

Facharbeiten im Mathematikunterricht

Mit den neuen Richtlinien für die Sekundarstufe II sind in Nordrhein-Westfalen für alle Schüler/innen der Jahrgangsstufe 12 (erstmalig im Schuljahr 2000/2001) Facharbeiten vorgeschrieben, die eine Leistungskurs- oder Grundkurs-Klausur ersetzen. Probeweise habe ich im Vorgriff auf die neue Regelung in meinem Leistungskurs Mathematik am Ende der Jahrgangsstufe 12.1 mit dem Themenschwerpunkt Analysis und am Ende der 13.1 mit dem Themenschwerpunkt Stochastik Facharbeiten schreiben lassen - wegen der Eigenständigkeit der Schüler/innen-Arbeit und wegen ihres Interesses an den Themen. Bei mir ging die Bewertung lediglich in die Note zur Sonstigen Mitarbeit ein.

Offene Facharbeitsthemen

Fragestellungen zur Stochastik sind leicht zu stellen, da sie - bei genügender Zeitvorgabe - einfach lauten können: "Schlagen Sie die Zeitung auf, wählen Sie einen Artikel mit statistischem Hintergrund, recherchieren Sie evtl. genauere Daten, rechnen Sie nach, probieren Sie ggfs. andere Ansätze und beurteilen Sie die Problembearbeitung und Berichterstattung." Im Detail war dann noch genauer zu klären, was auf welchem Niveau zu bearbeiten war...

Fragestellungen zur Analysis begegnen einem dagegen nicht so leicht im veröffentlichten Leben. Lediglich die aktuelle Steuerdebatte steht häufig in der Zeitung mit dem Graphen der Grenzsteuerfunktion, also dem Graph einer ersten Ableitung...

Facharbeiten mit Analysis-Inhalten

Hier stelle ich kurz die Themen vor, die Schüler/innen in dem Analysis-Durchgang gewählt haben. Das passt auch zu der zukünftig durch die Richtlinien vorgegebenen Platzierung in der Jahrgangsstufe 12.

Nach der zufällig früh liegenden 2. LK-Klausur hatte ich noch Zeit und noch einige zu erledigende Analysis-Themen: Rotationskörpervolumen und andere Integralanwendungen, Funktionsbestimmungsfortführung, komplexe Extremwertaufgaben und Funktionen mit Parametern, Überlegungen aus der Zahlentheorie (im Umfeld der Integrierbarkeit). Dazu schlug ich den Schüler/innen unterrichtsnahe Themen vor. Gewählt haben Sie, was in Kasten 1 steht. Erlaubt habe ich Gruppenarbeiten. Die Gruppen haben dann allerdings entsprechend ihrer Gruppenstärke zwei oder drei Themen bearbeitet. Es musste jeweils der den einzelnen Schüler/innen zugeordnete Teil klar sein - in der Ausarbeitung, beim Vortrag und in der "Außen-Aktion" (s.u.).

Materialangebote von mir

Zur Verfügung gestellt habe ich den Schüler/innen die Kepler-Fass-Regel aus einem Schulbuch (s. Thema A3 in Kasten 1), das Material zu den Skulptur Projekten in Münster (A4, s. Literatur), die Broschüren zu den Autobahnkreuzen, zum Verkehrsfluss und zur Wärmedämmung (A5, B6, B7, s. Literatur), Material zum Öko-Haus (B10, s. Literatur), das Bild aus Kasten 3 in DIN-A3 (C11). Weiteres Material und weitere Informationen haben die Schüler/innen selber beschafft. Material zu den Themen Biogas-Gärbehälter und Filtertüte/Kaffee-Filter finden Sie in der Sammlung Extremwertprobleme 2 (s. Literatur), das den Schüler/innen allerdings nicht zur Verfügung stand.

Die verschiedenen Aufgaben der "Facharbeit"

Zu der "Facharbeit" gehörten insgesamt 4 Teilaufgaben (s. Kasten 2). Die 10 bis 12 Seiten zu füllen stellte sich nicht - wie zunächst von den Schüler/innen befürchtet - als zentrales Problem heraus. Auch die Vortragsdauer von einer Schulstunde konnten sie entgegen ihren Erwartungen leicht füllen. Beide Male fiel eher die Beschränkung schwer. Die Materialstrukturierung und Argumentationsabfolge machte Notenunterschiede aus. Das zeigte sich besonders in der Schwierigkeit, das Material in eine Kurzfassung für die Hand der anderen Schüler/innen samt bearbeitbaren Aufgabenstellungen zu bringen.

