christlichen, assyrischen, indischen, tibetanischen und islamischen Kulturkreis aufgenommen um zu zeigen, dass Mandalas in vielen Kulturen in ähnlicher Weise vorkommen. Auf mehreren Arbeitsblättern ist jeweils eine kulturspezifische Deutung notiert.
Zudem gibt es "nur" geometrisch motivierte Mandalas, die einfach als schön empfunden werden, z. B. wegen ihrer Symmetrien.
Dieser Beitrag zum Interkulturellen Lernen wird im Verlauf der Reihe immer wieder bewusstgemacht.

Zur Bearbeitung im Unterricht

Material
Die Arbeitsblätter für die Schüler/innen sollten weiß sein, weil sie im Kunstunterricht anschließend farblich gestaltet werden.
Für das Abschlussprojekt erhalten alle Schüler/innen dieselbe Vorlage, sodass sich die entstehenden Mandalas leicht zusammenstellen lassen.
Dazu wird ein (möglichst großes) Quadrat aus einem A3-Blatt geschnitten und der größtmögliche Kreis (Randabstand 1 cm) eingezeichnet.

Das Umfeld
Um eine zum Thema passende, meditative Grundstimmung im Mathematikunterricht (!) zu erzeugen, wurde für die gesamte Reihe vereinbart nicht zu reden. Durch kurzen Fingerzeig konnte allenfalls der Lehrer zu Hilfe gerufen werden, was seltener als sonst üblich geschah. Als Geräusch- und Stimmungshintergrund lief während der Stunde ruhige Meditationsmusik. Im weiteren Verlauf brachten die Schüler/innen auch "ihre" Musik mit. Ebenfalls wurde – als visuelle "Untermalung" – in jeder Stunde eine Folie eines Mandalas projiziert.

Dauer im Mathematikunterricht
6 Stunden; Übungen zur Arbeit und Arbeit: 2 Stunden; 9. Stunde: Projekt Mandala.

Zu den Materialien
Das Einladungsblatt ist für die Hand der Schüler/innen geschrieben. Man kann ihnen die nötigen Informationen natürlich auch ohne eigenes Blatt vorstellen.

<u>Teil 1: Nachzeichnen eines vorgegebenen Mandalas</u>

– Die Folie 1 ist zum Nachzeichnen (zumindest für den Anfang) zu aufwendig. Sie zeigt aber, dass es solche Formen gibt und ist der Zeichen-Anlass für die ersten Arbeitsblätter.
– Auf den Arbeitsblättern 1 und 1a sind vereinfachte Skizzen mit genauen Konstruktionsdaten gezeigt. Wenn einige Schüler/innen AB 1 schnell fertig haben, während andere noch mit ihrem Zirkel und Geodreieck hadern, können sie noch das schwierigere AB 1a bearbeiten.
  In der Hausaufgabe zur 2. Stunde sollte AB 1 zu Ende geführt werden. Interessierten bzw. schnellen Schüler/innen (s. o.) habe ich auf Nachfrage auch noch AB 1a gegeben.
– Bei Folie 2 handelt es sich nicht um eine Kreisfigur. Der irritierende Effekt in der Mitte kommt bei reiner Kreisbogenkonstruktion nicht zustande. Das kann man die Schüler/innen auch auf Kopien testen lassen ("Suche nach Kreismittelpunkten für die eingezeichneten Kreisbögen ...").
– Man kann auch direkt an das Zeigen und Besprechen der Folie 2 das Arbeitsblatt 2 anschließen mit einer anderen, aber ähnlichen Kreiskonstruktion. Die Schüler/innen müssen hier herausfinden, dass die kleinen Kreisen den halben Radius haben und dass ihre Mittelpunkte auf einem Kreis um den Mittelpunkt des großen Kreises mit ebenfalls einem Radius von 4,5 cm liegen – und zwar in 12 gleichen Abständen (entspricht 30°). Ich habe die Bearbeitung nicht im Unterricht machen lassen, sondern für die Hausaufgabe freigestellt und nur kurz zu Beginn der nächsten Stunde erläutert. Da sich durch die Schraffierung schöne Bildeffekte ergeben, haben viele Schüler/innen z. T. sogar mehrere solcher Kreismandalas angefertigt.

