

Hypothesen-Testen

Exakter Vierfeldertafeltest von Fisher und Chi-Quadrat-Test

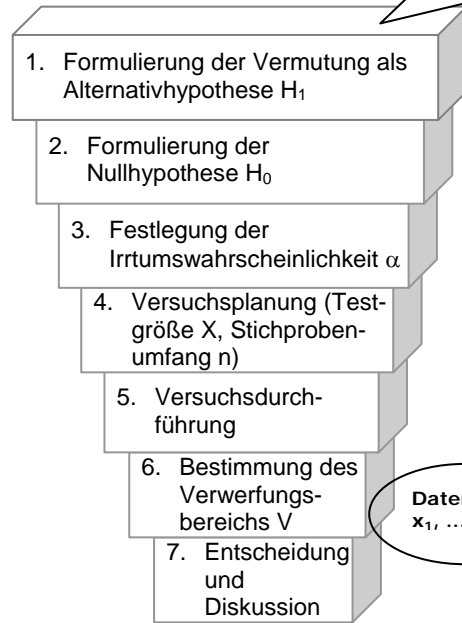
$$P(X = k) = \frac{(w - k + 1) \cdot (N_1 - k + 1)}{k \cdot (N_2 - w + k)} \cdot P(X = k - 1)$$

Pille kann Krebsrisiko erhöhen

$$\frac{P(X = k)}{P(X = k - 1)} = \frac{\binom{w}{k} \binom{N - w}{N_1 - k} \binom{N}{N_1}}{\binom{N}{N_1} \binom{w}{k - 1} \binom{N - w}{N_1 - k + 1}}$$

Lollipops beruhigen

Aufgrund von Vorüberlegungen oder Vorerfahrungen gelangt man zu einer Vermutung statistischer Art



| | Raucher | Nichtraucher | |
|--------------|----------------|---------------|--------------|
| Trinker | 35,4 % / 106,2 | 27,9 % / 83,7 | 63,3 % / 190 |
| Nichttrinker | 20,6 % / 61,8 | 16,1 % / 48,3 | 36,7 % / 110 |
| | 56 % / 168 | 44 % / 132 | 100 % / 300 |

$$P(X = 1) = \binom{8}{1} \cdot \binom{14}{2} : \binom{22}{3} = 8 \cdot 91 : 1540 \approx 47,3 \% \text{ und } P(X \leq 1) \approx 70,9 \%$$

$$P(X = 2) = \binom{8}{2} \cdot \binom{14}{1} : \binom{22}{3} = 28 \cdot 14 : 1540 \approx 25,5 \% \text{ und } P(X \leq 2) \approx 96,4 \%$$

Der exakte Vierfeldertafeltest von Fisher, der χ^2 -Test für Vierfeldertafeln als Unabhängigkeitstest und als Anpassungstest auch für mehrere Freiheitsgrade für den Stochastikunterricht in Grund- und Leistungskursen

Inhalt

| | |
|--|-----------|
| Einführung | 3 |
| I: Der exakte Vierfeldertafeltest von Fisher | 4 |
| Einführung | 4 |
| Übungen 1 - 6 | 7 |
| Lösungen zu den Übungen 1 - 6 | 8 |
| Vierfeldertafeltest für große Zahlen | 10 |
| Übungen 7 - 10 | 12 |
| Lösungen zu den Übungen 7 - 10 | 14 |
| Beispiele zum Rechnerprogramm | 17 |
| Das Rechner-Programm | 18 |
| Erläuterungen zum Pascal-Programm | 19 |
| II A: Chi-Quadrat-Test für Vierfeldertafeln | 20 |
| Einführung | 20 |
| Übungen I | 22 |
| Lösungen zu den Übungen I | 23 |
| Übungen II | 25 |
| Lösungen zu den Übungen II | 26 |
| Klausur Grundkurs 12.2 | 29 |
| II B: Chi-Quadrat-Test für mehrere Freiheitsgrade | 31 |
| χ^2 -Unabhängigkeitstest | 31 |
| Lösungen zum Unabhängigkeitstest | 34 |
| χ^2 -Anpassungstest | 37 |
| Lösungen zum χ^2 -Anpassungstest | 42 |
| Klausur Leistungskurs 13.1 | 46 |
| Weitere MUED-Broschüren zur Stochastik | 51 |
| Initiative zur Verbesserung des Mathematikunterrichts | 53 |

Hypothesen-Testen

Preis: 12,50 €

2. überarbeitete Auflage 2007

ISBN 978-978-3-930197-59-0

Copyright bei den Autor/innen

Vervielfältigung für schulische Zwecke erlaubt.

Einführung

Der Chi-Quadrat-Test ist der in der Testpraxis am häufigsten vorkommende Test. Insofern "begegnet" er dem Zeitungsleser, wenn von "Testergebnissen" die Rede ist oder man trifft als Anwender in der Berufspraxis auf ihn. Beide Situationen sind Anlässe, ihn auch in der Schule zu behandeln.

