

MATHE KOFFER

Funktionen



Herausgeber:innen:
Regina Puscher
Rüdiger Vernay
Volker Eisen
Philipp Hamers
Christoph Maitzen

- verständnisorientiertes Lernen
- vielfältige Zugänge
- Experimente und Entdeckungen
- Differenzieren und Üben



Einführung in den Mathekoffer Funktionen	6
Intentionen dieses Koffers und didaktische Leitideen zum funktionalen Denken	
<i>Zuordnungen (Klasse 5/6)</i>	
Muster legen	
Eine Systematik in verschiedenen Muster-Folgen erkennen	8
Propädeutische Erfahrungen mit Zuordnungen und Wertetabellen machen	
- <i>Material im Koffer: 250 Holzplättchen, 4 Vorlagen mit je 8 Arbeitskarten</i>	
<i>Zuordnungen (Klasse 5/6)</i>	
Große Leute - lange Arme?	
Wie kann die Mathematik helfen, Zusammenhänge zwischen Größen zu erfassen, zu beschreiben und darzustellen?	13
- <i>Material im Koffer: Maßbänder</i>	
<i>Zuordnungen (Klasse 6/7)</i>	
Treppenlauf	
Erkennen, dass nicht jeder in der Tendenz vorhersagbare Zusammenhang zwischen zwei Größen sich mit einer Funktionsgleichung beschreiben lässt	17
<i>Zuordnungen (Klasse 6/7)</i>	
Proportional - antiproportional	
Stationenlernen zum Erkunden von proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen	20
- <i>Material im Koffer: 8 Sets zylindrische Körper mit 4 verschiedenen Durchmessern, 2 x 5 Arbeitskarten, Ausschneidebogen, Holzplättchen</i>	
<i>Zuordnungen (Klasse 6/7)¹</i>	
Türme bauen	
Dreidimensionale Muster legen: Verschiedene Funktionstypen propädeutisch erkunden	24
- <i>Material im Koffer: 250 stapelbare Holzplättchen</i>	
<i>Funktionen, Zuordnungen (Klasse 7/8 und Eingangsphase Oberstufe)</i>	
Graphen laufen	
Zeit-Weg-Graphen in eigene Bewegungen umsetzen	26
- <i>Material im Koffer: 15 Arbeitskarten</i>	
<i>Lineare Funktionen (Klasse 7/8)</i>	
Geburtstagskerzen abbrennen	
Den Abbrennvorgang von Kerzen in Wertetabellen, Graphen und Funktionsgleichungen dokumentieren	33
- <i>Material im Koffer: 36 Torten-Kerzen mit Kerzenhalter</i>	
<i>Lineare Funktionen (Klasse 7/8)</i>	
Muster - linear	
Eine Systematik in verschiedenen Muster-Folgen erkennen und in Wertetabellen, Graphen und Funktionsgleichungen umsetzen	36
- <i>Material im Koffer: 250 Holzplättchen</i>	
<i>Lineare Funktionen (Klasse 7/8)</i>	
Kreisrund	
Messungen an kreisförmigen Gegenständen: Woran erkenne ich in der graphischen Darstellung einen linearen Zusammenhang? Steigungsdreieck und -begriff verdeutlichen	43
- <i>Material im Koffer: 8 Sets zylindrische Körper mit 4 verschiedenen Durchmessern</i>	

¹ Hinweis: Auch in den folgenden Unterrichtsanregungen finden sich Vorschläge, die sich gut für „Zuordnungen“ eignen, wenn auf die Vertiefung in der jeweiligen Funktionenklasse verzichtet wird.



Lineare Funktionen (Klasse 7/8)

Feder und Gewicht

Wie verändert sich die Federlänge durch das Anhängen von unterschiedlich schweren Gewichtsstücken? 45

Verschiedene Darstellungsformen für lineare Zusammenhänge verwenden

- *Material im Koffer: 2 Stahlfedern*

Zuordnungen, lineare Funktionen (Klasse 6-8)

Auf der Landstraße

Bewegungsgraphen in reale Bewegungen und eine passende Geschichte übersetzen 49

- *Material im Koffer: Karteikarten, Autos und Straßenstücke für Gruppenarbeit und Tafel*

Lineare Funktionen (Klasse 7/8)

10 x10 - Feld

Gummiringe in einem Raster spannen: Steigung entdecken und Gesetzmäßigkeiten bei linearen Funktionen erforschen 53

- *Material im Koffer: 15 Stück 10x10-Felder, Gummiringe, 14 Arbeitskarten*

Lineare Funktionen (Klasse 7/8)

