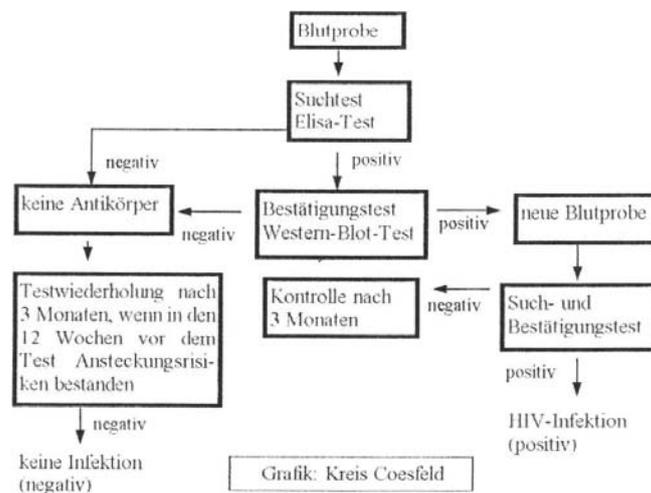
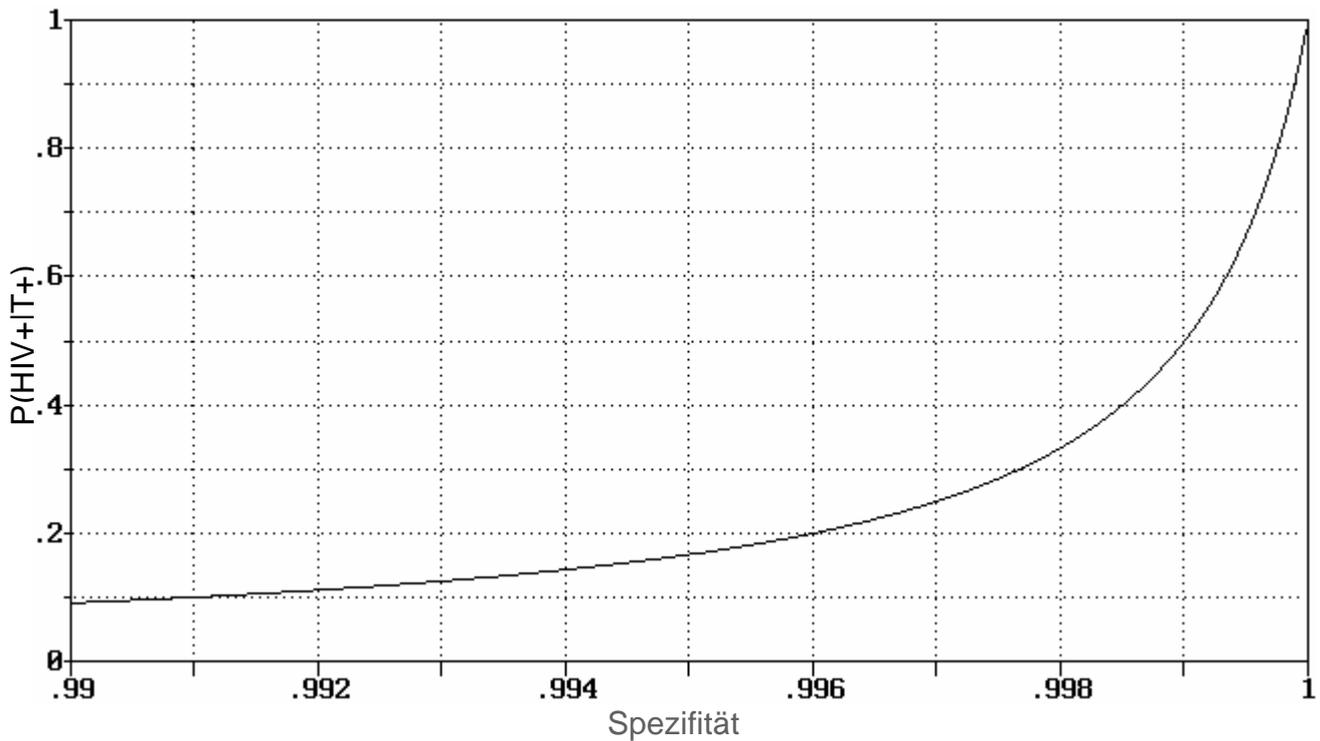


# AIDS – und andere Diagnosetests



Was ist von einem "positiven" Ergebnis bei AIDS-, Schwangerschafts-, Drogentests u. ä. zu halten?

