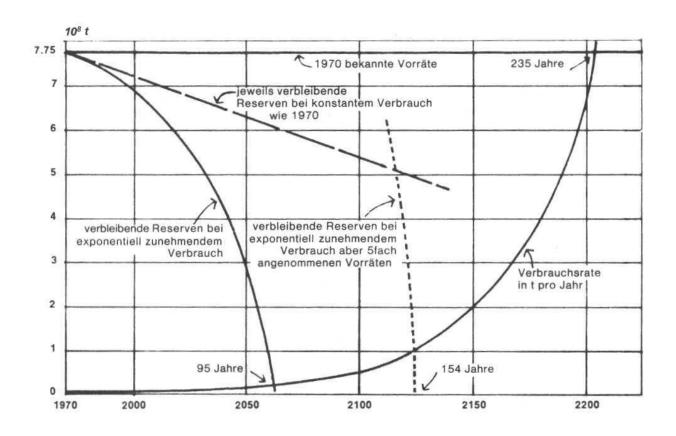
ARRA – Analysis für Realistische und Relevante Anwendungen

# **ARRA**

# Konzept zu einem Analysisunterricht für Realistische und Relevante Anwendungen



Konzeptentwurf zur Funktionenlehre und Analysis unter dem Schwerpunkt Anwendungs- und Handlungsorientierung

### Inhaltsübersicht

Vorweg	4
Die Klausur- oder Abituraufgabe	4
Kasten 1: Standardaufgabe	4
Kasten 3: Meadows-Aufgabe	5
Das Oberstufensystem in Nordrhein-Westfalen Kasten 2: Oberstufe Mathematik NRW	<b>6</b>
Kurskonzept 11.1: Denken in Funktionen	7
Funktioneneinführung	7
Kasten 4: Lückenspringer	7
Kasten 5: "Funktionen" in der Physik  Lineare Funktion	9 <b>10</b>
Kasten 6: Zwischenpreise	10
Kasten 7: Lineare Interpolationen	11
Polynome zweiten und dritten Grades – Inter- und Extrapolationen	12
Kasten 8: Vorgehen bei einer Funktionsbestimmung aus Punktkoordinaten	13
Kasten 9: Überblick Kasten 10: Klausur zur Erdgas-Bohrtiefe	13 14
Kasten 11: Klausurlösung	16
Exponentialfunktion – Prognosen	17
Kasten 12: Prognosen-Ankündigung	18
Kasten 13: Prognosen-Überblick	19
Kasten 14: Klausuraufgabe Kasten 15: Funktion von Prognosen	20 20
Kasten 16: "Abschluss"-Qualifikation	21
Kasten 17: Exemplarische Bearbeitung	21
Kurskonzept 11.2: Analysis I	22
Denken in Änderungen	23
Kasten 18: Parabelkirche	24
Kasten 19: Differenzen- und Differenzialquotient, Beispiele	25
Ableitungsfunktionen Kasten 20: Olympisches "Parabel"-Feuer	<b>26</b> 26
Kasten 21: Klausuraufgabe	27
Kasten 22: Sklavensprache	27
Extremwertprobleme	28
Kasten 23: Streichholzschachteln Kasten 24: Vorgehen bei einer Extremwertproblem-Bearbeitung	28 28
Kasten 25: Goldgräber	29
Kasten 26: Strahlengrenzwert	30
Kasten 27: Postangebote	31
Kasten 28: Hermann und Dorothea	32
Kurvendiskussion Kasten 29: Folgerungen aus f'(x)	<b>33</b> 33
Kasten 30: Vorgehen bei der Bearbeitung gebrochen-rationaler Funktionen	34
Kasten 31: Konkurrenzfähigkeit der Bahn	35
Kurskonzept 12.1: Analysis II	36
Funktionsbestimmung	36
Kasten 32: Autobahnkreuze	36
Kasten 33: Abituraufgabe	37
Integralrechnung Kasten 34: Einkommensteuerplan 1999	<b>38</b> 38
Kasten 35: Klausuraufgabe	39
Kasten 36: Skizze zu d	39
Exponential- und Logarithmus-Funktion	40