Geraden stellen

Mit dem eigenen Körper Veränderung bei Variation von Parametern in der Funktionsgleichung einer Geraden erfahren 56

Lineare Funktionen (Klasse 7/8)

Goldadern entdecken

Angelehnt an "Schiffe versenken" – hier mit Geraden. Üben in unterschiedlichen Richtungen: Parameter bei linearen Funktionen variieren, Gleichungen erstellen, Graphen zeichnen 58

Lineare Funktionen (Klasse 7/8)

Lineare Funktionen würfeln

Ein Spiel um Funktionsgleichungen, Graphen, Eigenschaften linearer Funktionen 60

- *Material im Koffer: 15 Würfel*

Lineare Funktionen (Klasse 7/8)

Spiel „Was gehört zusammen?“

Ein Quartettspiel zur Vertiefung der Darstellungsvernetzung bei linearen Funktionen 66

- *Material im Koffer: 2 Kartenspiele*

Quadratische Funktionen (Klasse 8/9)

Bremswege

Wie hängt der Bremsweg mit der Geschwindigkeit zusammen? 69

Vorschlag für ein Experiment mit dem Fahrrad und dessen Auswertung

Quadratische Funktionen (Klasse 6-10)

Schriftgröße - Flächenbedarf

Wie ändert sich der Flächenbedarf für einen Computertext, wenn man den verwendeten Schriftgrad vergrößert? 76

Quadratische Funktionen (Klasse 8/9)

Reaktionszeiten messen

Die eigene Reaktionszeit messen: Wie schnell kann ich reagieren? 82

Warum ist die Skala des Reaktionszeittesters nicht linear eingeteilt?

- *Material im Koffer: 9 Reaktionszeittester*



Quadratische Funktionen (Klasse 8-10)

Fallschnur

Das Fallgesetz akustisch erfahren: In welchen Abständen müssen Muttern an einer Fallschnur befestigt werden, damit sie in gleichmäßigen Zeitabständen auf dem Boden aufschlagen?

85

- *Material im Koffer: Schnur, 50 Sechskantmuttern, Maßbänder*

Quadratische Funktionen (Klasse 9/10)

Spiel "Most wanted"

Ein Spiel, um die Zuordnung von Parabelformen zu den Parametern in den Funktionsgleichungen zu üben und zu vertiefen

87

- *Material im Koffer: 2 Kartenspiele, Spielpläne*

Quadratische und lineare Funktionen (Klasse 8-10)

Spiel "Funktionen im Rösselsprung"

Ein Spiel um Funktionsgleichungen, Graphen, Eigenschaften und sprachliche Beschreibungen linearer und quadratischer Funktionen zu vernetzen

95

- *Material im Koffer: 6 Spielfelder, 30 Spielsteine*

Quadratische Funktionen (Klasse 8-10)

Parabeln stellen

Mit dem eigenen Körper Veränderung bei Variation von Parametern in der Funktionsgleichung von Parabeln erfahren

99

Exponentialfunktionen (Klasse 9/10)

Temperaturabkühlung - ein Versuch

Experimentell wird der Abkühlungsvorgang eines Heißgetränks untersucht und ausgewertet.

102

Exponentialfunktionen (Klasse 9/10)

Das Wachstum einer "Schokolinsen-Bevölkerung"

Ein Populationswachstum experimentell untersuchen und eine Gleichung für das Wachstum herleiten

106

Exponentialfunktionen (Klasse 9/10)

Flummisprünge

Die Bewegung von Flummis: Eine Alltagssituation modellieren, Daten aus einem Experiment auswerten und auf verschiedene Weise beschreiben

110

Die Sprache funktionaler Zusammenhänge (Klasse 6-10)

Unterrichtspraktische Hinweise und Beispiele, um das Sprechen über funktionale Zusammenhänge zu fördern

119

Kurze Geschichte des Mathekoffers

124

Geraden stellen

30 - 45 Minuten



Kompetenzen

- **Inhaltlich:** Lineare Funktionen untersuchen: Funktionsgleichung, Steigung, Achsenabschnitt
- **Prozessbezogen:** Kommunizieren über Veränderung der Graphen bei Parametervariationen

Material:

- Klebeband
- Beschriftung für das Koordinatensystem: Zahlen in Größe DIN-A4 (x-Achse von -5 bis +5; y-Achse von -10 bis +10)
- Vorgaben zum Stellen der Geraden (Aufträge an die Klasse)

Möglicher Unterrichtseinsatz / Differenzierung

Voraussetzungen:

Aus Gleichungen für lineare Funktionen kann auf zugehörige Geraden und Wertetabellen geschlossen werden.