Exkurse gab es zu den Themen: Glocken, Wärmedämmung, Biogas-Gärbehälter, Öko-Haus. Die anderen Themen wurden dem in derselben Zeitschiene unterrichteten Leistungskurs Mathematik vorgestellt. Die beiden Aktionsformen "nach außen" haben mir besonders gut gefallen.

Integration in den Unterricht

Im Dezember und Januar habe ich im Unterricht die nicht von Schüler/innen gewählten Themen behandelt und ihre Vorträge integriert; einige noch im Dezember (vor Abgabe der Ausarbeitung im Januar): z.B. die Gruppe A2 (s. Kasten 1), die früh die Rotationskörpervolumen-Berechnung eingeführt hat. Im Dezember habe ich während des Unterrichts eine Stunde pro Woche zur Beratung bzw. als Bearbeitungszeit für das Facharbeitsthema eingeräumt.

Änderung des Analysis-Unterrichtes

Allen Themen gemeinsam sind zentrale Aufgaben des Analysisunterrichts, der eben nicht mehr beginnt und endet mit: "Eine Funktion f sei gegeben durch die Funktionsgleichung...". Vielmehr geht es um: Recherchieren von Daten aus Problemzusammenhängen, Mathematisierung bis zu einem Funktionsterm, Berechnungen auf Grund des gewonnenen Terms, Überprüfung der Ergebnisse, evtl. Vervollständigung der Daten-Recherche, Verbesserung des Ansatzes oder Wahl eines anderen Ansatzes, wiederum Vergleich der Ansätze untereinander und mit realen Daten.

Aufgabenstellungen, die gut als Facharbeit passen, sind naheliegend solche, die Anwendungen und Modellbildung zum Thema haben. Solche habe ich hier vorgestellt.

Sollen Schüler/innen sie erfolgreich bearbeiten können, muss der Analysisunterricht natürlich die beiden Schwerpunkte ins Zentrum des Unterrichts rücken, die die Bedeutung der Analysis ausmachen, eben Modellbildung und Anwendungen.

Weitere Materialien, weitere Themen

Es eignen sich im obigen Sinne noch Themen im Umfeld der Analysis wie: Konzentrierende Kollektorsysteme - die "Schüssel" auf dem Dach; weitere Extremwertprobleme z.B. bei Verpackungsoptimierungen; gebrochen-rationale Funktionen bei der Konkurrenzgeschwindigkeit der Bahn gegenüber dem Auto, bei Optik, Astronautik und Elektrizitätslehre; die Steuern (s.o.); die Erschöpfungszeit nicht-regenerativer Rohstoffquellen; die Lärmmessung und Lärmwahrnehmung. Anregungen zu diesen und weiteren Facharbeitsthemen und zu den Literaturangaben unten können Sie erhalten über den MUED e.V., Bahnhofstr. 72, 48301 Appelhülsen, Tel 02509/606, Fax 02509/996516, e-mail: mued.ev@t-online.de.

Literatur

- Bußmann/König/Matzner (Hg.), Skulptur.Projekte, Münster 1997
Böer/Volk, Trassierung von Autokreuzen - autogerecht oder, Göttingen 1982
Volk/Meyer-Lerch, Verkehrsfluss und Geschwindigkeit, Mülheim 1986
Volk/Böer, Gesucht: Eine optimale Wärmedämmung, Göttingen 1983
Böer, Sammlung Extremwertprobleme 2, Appelhülsen 1999
Das LBS-Öko-Haus, Münster 1993; zu beziehen über: LBS, Himmelreichallee 40, 48130 Münster
Feist (Hg.), Das Niedrigenergiehaus, Heidelberg 1998⁵

A) Integralrechnung-Fortsetzung

- 1) Rotationskörper Glocken (Mathematisierung der Randfunktionen, Volumen- und Gewichtsrechnung; Vergleich mit realen Werten, Guldinsche Regel). Der Auftrag: "Gehen Sie zum nächsten Pfarrer, vermessen Sie die Glocke innen und außen, mathematisieren und vergleichen Sie bekannte Daten."
- 2) Rotationskörper-Allerlei (Ei: Mathematisierung als Halbkreis und Halb-Ellipse, Vergleich mit realen Werten; Modellierung über Rechnerprogramm...; Bierglas: Eichstrichprüfung)
- 3) Rotationskörper Fass (Kepler-Fass-Regel: Herleitung/Vergleich, Ellipse-, Parabel-, Polynom- Ansatz; Rotationsvolumen-Berechnungen, Vergleich mit Gärbehälter - s.u. 8)
- 4) Flächenschwerpunkt (Herleitung der Berechnungsformel, Verfahren für das Skulptur-Projekt "Stadtmittelpunkt" in Münster 1997; handwerkliche Bestimmung für Gelsenkirchen; für Alt-Gelsenkirchen und Buer, Vergleich der Einzelmitten und der Gesamtmitte; veröffentlichte Daten der Stadt)
- 5) Flächen- und Graphenlängenbestimmung: Autobahnkreuze (Fortsetzung der bisherigen Trassenbestimmung mit dem Flächenvergleich; Herleitung der Kurvenlängenbestimmung; Bestimmung der Längen und Vergleich)