# Inhalt

<b>Überblick</b>	<b>3</b>
<b>A) AIDS – Was ist von einem "positiven" Test-Ergebnis zu halten?</b>	<b>4</b>
Einleitung	4
Informationen – Daten	6
Wie sicher ist ein "positives" Testergebnis?	8
Zu anderen Ausgangsdaten	14
Die Diagnose seltener Ereignisse	16
Nachbemerkungen	19
Bericht der Enquete Kommission des Bundestages	21
HIV-infizierte Frauen in Deutschland	25
<b>B) Weitere Diagnosetests</b>	<b>27</b>
Entscheidungen unter Unsicherheit	27
AB: Hepatitis C	28
AB: Mammographie	29
AB: Schwangerschaftstests	30
AB: Drogentests	31
Lösungen zu den Arbeitsblättern	32
Weitere Übungen mit Lösungen	38
Klassenarbeit	40
AB: Down-Syndrom	43
AB: Screeningtests	48
AB: Darmkrebs	52
<b>Weitere MUED-Broschüren zur Stochastik</b>	<b>54</b>
Initiative zur Verbesserung des Mathematikunterrichtes	54
Die MUED	55

---

**AIDS und andere Diagnosetests**

48301 Nottuln-Appelhülsen  
ISBN 978-3-930197-45-3 - 12,50 €

Copyright bei den Autor/innen

Vervielfältigung für schulische Zwecke erlaubt.

# Überblick

AIDS-Tests betreffen (nicht nur) junge Menschen, seine Ergebnisse müssen richtig beurteilt werden können. Dies gilt auch für andere Testverfahren, z. B. zum Drogenkonsum, Schwangerschaftstests oder zu Hepatitis C.

In allen Fällen handelt es sich um Testverfahren, die falsch-positive und falsch-negative Ergebnisse zeigen können. Die Folgen eines falschen Testergebnisses können gravierend sein. Bekannt ist der Fall eines Amerikaners, der sich nach einem falsch-"positiven" AIDS-Test umbrachte. Genauso gut könnte man sich vorstellen, dass ein Mensch mit einem falsch-negativen AIDS-Test-Ergebnis unwissentlich weitere Menschen infizieren könnte.

In der vorliegenden Broschüre wird im ersten Teil ausführlich am Beispiel des HIV-Tests beschrieben, wie ein "positives" Testergebnis zu bewerten ist. Es wird untersucht, welche Auswirkungen die Güte des Testverfahrens (Wahrscheinlichkeit für das Auffinden einer Infektion) und insbesondere die Ansteckungsquote auf den Wert eines positiven Ergebnisses ( $P(\text{HIV+}|\text{T+})$ ) haben.

Im zweiten Teil findet der Leser weitere Beispiele für Testverfahren, die Jugendliche betreffen könnten: Seien es nun die Schwangerschafts- und Drogentests oder die Mammografie-Untersuchungen ihrer Mütter.

Mathematisch handelt es sich in allen Fällen um Anwendungen des Satzes von Bayes. Die Ergebnisse (prädikativer Wert) sind immer dann erschreckend klein, wenn die a-priori-Wahrscheinlichkeit sehr klein ist.

Methodisch kann man die verschiedenen Testverfahren – nach einer ausführlichen Besprechung des AIDS-Beispiels – in Form eines Gruppenpuzzles oder eines Stationenlernens bearbeiten. Falls in einer großen Gruppe mehr als die 4 beschriebenen Beispiele benötigt werden, findet man zum Schluss noch das Beispiel "Darmkrebs" oder die großformatigen Problemfelder "Down-Syndrom" und "Screening-Tests".

Letztere sind auch geeignet, Vor- oder Nachteile von Screeningtests auf der Basis des bisher Gelernten kritisch zu reflektieren.

Zur Abfolge der Kapitel A und B siehe auch Seite 20 unten.

Unsere Schüler/innen haben sich in der Regel mit Interesse auf diese Themen eingelassen.

Wir wünschen Ihnen, dass auch Ihre Schüler/innen interessiert mit den Angeboten umgehen.



Heinz Böer



Antonius Warmeling

# Nachbemerkungen

---

## **Zum Aussagewert des 2. Testes**

Die Berechnungen mit einem zweiten Test oben unterstellen, dass die die Testgüte charakterisierenden Werte für die Sensivität und Spezifität reine testtypische Werte sind, dass die Fehlerwerte allein durch den Test verursacht und testpersonenunabhängig sind. Denkbar wäre allerdings auch, dass die Teste in beide Richtungen 100 %ige Sicherheit haben, aber die Testpersonen bestimmte erwartbare Reaktionsmuster personenabhängig nicht aufweisen – etwa keine Bildung des untersuchten Antikörpers bei Infizierten; oder genetisch bedingter Anwesenheit des untersuchten Antikörpers bei Nicht-Infizierten. Da die Fehlerhäufigkeit nicht durch den Test verursacht wäre, ließe sich die Situation auch nicht durch einen 2. Test verbessern. Der würde wieder alle Personen herausfiltern, die er im ersten Test identifiziert hat. Die deutlichen Testverbesserungen zeigen allerdings in die Richtung der Personenunabhängigkeit.

## **Stelle im Mathematikunterricht**

Das Thema passt, wo bedingte Wahrscheinlichkeiten behandelt werden. Eingbracht habe ich es im Stochastikunterricht in der Oberstufe und in Klasse 10.

## **Der Satz von Bayes**

Den Satz von Bayes (der hier ja vorkommt) in seiner mengentheoretisch formalisierten Form habe ich nicht behandelt. Die Formalisierung verstellt eher den Blick für das, worum es geht und warum so gerechnet werden muss. Die aussagenlogische Formalisierung ("A+ und T+"; "alle Ereignisse, die T+ liefern") passt eher.