Der exakte Vierfeldertafeltest von Fisher ist in seiner Berechnung sperrig, aber er ist exakt. Schon deshalb sollte man ihn zumindest im Leistungskurs aufnehmen.

Die Broschüre "Orientierungswissen Stochastik" führt u. a. ein in das Testen von Hypothesen – es wird der Parameter p getestet durch Rückgriff auf einen PC, der nach Eingabe von p und n die gewünschten kumulierten Wahrscheinlichkeitswerte liefert.

Im Grund- und Leistungskurs schließe ich i. d. R. sofort den Chi-Quadrat-Test für Vierfeldertafeln an. Beides passt noch in die Jahrgangsstufe 12.2.

Da beide Testverfahren aber nur mit Einschränkungen zu der Problematik passen, liegt es nahe, noch den exakten Vierfeldertafeltest von Fisher einzuführen. Bei kleineren Zahlen ist er mit dem Taschenrechner auszurechnen. Für größere Zahlen ist ein PC-Programm entwickelt, das hier auch erläutert wird und bei der MUED bezogen werden kann.

Mit den drei Testverfahren – Parametertest, χ^2 -Test, Vierfeldertafeltest von Fisher – steht ein reichhaltiges Instrumentarium zum Testen zur Verfügung. Es erlaubt neben der Problembehandlung jeweils auch eine vergleichende Wertung untereinander. Einen Fundus weiterer Problemstellungen und Bearbeitungen dazu finden Sie in der Broschüre "Medikamententests". Soweit hier Tests mit Menschen vorkommen, müssen sie immer randomisierte, kontrollierte, doppelblinde Experimente sein (siehe Übung 10 b, Seite 16).

Ist der Chi-Quadrat-Test für Vierfeldertafeln eingeführt, dann lässt er sich leicht auf mehrere Freiheitsgrade (als Unabhängigkeitstest) fortsetzen.

Der χ^2 -Anpassungstest schließlich greift tief in die stochastische Modellbildung, da jeweils geprüft wird, ob eine gegebene empirische Verteilung zu einem stochastischen Modell passt. Das Thema gehört eher in den Leistungskurs, da es breit genutzt werden kann, wenn man einen Überblick über mehrere Verteilungen hat.

Die Einführungstexte sind als Unterrichtsleitfaden geschrieben, den ich auch an die Schüler/innen verteile.

Die Übungsseiten 7, 12/13, 22, 25, (29), 33, 37 - 41 können Sie vielfältig nutzen: Im Unterricht, als Hausaufgabe, als Wochenhausaufgabe, für Vorträge von Schüler/innen (z. B. Übung 4 auf Seite 3, Übung 8/9 auf Seite 41), für eigenständige Lernformen wie Gruppenpuzzle (Jigsaw-Methode; Hintergrund und Beispiel siehe www.mued.de unter "Methodenkoffer").

Alle Beispiele und Übungen im "Chi-Quadrat-Test für Vierfeldertafeln" passen auch in das erste Kapitel zum exakten Fisher-Test. Übung 7 und 10 von Seite 12/13 passen auch in das zweite Kapitel zum χ^2 -Test.

Die Nutzung des PC-Programms ist auch in Klausuren möglich: es reichen einzelne PCs für den ganzen Kurs. Sie können die Ergebnisse des Programms auch ebenso gut vorgeben – siehe die Grundkurs- und die Leistungskursklausur hinten.

Meine Schüler/innen haben sich auf die Probleme und die Bearbeitung eingelassen. Ihnen wünsche ich auch Interesse und Bereitschaft Ihrer Schüler/innen.



Übungen II

Machen Sie jeweils einen Parameter-Test und führen Sie einen χ^2 -Test durch. Vergleichen Sie die Testergebnisse.

1. Bis fast gegen Ende des 19. Jahrhunderts war die Sterblichkeit bei chirurgischen Eingriffen extrem hoch. Dann begann der britische Arzt Joseph Lister Karbolsäure zum Sterilisieren zu verwenden. Die Daten in der Tabelle zeigen das Ergebnis von 75 Amputationen von Lister, 35 ohne und 40 mit Karbolsäure.

(Ch. Winslow, *The Conquest of Epidemic Disease*, Princeton Univ. Press, 1943, S. 303)

| | | Karbolsäure | |
|-----------|------|-------------|------|
| | | Ja | Nein |
| Überlebt: | Ja | 34 | 19 |
| | Nein | 6 | 16 |

2. Die Vitamin-C-Studie von G. Ritzel dauerte nur 2 Wochen. Die gründlichere Toronto-Studie dauerte dagegen 2 Monate (Canadian Medical Association Journal, Sept. 1972, 503 - 508): 407 Personen nahmen täglich eine Vitamin-C-Tablette, während 411 Personen täglich eine Placebo-Tablette bekamen. Die Tabelle zeigt das Ergebnis diese doppelblinden randomisierten kontrollierten Experiments.

| | erkältet | nicht erkältet |
|-----------|----------|----------------|
| Vitamin C | 302 | 105 |
| Placebo | 335 | 76 |

3. Lancet (Okt. 1976) berichtet von einer Studie über die Überlebensrate von Patienten mit Herzstillstand. Bei sofortigen Wiederbelebensversuchen durch trainierte Laien haben 27 von 75 Patienten überlebt. Beim Warten auf einen Notarztwagen haben 43 von 556 Patienten überlebt.