Das Ornament ist hier absichtlich nicht deutlich skizziert. Das Konstruktionsprinzip ist noch ermittelbar, aber das Mandala ist nicht abzupausen.

- Die beiden typischen Elemente (Kreise und symmetrische Strecken) von Mandalas kommen in den ersten konstruierten Mandalas vor.
  Beide haben auch schon typische Symmetrie-Eigenschaften.
- Die beiden (oder vielleicht auch mehr) Konstruktionen der Schüler/innen gehen als Vorlage in den Kunstunterricht, deshalb sollten sie auf weißem Papier erstellt werden (s. o.).

<u>Teil 2: Symmetrie-Eigenschaften herausfinden</u>

Es geht um die Suche nach

- Symmetrieachsen für Achsenspiegelungen
- Drehwinkeln für drehsymmetrische Figuren
- kleinsten "erzeugenden" Elementen, aus denen durch Spiegeln und Drehen die Gesamtfigur konstruiert ist.

Besonders letzteres ist für die Baumeister von großen Mandala-Figuren wichtig, da für die Gesamtherstellung immer wieder dieselben Schablonenteile Verwendung finden können.

- AB 3: Die Schüler/innen sollten zunächst mit dem Mandala unten rechts beginnen, da dort Achsen- und Drehsymmetrie leicht zu finden sind.
  Kathedrale von Lausanne: Es gibt 4 Symmetrieachsen und einen Drehwinkel von 90°.
  Im Kontrast dazu ein Indianisches Mandala: Es hat insgesamt weder Dreh- noch Achsensymmetrie. Innen gibt es keine Achsensymmetrie, aber eine Drehsymmetrie mit dem Drehwinkel 120°. Außen sieht es auf den ersten Blick nach einer 4er-Achsen-Symmetrie aus, aber es gibt rechts oben und links unten jeweils ein leeres Feld und die Umrandung der Mitte hat zwei schmale Halbmonde oben und unten. Halbmonde und Leerstellen lassen sich nicht gleichzeitig spiegeln; die Leerstellen im Übrigen überhaupt nicht, da sie nicht in der Mitte ihres Feldes liegen. Es gibt also außen auch keine Achsensymmetrie. Mit einer 180°-Drehung ist der Außenbereich allerdings ineinander überführbar.
  Die Auswahl soll zeigen, dass Mandalas typische Symmetrien haben, dass man aber auch genau aufpassen und hinsehen muss.
- Mit AB 4 wird Spiegelung und Drehung zusammengeführt zum Auffinden des kleinsten erzeugenden Elementes:
  Notre Dame: Durch die Mitte und den ersten Rosenkranz vorgegeben weist das Fenster eine 12er-Drehsymmetrie mit einem Drehwinkel von 30° auf. Zusätzlich ist der zu drehende Kreisausschnitt selber noch einmal achsensymmetrisch.
  Chartres: Auch hier liegt eine Drehsymmetrie mit einem Drehwinkel von 30° vor und der Kreisausschnitt ist achsensymmetrisch.
  Bei der geforderten Beschreibung (Bildmitte) soll das resultierende Konstruktionsprinzip erläutern werden: Das kleinste Flächenstück wird gespiegelt, um dann 12-mal (bzw. noch weitere 11-mal zusätzlich zum Ausgangs-Teilelement) um 30° gedreht zu werden zur Vervollständigung des Gesamtmandalas.