Für die Vertiefung: Steigung und y-Achsenabschnitt sind bekannt.

Ziele/leitende Fragestellung:

Ganzheitlicher Zugang zu Veränderungen von Steigung und y-Achsenabschnitt

Didaktische Hinweise:

Graphen schnell zeichnen zu können, ist eine wichtige Fähigkeit, die bei der Beschäftigung mit linearen Funktionen erworben werden sollte. Bei diesem Unterrichtsvorschlag wird dies durch eine ganzheitliche Beschäftigung ergänzt: Der eigene Körper ist ein Punkt auf dem Graphen in einem großen Koordinatensystem. Damit wird eine ungewohnte Wahrnehmung für Funktionsgraphen ermöglicht.

Der Fokus besteht darin, den Zusammenhang zwischen den Parametern bei Gleichungen von linearen Funktionen und den zugehörigen Geraden zu untersuchen. Dabei müssen die Lernenden für jeweils veränderte Parameter ihre neue Position im Koordinatensystem ermitteln. Ein vom Ansatz ähnlicher Unterrichtsvorschlag ist weiter hinten für Parabeln zu finden (siehe „Parabeln stellen“).

Methodisches Vorgehen:

Es wird ein großer Raum (Turnhalle, Aula, o.ä.) oder der Schulhof benötigt. Dort müssen zunächst mit Klebeband die Koordinatenachsen auf den Boden geklebt werden. Anschließend ist das Koordinatensystem mit großen Zahlen (DIN-A4) zu skalieren:

Von -5 bis +5 auf der x-Achse und von -10 bis +10 auf der y-Achse. Auf dem Schulhof kann man auch mit Kreide arbeiten. Dies kann man vor dem Unterricht vorbereiten, es ist aber auch schnell im Unterricht selbst machbar.

Neun Schüler:innen stellen jeweils eine Gerade, indem sie sich auf die entsprechenden Punkte im Koordinatensystem stellen (siehe Abbildung). Dafür begeben sich die Lernenden zunächst jeweils auf „ihren“ vorher festgelegten Wert auf der x-Achse (sie stellen also $f(x) = 0$). Nach Nennung der Funktionsgleichung durch die Lehrperson bewegen sie sich danach auf ihren zugehörigen y-Wert, indem sie passend vorwärts oder rückwärts gehen.





In den Aufträgen der Zyklen 1 und 2) werden Funktionsgleichungen vorgegeben. Die Neunergruppe stellt zunächst die Gerade zu $f(x) = x$. Anschließend wird die nächste Gleichung von der Lehrerin genannt. Jede Schüler:in berechnet ihren neuen y -Wert für den eigenen x -Wert. Auf Kommando bewegen sich alle auf ihren neuen Wert nach vorwärts bzw. rückwärts. Nun kann mit der ganzen Klasse die Veränderung des Graphen besprochen werden. Alternativ machen sich die Schüler:innen, die nicht im Koordinatensystem stehen, Notizen.

Es folgt der Übergang zur nächsten Geraden usw.

Zusätzliche Diskussionspunkte:

Was passiert, wenn a zwischen 0,5 und 0 liegt?

Was passiert, wenn a zwischen 0 und -1 liegt?

Was passiert, wenn a größer als 2 wird?

In Zyklus 2 stellt eine neue Gruppe wieder $f(x) = x$. Nun wird der y -Achsenabschnitt variiert.

Im dritten Zyklus (Vertiefung) sind zwei Punkte der Geraden vorgegeben. Die beiden Positionen werden von den entsprechenden Schüler:innen eingenommen. Die anderen sieben stellen sich anschließend passend, sodass sie eine Gerade durch diese beiden Punkte darstellen. Ziel ist es hier, die zugehörige Funktionsgleichung zu finden, die Steigung „abzulesen“ und den y -Achsenabschnitt zu bestimmen. Dies kann jeweils ganz unterschiedlich geschehen. Die verschiedenen Vorgehensweisen sollten vorgestellt und diskutiert werden.

