Heinz Böer

Heikle Fragen

und andere bedingte Wahrscheinlichkeiten

Haben Sie die geschilderte Sexualpraktik ausgeführt?

Klassenzusammenlegung

Haben Sie schon einmal einen Ladendiebstahl begangen?

Wie gut ist dein Spam-Filter?

Fahrstuhleffekt im Bildungssystem

19 Materialien zum Umgang mit zweistufigen Baumdiagrammen und bedingten Wahrscheinlichkeiten (Bayes)

SAMMLUNGEN

Inhalt

Überblick **3**

A) Heikle Fragen **4**

A – 1. Mogeln I 6
A – 2. Mogeln II 6
A – 3. Rauchen 9
A – 4. Steuererklärung 9
A – 5. Gammelfleisch 12
A – 6. Ladendiebe 12
A – 7. Sexualpraktik I 15
A – 8. Sexualpraktik II 15

B) Diverse Themen zu Bayes & Co **18**

B – 1. Erwerbstätigkeit 19
B – 2. Theaterbesuch 19
B – 3. Tageszeitungen 23
B – 4. Klassenzusammenlegung 23
B – 5. Schulabschlüsse 26
B – 6. Fahrstuhleffekt im Bildungssystem 29
B – 7. Vergehen im Straßenverkehr 32
B – 8. Ausländer in Deutschland 34
B – 9. Spam-Filter I 37
B – 10. Spam-Filter II 37
B – 11. Geldanlage 41

Weitere MUED-Broschüren zur Stochastik **43**

Initiative zur Verbesserung des Mathematikunterrichts 45

Die MUED 47

Die Ideen zu B1, B5 bis B8 stammen von Klaus Strick, Einführung in die beurteilende Statistik, Hannover 1998. Wilfried Jannack hat die Daten aktualisiert.

Heikle Fragen und
andere bedingte Wahrscheinlichkeiten
2. Auflage
Nottuln-Appelhülsen, 2008
ISBN 978-3-930197-54-5 – € 12,50

Copyright bei den Autor/innen

Vervielfältigung für schulische Zwecke erlaubt.

Überblick

Aufstellen zweistufiger Baumdiagramme, Berechnung unbekannter Astwahrscheinlichkeiten und bedingter Wahrscheinlichkeiten – das sind die mathematischen Schwerpunkte dieser Broschüre:

Im Teil A geht es inhaltlich um heikle Fragen: Wie kann man Befragungen anonymisieren und trotzdem zu Antworthäufigkeiten kommen?
Anhand der acht vorgestellten Verfahren können Sie auch zweistufige Baumdiagramme einführen.

Im Teil B geht es in insgesamt elf Themen um vielerlei Fragestellungen des Alltags. Mit deren Bearbeitung können Sie tief in die Berechnung und Bedeutung bedingter Wahrscheinlichkeiten einsteigen – mit Baumdiagramm, dualem Baumdiagramm und Vierfeldertafel (mit Summenrand). Sie können sich aber auch mit einem Baumdiagramm und mit der Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeit darin begnügen.
Die Beispiele sind auch zur Einführung bedingter Wahrscheinlichkeiten geeignet.

In beiden Teilen geht es zunächst immer um das Aufstellen eines Überblick stiftenden Baumdiagramms. Kapitel A hat dann den Schwerpunkt, aus Summenwahrscheinlichkeiten gesuchte Astwahrscheinlichkeiten zu bestimmen. Das kommt – eher nebenher – auch in Kapitel B vor. Das zweite Kapitel hat den Schwerpunkt, zu einem vollständig notierten Baumdiagramm bedingte Wahrscheinlichkeiten zu berechnen. Das kommt – eher nebenher – auch in Kapitel A vor.
Sie können entsprechend mit Kapitel A beginnen und die bedingten Wahrscheinlichkeiten zunächst weglassen. Nach Bearbeitung des Kapitels B können Sie A noch einmal aufgreifen. Ebenso können Sie mit Kapitel B einsteigen …

Da Sie für beide Schwerpunkte A und B eine Fülle von Materialbeispielen in den Händen haben, können Sie diese gut für das selbstständige Lernen von Schüler/innen nutzen wie die Jigsaw-Methode oder Stationenlernen o. ä..

Wenn Sie weiteres gehaltvolles Material zur Berechnung und Bedeutung bedingter Wahrscheinlichkeiten benötigen, lassen Sie Ihre Schüler/innen "AIDS und andere Diagnosetests" bearbeiten, ein relevantes Thema für jede und jeden (s. S. 44).

Meine Schüler/innen haben sich in der Regel sowohl auf die Themen in A als auch in B eingelassen. Sie waren dankbar für die Fülle an Angeboten. Die beiden Reihen kamen gut an. Ich wünsche Ihnen, dass sich Ihre Schüler/innen auch auf die Lernangebote einlassen.

A – 1. Mogeln I

Hast Du bei der Klassenarbeit gemogelt?