4. Ein Lollipop ist ein wirksames Beruhigungsmittel vor Operationen. Dies ist das Ergebnis einer Studie der Universitätsklinik Baylor im US-Bundesstaat Texas. Für die Untersuchung wurden 90 Erwachsene vor ihrer Operation in drei Gruppen aufgeteilt. Eine bekam Lutscher mit einem leichten Beruhigungsmittel, die zweite normale Lutscher ohne Arznei und die dritte überhaupt nichts. Das Ergebnis: 71 Prozent der Patienten mit Beruhigungsmittel-Lolli und 46 Prozent der Kranken mit einem normalen Lutscher fühlten sich weniger ängstlich vor der Operation.

Frankfurter Rundschau, 11.09.1996

5. Eine gezielte Unterkühlung nach einem Herzstillstand kann nach Einschätzung von Wissenschaftlern für manche Patienten lebensrettend sein. Werde die Körpertemperatur nach einem Herzstillstand künstlich herabgekühlt, entstünden oft geringere neurologische Schäden und die Überlebenschance steige, berichtete die Universität Bonn über eine europaweite Studie. "Die Kühlung ist aber auf jeden Fall eine intensiv-medizinische Aufgabe", betonte der Leiter der Intensivstation der Bonner Poliklinik, Peter Walger. Die Entscheidung, ob eine Unterkühlung in Frage komme, könne nur der Notarzt treffen.

Die Studie stützt sich auf die Behandlung von 276 Herzinfarktpatienten mit Herzstillstand. Die Hälfte der Betroffenen wurde nach dem Infarkt für 24 Stunden in einem Spezialbett mit kalter Luft "umspült", so dass ihre Körpertemperatur nur noch 32 bis 34 Grad betrug. In dieser Gruppe hatten ein halbes Jahr nach dem Herzstillstand 55 Prozent der Patienten gar keine oder nur eine geringe Beeinträchtigung der Hirnfunktion, 41 Prozent überlebten das erste halbe Jahr nicht. In der Vergleichsgruppe der nicht unterkühlten Patienten lebten nach einem halben Jahr nur noch 39 Prozent der Patienten ohne oder mit geringfügigen Hirnstörungen. 55 Prozent waren gestorben. Die Forscher meinen, die Kälte verlangsamt die Bildung gefährlicher freier Radikale nach einem Herzstillstand.

Frankfurter Rundschau, 09.04.2002

Suchen Sie eine schnelle leichte Ergänzung zum Binomial-Parametertest für den Grundkurs, dann behandeln Sie den Chi-Quadrat-Test für Vierfeldertafeln.

Wollen Sie in Ihrem Unterricht tatsächlich benutzte Testverfahren vermitteln, dann kommen Sie um den χ^2 -Test nicht herum.

Wollen Sie den Schwerpunkt beim Hypothesentesten auf Testaufbau und Ergebnisinterpretation legen, so lassen Sie Ihre Schüler/innen das Berechnungsprogramm für den Vierfeldertafeltest nutzen.

| | Polio | kein Polio | |
|-----------|----------------------------|--------------------|-------------------|
| Versuch | $1,838 \cdot 10^{-4}$ | 49,92 % | 200 745 / 49,94 % |
| Kontrolle | $1,842 \cdot 10^{-4}$ | 50,04 % | 201 229 / 50,06 % |
| | 148 / $3,68 \cdot 10^{-4}$ | 401 826 / 99,963 % | 401 974 / 100 % |

Suchen Sie nach einer tiefgehenden Deutung der Seitigkeit eines Testes? Die finden Sie hier für den χ^2 -Test und den Zusammenhang von χ^2 -Grenzwert- und $\Phi(z)$ -Tabelle.

$$P(X=0) = \frac{(N-w)(N-w-1) \dots (N-w-N_1+1)}{N \cdot (N-1) \dots (N-N_1+1)}$$

oder

$$= \frac{(N-N_1) \cdot (N-N_1-1) \dots (N-N_1-w+1)}{N_1 \cdot (N-1) \dots (N-w+1)}$$

Wollen Sie am Ende des Stochastik-Unterrichts im Leistungskurs für Über- und Durchblick sorgen, dann passt gut der χ^2 -Anpassungstest für "alle möglichen" Verteilungsmodelle.

Reicht Ihnen in der Demoskopie nicht die Bewertung einer einzelnen Parteienprognose, sondern wollen Sie die gesamte Prognose eines Meinungsforschungsinstituts beurteilen, dann machen Sie den χ^2 -Anpassungstest.

Sollen Ihre Schüler/innen eine Auswahl an Testverfahren haben und die Fähigkeit zu bewertendem Vergleich erwerben, so behandeln Sie den Parametertest, den Fisher-Vierfeldertafel- und den χ^2 -Test.

ISBN 978-3-930197-59-0



9 783930 197590 € 12,50