– Die Ergebnisse von Arbeitsblatt 4 und aller folgenden wird in die Tabelle auf Arbeitsblatt 5 eingetragen. Hier die Lösungen zu Arbeitsblatt 5:

Nr.	Drehwinkelgröße	Kreisausschnitt achsensymmetrisch?	Zahl der Symmetrieachsen	Teilausschnitt für das Ganze
4a	30°	ja	12	1/24
4b	30°	ja	12	1/24
6a	---	---	--	---
6b	60°	ja	6	1/12
6c	90°	ja	4	1/8
6d	90°	nein	0	1/4
6e	180°	ja	2	1/4
6f	---	---	---	---
7a	180°	ja	2	1/4
7b	45°	ja	8	1/16
7c	60°(ohne Halbmond)	ja	6	1/12
7d	≈12,9°	ja	28	1/56
7e	30°	nein	0	1/12
7f	90°	nein	0	1/4
8	90°	ja	4	1/8
9	90°	ja	4	1/8
10a	72°	nein	0	1/5
10b	45°	ja	8	1/16
11	90°	ja	4	1/18
12	45°	ja	8	1/16

– AB 6 und 7: Die Blätter können als Übungsmaterial genutzt werden: Wenn das Einzeichnen von Spiegelachsen noch Probleme machte, so kann das hier geübt werden. Wenn das Ermitteln von Drehwinkeln noch der Übung bedarf, können dafür einige Mandalas ausgewählt werden: Beide Übungsteile sind nicht "identisch": nicht jeder Winkel zwischen Symmetrieachsen ist ein Drehwinkel für eine Drehsymmetrie und umgekehrt führt eine Drehung um 180° nicht unbedingt auf eine Achsensymmetrie – s. AB 3 und 6/7. Schwerpunkt und neu ist für diese Seiten das Auffinden des kleinsten erzeugenden Elementes durch Einzeichnen von Drehwinkeln und Markieren der Symmetrieachse.

6a: Keine Dreh- und keine Achsensymmetrie.

6b: Drehwinkel 60° und das Drehelement ist achsensymmetrisch. Es gibt 6 Symmetrieachsen. Sie teilen das Mandala in 12 Segmente, die Drehsymmetrie arbeitet allerdings nur mit 6 identischen Kreisausschnitten.

6c: Drehwinkel 90° und achsensymmetrischer Kreisausschnitt; 4 Symmetrieachsen.

6d: Keine Achsensymmetrie. Drehwinkel 90°, wenn man von Zeichenungenauigkeiten absieht.

6e: Die 4 langen Spitzen außen und die 6 langen Spitzen innen erlauben nur einen Drehwinkel von 180°; 2 Symmetrieachsen.

6f: Keine Dreh- und keine Achsensymmetrie, auch ohne Beachtung der Spiralmitte.

7a: Drehwinkel 180° wegen der 6er-Symmetrie innen und der 8er-Symmetrie der ersten Blätterreihe: 2 Symmetrieachsen.

7b: Drehwinkel 45°, achsensymmetrischer Kreissausschnitt; 8 Symmetrieachsen.

7c: Wegen des Halbmondes keine Drehsymmetrie, eine Symmetrieachse. Ohne Beachtung des Halbmondes: Drehwinkel 60° mit achsensymmetrischem Kreisausschnitt; 6 Symmetrieachsen.

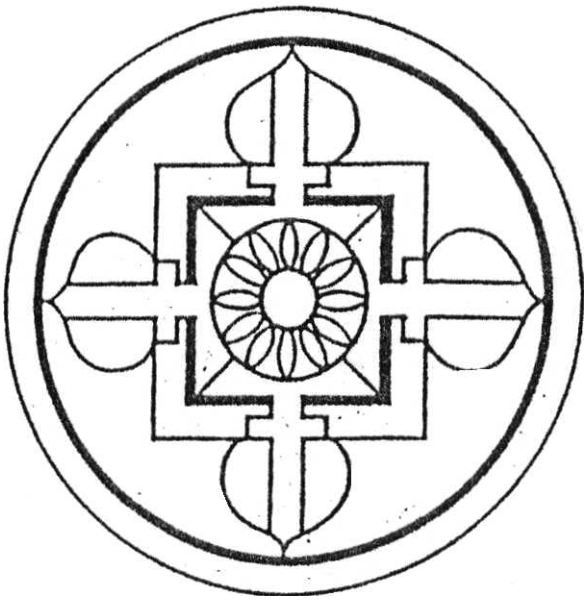
7d: 28er-Drehsymmetrie mit einem Drehwinkel von rund 12,9° und achsensymmetrischem Kreisausschnitt; 28 Symmetrieachsen.