Kasten 37: die Grenzen des Wachstums	40
Kasten 38: Eigenschaft der exp-Funktion	41
Kasten 39: gemessener und wahrgenommener Lärm	41
Kasten 40: Fluglärmgesetz	42
Rotationskörper	43
Kasten 41: Glockenherstellung	43
Kasten 42: Das Computer-Ei	44
Näherungen und weitere Anwendungen	45
Kasten 43: Arbeitsplan zur Kurvenlängenbestimmung	45
Kasten 44: Regel von Guldin	46
Im Nachhinein	47
Lesehinweise	47
Was u. a. noch zu bedenken ist	47
Was fehlt	47
Literatur und Bezugsquelle; MUED	48
MUED-Broschüren zur Funktionenlehre und Analysis	49
·	
Initiative zur Verbesserung des Mathematikunterrichts	51
Die MUED	53

**ARRA** 

Preis: 12,50 €

ISBN 978-3-930197-57-6

Copyright bei den Autor/innen

Vervielfältigung für schulische Zwecke erlaubt.

#### Vorweg

#### Die Klausur- oder Abituraufgabe

In Nordrhein-Westfalen gibt es seit 2007 das Zentralabitur.

Ein anwendungs-, handlungs-, praxis-, realitäts-, Schüler/innen-orientierter Analysisunterricht, der ernst gemeint ist, sollte bis in die Klausuren und in den Endpunkt Abiturprüfung hinein bemerkbar sein.

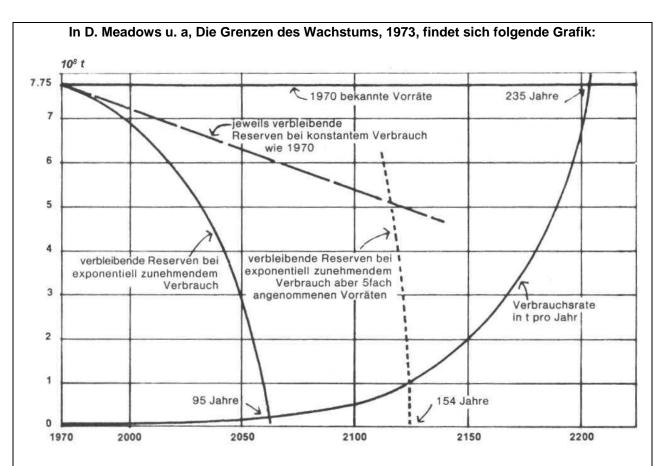
Statt einer üblichen Aufgabe (siehe Kasten 1) können die Schüler/innen mit Aufgaben umgehen wie im Kasten 3 oder 33. Beide Aufgaben habe ich gestellt. Für den Weg zur erfolgreichen Bearbeitung einer solchen Fragestellung gebe ich im Folgenden Tipps, Hinweise und stelle Materialien vor.

Gegeben sei die Funktionenschar  $f_t$  mit  $f_t$  (x) =  $\frac{10 \text{ x}}{\text{x}^2 + \text{t}^2}$ ,  $t \in \mathbb{R}^+$ .

- a) Untersuchen Sie die Funktionen ft auf Symmetrie, Polstellen, Verhalten für große und kleine x-Werte. Bestimmen Sie Nullstellen, Extrem- und Wendepunkte (die hinreichende Bedingung für die Existenz der Wendestelle braucht nicht geprüft werden).
- b) Notieren Sie die entsprechenden Punkte für f<sub>1</sub> und f<sub>2</sub> und skizzieren Sie die Grafen.
- c) Zeigen Sie: Alle Funktionsgrafen haben einen gemeinsamen Punkt.
- d) Bestimmen Sie die Funktionsvorschriften für die Ortskurven der Extrempunkte und der Wendepunkte. Skizzieren Sie sie in die Skizzen oben (s. b).
- e) Bestimmen Sie die Maßzahl der Fläche, die die Kurven zu f<sub>1</sub> und f<sub>2</sub> (s. b) einschließen.
- f) Erläutern Sie: Berechnet man das Integral in (zu Null) symmetrischen Grenzen, so ergibt sich Null.