Es wird ein Stapel Spielkarten eingesetzt. Die Schüler/innen werden aufgefordert, falls sie eine Kreuz-Karte ziehen, ehrlich die Frage zu beantworten "Hast du bei der Klassenarbeit gemogelt?". Falls sie irgendeine andere Karte ziehen, beantworten sie eine harmlose Frage, die unvermeidlich mit "Ja" zu beantworten ist, wie z. B. "Gehst Du zur Schule?".

a) Notiere ein passendes Baumdiagramm für den Fall, dass es tatsächlich 30 % Mogler gibt.
b) Der normale Fall: Man kennt den Anteil p der Mogler nicht. Aber bei der Befragung melden sich 80 % Ja-Sager. Wie hoch ist der Mogler-Anteil zu schätzen?
c) Kann es die Umfrage-Ergebnisse 90 %, 60 %, 70 %, 85 % geben?
d) Leite die allgemeine Formel zur Berechnung von P(Mogel) aus dem Ja-Anteil u der Umfrage her. Prüfe sie anhand der Beispiele in a), b), c).
e) Welche Umfrage-Ergebnisse sind überhaupt möglich? Zeige das am Baumdiagramm und an der Formel.

A – 2. Mogeln II

Hast Du bei der Klassenarbeit gemogelt?

Aus einem Stapel gewöhnlicher Spielkarten zieht jede/r Schüler/in verborgen eine zufällige Karte und steckt sie gleich wieder zurück. Nach jedem Ziehen wird kurz neu gemischt. Die Spielfarbe Kreuz bedeutet Mogler, die anderen Farben stehen für Nicht-Mogler. Jeder Schüler und jede Schülerin ist dann aufgefordert, die folgende Frage mit "Ja" oder "Nein" zu beantworten: "Passt die Karte zu der Antwort, die du ehrlicherweise geben würdest?"

a) Falls tatsächlich 20 % der Befragten schon mehrmals Mogelversuche gestartet haben, wie hoch liegt dann der Anteil der Ja-Antworten?
b) Umgekehrt: Wenn es 40 % Ja-Stimmen bei einer Befragung gibt, mit welchem Prozentsatz an Moglern ist dann zu rechnen?
c) Notiere eine allgemeine Formel zur Berechnung des p-Wertes für Mogeln aus dem Ja-Umfrage-Ergebnis u. Prüfe deine Formel mit den Daten aus a) und b).
d) Wie wird bei diesem Verfahren sicher gestellt, dass man von einem "Ja" nicht auf "Mogler" schließen kann?

B – 5. Schulabschlüsse

Viele Jugendliche ohne Hauptschulabschluss
Am Ende des Schuljahres 2002/2003 verließen 330 Tsd. Jugendliche die Schulen nach der 9. bzw. nach der 10. Klasse mit einem Hauptschulabschluss bzw. ganz ohne Abschluss. Darunter waren 135,5 Tsd. Mädchen. 84,1 Tsd. dieser Jugendlichen hatten keinen schulischen Abschluss erreicht, davon 30,6 Tsd. Mädchen.

Quelle: Statistisches Bundesamt Stand 15.11.2004 – www.destatis.de

a) Notiere eine Vierfeldertafel (mit Summenrand).

Tipp: Notiere zunächst eine entsprechende Vierfeldertafel mit den gegebenen absoluten Zahlen und versuche die fehlenden Zahlen systematisch zu ergänzen. Berechne daraus die Anteile für alle Felder (bezogen auf die Summe aller Abgänger).

b) Skizziere ein Baumdiagramm, das zu den gegebenen Daten passt, und trage alle direkt berechenbaren Anteile ein.
c) Vergleiche die Prozentangaben im Baumdiagramm und in der Vierfeldertafel. Findest du alle wieder?
d) Konstruiere ein zweites Baumdiagramm, das mit den M/W-Summendaten der Vierfeldertafel beginnt (M ≙ männlich; W ≙ weiblich).
Tipp: Die 4 Pfadwahrscheinlichkeiten bleiben als Produkte erhalten!
e) Mache vier Aussagen, die sich aus dem Baumdiagramm bzw. der Vierfeldertafel ablesen lassen.

Hast Du bei der Klausur gemogelt?

Rauchst Du durchschnittlich mehr als
4 Zigaretten pro Tag?

Haben Sie schon einmal in Ihrer Steuererklärung eine nicht wahrheitsgemäße Angabe gemacht, um mehr Geld zurück zu bekommen?

Vermarkten Sie Gammelfleisch?

Hast du schon einmal einen
Ladendiebstahl begangen?

Haben Sie die geschilderte
Sexualpraktik ausgeführt?

Für solche Fragen kann man mit geschickten Verfahren doch auf ehrliche und auswertbare Antworten hoffen.

30 % der Sparkunden sind jünger als 35 Jahre. Die Hälfte aller Sparkunden legt weniger als 10 000 € an. Von den unter 35-jährigen Sparkunden legen 80 % weniger als 10 000 € an. Welcher Anteil der Sparkunden, die mindestens 10 000 € anlegen, sind 35 Jahre oder älter?

aus: Beispielaufgabe 4e von 2006 für den Zentralabschluss 10 Mathematik in NRW, veröffentlicht unter www.learn-line.nrw.de

Mit Baumdiagramm oder Vierfeldertafel kann man solchen Informationsungetümen zu Leibe rücken.

ISBN 978-3-930197-54-5

9 783930 197545

€ 12,50