7e: Drehwinkel 30°, keine Achsensymmetrie. Ohne Beachtung der "Pfeile" sind die Kreisausschnitte achsensymmetrisch und es gibt 12 Symmetrieachsen.

7f: Drehwinkel 90°; der Kreisausschnitt ist nicht achsensymmetrisch.

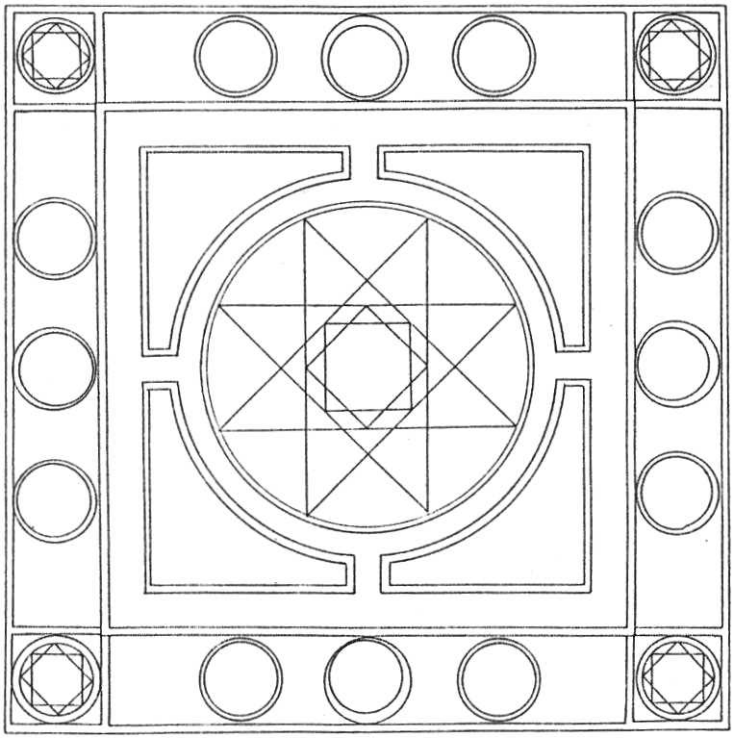
✸ Mandalas von den Arbeitsblättern können bei Bedarf für den Kunstunterricht groß kopiert werden.

Teil 2 wurde in der 2. und 3. Stunde und in Hausaufgaben bearbeitet.



<u>Teil 3: Rekonstruieren eines Mandalas aus einem kleinsten Teilstück</u>
Das Konstruieren eines Gesamtmandalas aus Teil 1 und das Erkennen eines "erzeugenden" Teilstücks aus Teil 2 wird hier zusammengeführt.

– AB 8: Die Gesamtfigur entsteht durch Spiegeln und Drehen wie angegeben. Das Ergebnis siehe rechts:
  In der 4. Unterrichtsstunde wurde das AB 5 bis Nr. 7f besprochen und die Rekonstruktion (AB 8) begonnen, die als Hausaufgabe zu Ende geführt wurde.
– AB 9: Hier sind mit dem vorgegebenen Element sowohl nur Spiegelungen als auch nur Drehungen möglich. Das kleinste erzeugende Element halbiert die vorgegebene Figur achsensymmetrisch, siehe unten:



– AB 10 - 12 sind wieder als zusätzliches Übungsmaterial gedacht. Ergebnisse:
  ✸ Wichtig ist, dass für die AB 10 - 12 ausdrücklich erlaubt wird, dass "krumme" Linien mit der Hand gezeichnet werden dürfen. Es kommt hier auf den Symmetrie-Eindruck des Gesamtbildes, nicht so sehr auf die exakten Konstruktionen an.