B) Extremwertprobleme

- 6) Extremwertproblem: Verkehrsfluss und Geschwindigkeit (Bei welcher Geschwindigkeit ist die Zahl der vorbeifahrenden Autos bei Kolonnenfahrt maximal - unter Beachtung von verschiedenen Abstandsregeln? Dabei auch konkrete Planungen auf der A2, A43, A40.)
- 7) Extremwertproblem: Wärmedämmung (Bei welcher Wärmedämmdicke sind Investitions- und Heizkosten z.B. für 20 Jahre minimal; oder die Amortisationszeit? U.a. aktualisierte Daten.)
- 8) Extremwertproblem: Biogas-Gärbehälter (Bei welchen Behälterformen sind die Außenflächen minimal? - Verschiedene Ansätze. Kontakt zu Kläranlagen bzw. -Herstellern)
- 9) Extremwertproblem: Filtertüte (Wie sollte ein kreisförmiges Papier gefaltet werden, so dass es möglichst viel Filtergut aufnehmen kann? Kontakt zum Chemie-Lehrer und zu Melitta o.a. Filterhersteller)
- 10) Extremwertproblem: oberflächenminimierende Bauweise (z.B. LBS-Öko-Haus)

C) Funktionsbestimmung

11) Trassierung (Mathematisierung eines 'Sparkreuzes' mit Flächenberechnung, s. A5)

12) Blattfeder-Biegekurven (Berechnung der Funktionsvorschrift zu vorgegebenen Eigenschaften; Skizze; Einspannen einer Blattfeder nach den Vorgaben; Vergleich der Ergebnisse)

Kasten 1

Die Aufgabenteile, die zur "Facharbeit" gehören

1) Ausarbeitung des Themas: Umfang 10 bis 12 Seiten, Abgabe spätestens am 7.1.99

2) Vortrag über das Thema (möglichst frei ohne Rückgriff auf ein Manuskript); dabei: Überblick über das Gesamtthema, Ausführung einiger zentraler Teile, Einbeziehung der SchülerInnen als Lernende (u.a. eigenständige Berechnungsteile und Herleitungsideen), Dauer: etwa eine Schulstunde; im Dezember oder Januar - nach Absprache

3) Kurzfassung der zentralen Punkte des Vortrages: Umfang: etwa 2 Seiten, Abgabe: spätestens eine Unterrichtsstunde vor dem Vortrag, damit ich sie kopieren kann, Verteilung an alle SchülerInnen vor (als begleitendes Material) oder nach dem Vortrag (als Resümee), Aufgaben zwischendrin (für die eigenständige Beteiligung, s.o.), Aufgaben am Schluss, die als Hausaufgaben nach dem Vortrag eigenständig bearbeitbar sind, Musterlösungen zu den Hausaufgaben (evtl. zur Verteilung in der nächsten Stunde)

4) Präsentation (wahlweise auch 5): Die Themenbearbeitung soll in eine öffentlich ausstellbare Form gebracht werden. Dazu: plakative Kurzfassung der Vorgehensweise, Wahl einer geeigneten Ausstellungsform, Erstellen der Präsentation, Kurzvorstellung des Ausstellungsmaterials vor einer Fachöffentlichkeit, hier vor dem Leistungskurs Mathematik, der in derselben Schiene liegt

5) Externes (wahlweise auch 4): Eine Exkursion des Lks soll organisiert werden, um die Relevanz des bearbeiteten Themas 'vor Ort' sehen und diskutieren zu können. Oder: Experten zu dem Anwendungsfeld sollen in die Schule eingeladen werden, um die Relevanz des Themas mit ihnen besprechen zu können. Oder: Für ein öffentlich interessantes Thema ('Mitte' Gelsenkirchens) soll eine öffentliche Aktion geplant werden u.a. mit der Presse (dafür wäre etwas wie 4 vorzubereiten).

Kasten 2