## **Die Diagnose seltener Ereignisse**

Sie ist ein übliches Thema im Stochastikunterricht. Es gibt in Schulbüchern i. d. R. ein entsprechendes Kapitel. So ähnlich habe ich es auch in meinem Stochastik-Kurs behandelt. Die Schüler/innen haben es bestenfalls als "interessant" hingenommen; nicht anders als anderen Mathematikstoff auch. Die Schulbuchaufgaben wurden wie andere auch eben nur gerechnet und das war's.

Erst als dasselbe mathematische Thema unter dem Stichwort AIDS(-Test) noch einmal auf den Tisch kam, erhielt es ernsthafte Bedeutung.

## **Reaktionen meiner Schüler/innen**

Die Schüler/innen sowohl in der 10 als auch in der 12 haben das Rechenergebnis im ersten Anlauf nicht geglaubt. Sie vermuteten Rechenfehler oder Ansatzfehler oder ... ("Bei der Wahrscheinlichkeitsrechnung weiß man ja nie so genau ..."). Erst die nochmalige Prüfung durch Verwendung absoluter Zahlen bewirkte eine zögernde Annäherung. So reagierten auch Kolleg/innen bei meinen Vorträgen über das Thema. Aber sowohl die Schüler/innen als auch die Kolleg/innen fanden Thema, Mathematisierung und Ergebnisse spannend. Die Mathematik wirkte an zentraler Stelle aufklärend.

## **AIDS-Beratung**

Um das Umfeld des Themas AIDS-Test genauer auszuleuchten, empfehle ich, jemanden von der AIDS-Beratung einzuladen. In Gelsenkirchen klappte das völlig unproblematisch. Abfolge und Praxis hat die Beraterin in der Klasse vorgestellt; u. a. über Unsicherheiten bei den Test-Aussagen konnte kompetent und ernsthaft diskutiert werden. Handlungsorientierter Mathematikunterricht

Für Handlungen der Schüler/innen – aktuelle oder realistisch zu erwartende – soll (auch) der Mathematikunterricht brauchbare und handfeste Orientierungen liefern. Mit

diesem Beispiel kommt man der Forderung an relevanter Stelle nach (individualgeschichtlich und auch gesamtpolitisch). Das Material ist geeignet, einen wichtigen Sachverhalt aufzuklären und den Stellenwert der Mathematisierung und Mathematik zu klären.

### **Selbstverwirklichung in sozialer Verantwortung**

So lautet für Nordrhein-Westfalen die globale Zielsetzung des Sek. II Mathematikunterrichtes, gleichwertig neben der Wissenschaftspropädeutik. Mathematiklehrer/innen fühlen sich diesem Ziel i. d. R. nicht verpflichtet, da es kaum Anregungen zur Annäherung an diese Zielsetzung für den Mathematikunterricht gibt. Hier halten Sie ein Beispiel in Händen, das explizit auf die Selbstverwirklichung in sozialer Verantwortung ausgerichtet ist.

### **Das Thema AIDS im Mathematikunterricht?**

Bei einem Vortrag auf einer Bezirksfachkonferenz habe ich mit diesem Beispiel begonnen. Eine Teilnehmerin, die etwas zu spät kam, drehte sich wieder um mit der Bemerkung: "Oh, ich bin hier wohl falsch. Ich wollte zum Mathematik-Treff."

### **Literatur**

- König, AIDS und Mathematikunterricht, Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 91/6
- Deutscher Bundestag (Hg.), AIDS: Fakten und Konsequenzen der Enquete-Kommission des 11. Deutschen Bundestages "Gefahren von AIDS und Wirksame Wege zu Ihrer Eindämmung", Bonn 1990.



"Konsumenten von Haschisch müssen jetzt verstärkt damit rechnen, ihren Führerschein zu verlieren. Zum 1. September 2000 wurde in Bremen ein neues Verfahren eingeführt, **mit dem sich auch der gewohnheitsmäßige Konsum von Haschisch anhand einer einzigen Blutprobe nachweisen lässt**. Das Verfahren ermöglicht nach Behördenangaben nun erstmals, allein anhand einer einzigen Laboruntersuchung zwischen einmaligem, gelegentlichem und regelmäßigem Haschisch-Konsum zu unterscheiden ..."

*Bremer Nachrichten vom 04.09.2000*

## Stellen sie sich vor

- eine Schüler/in wird mit einem Drogenschnelltest positiv getestet ...
- eine Schüler/in erhält ein positives Ergebnis bei einem HIV-Test ...
- die Mutter einer Schüler/in war bei der Mammografie und hat einen "positiven" Befund ...
- die Tante einer Schüler/in wird im Alter von 37 Jahren noch schwanger. Soll Sie einen Triple-Test machen oder eine Fruchtwasseruntersuchung?

In all diesen Fällen brauchen Schüler/innen Entscheidungshilfen. Und die kann ihnen die Mathematik liefern ...

---

ISBN 978-3-930197-45-3



9

783930

197453

€ 12,50