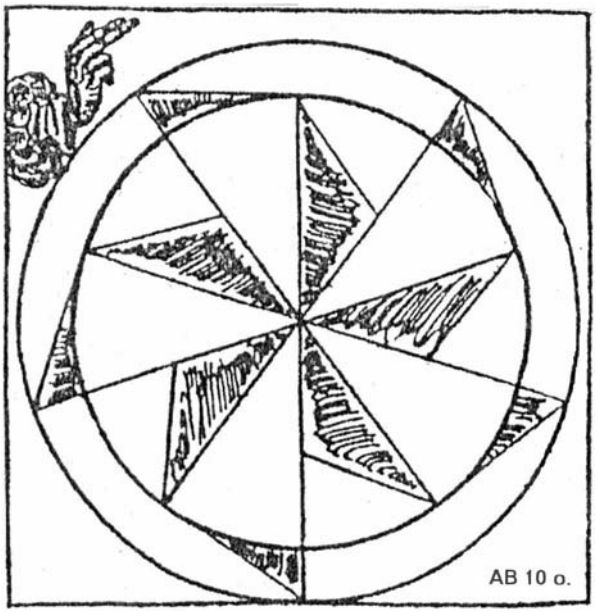
- Die Arbeitsblätter sollten wieder weiß sein, damit die konstruierten Mandalas im Kunstunterricht farbentreu weiterbearbeitet werden können (s. o.).

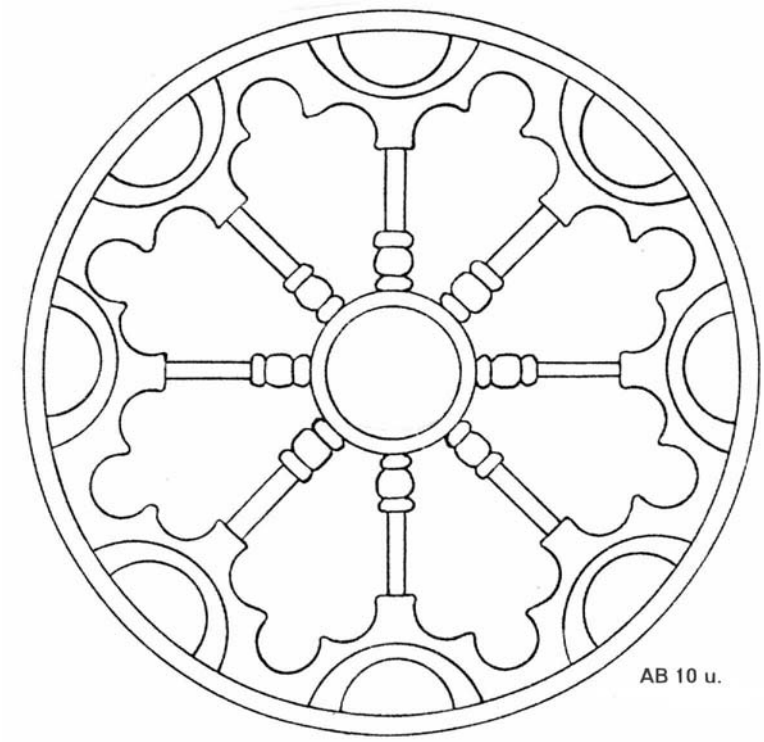
Die Arbeitsblätter 9 bis 12 wurden gleichzeitig ausgelegt. In beliebiger Reihenfolge sollten sie in der 5., 6. Stunde und den Hausaufgaben bearbeitet werden.

Teil 4: Herstellen eigener Mandalas

und farbliche Gestaltung im Kunstunterricht für die Erstellung von Gesamtmandalas, die im Klassenraum aufgehängt werden. Die Schüler/innen erhalten dazu quadratische weiße Papiere mit vorgegebenem Außenkreis, der vorher den Aufhängemöglichkeiten im Klassenraum angepasst werden muss.