Die Aufgabenfolge des Zyklus 4 sieht vor, einen Punkt und die Steigung vorzugeben. Es beginnt mit dem Schnittpunkt mit der y -Achse, danach werden beliebige Punkte ausgewählt. Die Schüler:innen positionieren sich anschließend an die Person, die den vorgegebenen Punkt darstellt, nacheinander jeweils im Abstand 1 zur vorherigen Person. Dabei bewegen sie sich entsprechend der Steigung (z. B. für $a = 2$: einen Schritt in x -Richtung machen und danach zwei Schritte nach oben). Das Augenmerk liegt einerseits darauf, den Zusammenhang zwischen Steigung und der Position im Koordinatensystem noch einmal bewusst zu machen, andererseits auf der Ermittlung der Geradengleichung.

Differenzierung:

- Neun Schüler:innen überlegen sich gemeinsam eine Gerade, notieren sie und stellen sie dann im Koordinatensystem. Der Rest der Klasse muss nun die zugehörige Funktionsgleichung ermitteln.
- Eine Schüler:innengruppe stellt eine Gerade, deren Steigung vorgegeben ist. Oder umgekehrt: die Schüler:innen stellen eine Gerade, die Klasse bestimmt die Steigung.
- Zwei Schüler:innengruppen sollen zwei Geraden stellen, die sich nicht schneiden.
- Zwei Schüler:innengruppen sollen zwei Geraden stellen, die sich schneiden.

Die erste Gerade wird gestellt, die anderen notieren die Funktionsgleichung. Nun wird diese Gerade wieder „entfernt“. Die zweite Gerade wird gestellt und die Funktionsgleichung notiert. Anschließend berechnen alle den Schnittpunkt. Der Schnittpunkt wird anhand der gestellten Graphen verglichen.



Bremswege mit dem Fahrrad

Teilt zunächst die Rollenkarten unter euch auf und lest anschließend die Versuchsbeschreibung.

Versuch

Ihr sollt die Bremswege eines Fahrrads bei verschiedenen Geschwindigkeiten messen. Dazu braucht ihr in eurer Gruppe ein Fahrrad mit einem Tacho.

Die Fahrerin/ der Fahrer beschleunigen auf die angegebene Geschwindigkeit und machen dann eine Vollbremsung. Die entstandene Bremsspur wird von den Mess-Beauftragten gemessen. Zu jeder Geschwindigkeit macht jede/r Testfahrer/in zwei Versuche.

Anschließend

Jede/r übernimmt die Daten des Versuchs. Ihr berechnet die Mittelwerte und zeichnet einen Graphen zum Versuch. Die unabhängige Variable kommt auf die x-Achse, die abhängige Variable auf die y-Achse. (Überlegt: Welche Größe gebt ihr vor, welche zweite Größe betrachtet ihr in Abhängigkeit von der gegebenen?)

Versuchsprotokoll

Fahrerin 1

Geschwindigkeit in km/h	Bremsweg in m
0	
1. Versuch: 5	
2. Versuch: 5	
1. Versuch: 10	
2. Versuch: 10	
1. Versuch: 15	
2. Versuch: 15	
1. Versuch: 20	
2. Versuch: 20	
1. Versuch: 25	
2. Versuch: 25	

Fahrerin 2

Geschwindigkeit in km/h	Bremsweg in m
0	
1. Versuch: 5	
2. Versuch: 5	
1. Versuch: 10	
2. Versuch: 10	
1. Versuch: 15	
2. Versuch: 15	
1. Versuch: 20	
2. Versuch: 20	
1. Versuch: 25	
2. Versuch: 25	

Mittelwert der vier Bremswege in m



Rollenkarten Bremswege

Materialverantwortliche und Messbeauftragte



Du sorgst dafür, dass kein Material-Chaos entsteht und dass alles geordnet wieder zurückkommt. Beim Versuch misst du mit einer Partnerin / einem Partner die Längen der Bremswege.

Technische Leiter:in und Messbeauftragte



Du kümmerst dich um eine geeignete Versuchsstrecke. Beim Versuch misst du mit einer Partnerin / einem Partner die Längen der Bremswege und sagst das Messergebnis für das Protokoll an.

Testfahrer:in 1



Beim Versuch fährst du so, dass du die vorgegebenen Geschwindigkeiten erreichst und machst eine Vollbremsung.

Chef:in



Du solltest die Fäden in der Hand haben. Bitte Sorge dafür, dass alles gut organisiert ist. Achte besonders darauf, dass die Zeit eingehalten wird.

Protokollant:in



Du bist dafür zuständig, die Messergebnisse zu protokollieren. Anschließend sorgst du dafür, dass alle die Messergebnisse in ihr Protokollblatt übernehmen.

Testfahrer:in 2



Beim Versuch fährst du so, dass du die vorgegebenen Geschwindigkeiten erreichst und machst eine Vollbremsung.