Kasten 1: Standardaufgabe

(Beachten Sie bitte die Seite 47.)



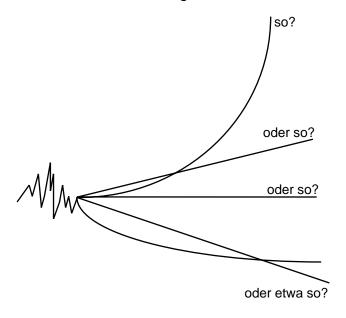
Wie lange die bekannten Chromvorräte noch reichen, hängt von der Nutzungsrate des Chroms ab. Bleibt der Verbrauch konstant (gestrichelte Linie), so ist noch für etwa 420 Jahre Chrom vorhanden. Wenn die Nutzung wie gegenwärtig um 2,6 Prozent jährlich anwächst, ist der Chromvorrat schon in 95 Jahren erschöpft; wenn man von den fünffachen Erzmengen ausgeht, in 154 Jahren. Auch wenn es gelänge, alles gebrauchte Chrom als Altmaterial wieder dem Neugebrauch zuzuführen, würde der exponentiell steigende Bedarf die Chromvorräte in 235 Jahren erschöpfen (horizontale Linie).

- a) Leiten Sie für die drei Jahresangaben in der Grafik, d. h. für exponentielle Zunahme (I), exponentielle Zunahme bei 5-facher Reserve (II), exponentielle Zunahme bei vollständigem Recycling (III), je eine allgemeine Berechnungsformel her für den Zeitraum T, für den die Reserven R noch reichen.
- b) Prüfen Sie die angegebenen Werte (Verbrauch 1970: 1,85 · 10<sup>6</sup> t).
- c) Für die Verdopplungszeit gilt:  $D = \ln 2/\ln a$  (mit a = 1 + p/100).
  - Zeigen Sie das.
  - Wie lange dauert es, bis sich der Verbrauch von Chrom verdoppelt hat?
- d) "Es wird innerhalb einer Verdopplungszeit soviel verbraucht wie in der gesamten Menschheitsgeschichte bisher."
  - Dehnen Sie 'die gesamte Menschheitsgeschichte' im mathematischen Modell großzügig bis -∞ aus. Notieren Sie die Behauptung des Satzes dann mit mathematischen Symbolen.
  - Bestätigen Sie den Satz.

Kasten 3: Meadows-Aufgabe

Benötigen Sie Anregungen für eine Neuausrichtung Ihres Analysisunterrichts?

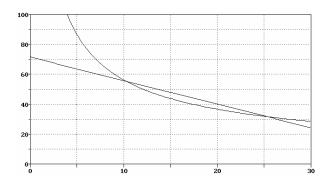
Suchen Sie nach tragfähigen Anwendungsbeispielen für die Differenzialrechnung?



Brauchen Sie Themenstellungen, die Sie Ihren Schüler/innen als brauchbare und interessante Facharbeiten empfehlen können?

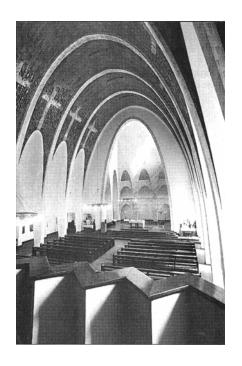
Suchen Sie für sich selbst nach einem Konzept für Ihren Unterricht, das Sie glaubwürdig vor Ihren Schüler/innen vertreten können?

## Dann greifen Sie zu.



Wollen Sie Ihre Schüler/innen mit brauchbaren, glaubwürdigen oder witzigen Nutzungen im Analysisunterricht konfrontieren?

Sind Sie auf der Suche nach Materialien, die dem Mathematikunterricht tragfähig eine alltagstaugliche Basis geben?



ISBN 978-3-930197-57-6



€ 12,50