Mehrere Schüler/innen wollten mehrere Vorlagen, um verschiedene eigene Mandalas zu konstruieren und dann zu kolorieren. Das ermöglichte für die "Gesamtkunstwerke" Auswahlentscheidungen.



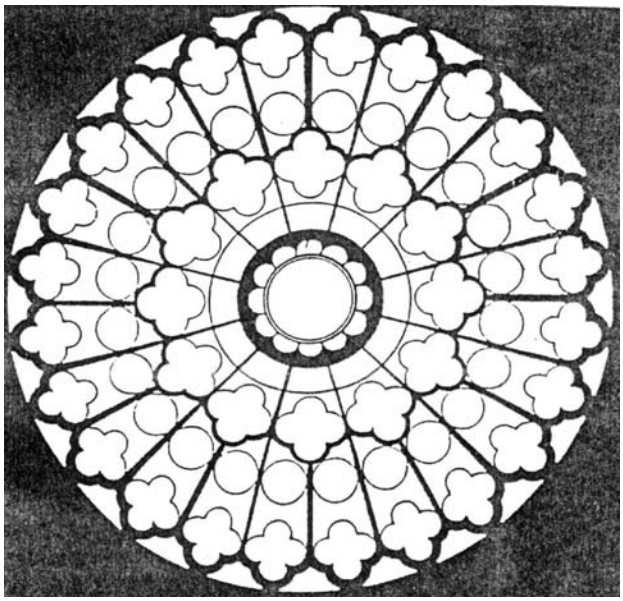


Arbeitsblatt 4

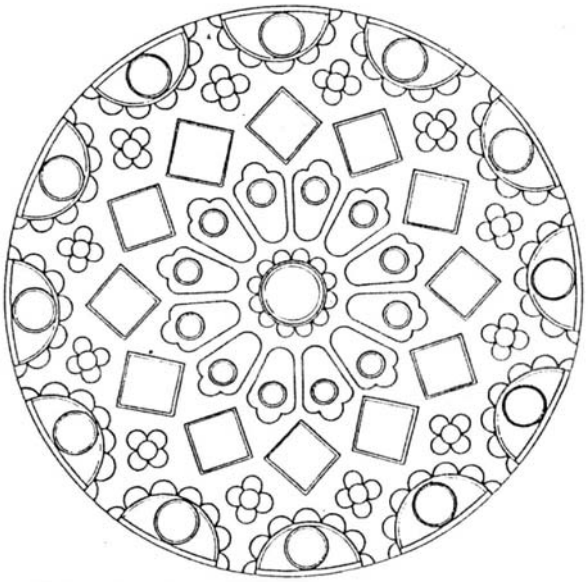
Markieren des kleinsten erzeugenden Elements

In den christlichen Kathedralen aus der Zeit der Gotik (ca. 12. - 15. Jahrhundert) findet man in den kreisrunden Glasfenstern Formen, die denen der Mandalas ähnlich sind. Diese Fenster heißen Rosenfenster, denn sie erinnern an Blüten, die sich der Sonne öffnen. Das Glas der Fenster strahlt farbig und ist oft mit Motiven aus dem alten oder neuen Testament bemalt. Die ersten dieser gewaltigen Fenster entstanden im 12. Jahrhundert in Frankreich. Das linke Fenster stammt aus der Kathedrale Notre Dame in Paris, das rechte aus der Kathedrale von Chartres.

- Markiere in beiden Bildern das **kleinste erzeugende Element**, also den kleinsten Kreisausschnitt, mit dessen Hilfe wir durch **Spiegeln** und bzw. oder **Drehen** das komplette Mandala erhalten können.
  Beschreibe, wie du aus deinem Teilstück das Ganze wieder herstellen kannst.



a) Rosenfenster der Kathedrale von Notre Dame



b) Rosenfenster der Kathedrale von Chartres